

ভূমিকা

বিভিন্ন গাণিতিক এবং দৈনন্দিন জীবনের সমস্যা সমাধানে সংখ্যার বিভাজ্যতা, গুণনীয়ক ও গুণিতক সম্পর্কে এবং এদের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে ধারণা একান্ত প্রয়োজন। এ সব ধারণাকে সুস্পষ্ট করার জন্য সাধারণ গুণনীয়ক, সাধারণ গুণিতক, লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক এবং গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সম্পর্কে ধারণাও অপরিহার্য। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু) এবং গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু) নির্ণয় সমস্যা সমাধানে সাহায্য করবে। পরবর্তী দুটি পাঠে ল.সা.গু ও গ.সা.গু কি? এবং কিভাবে ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয় করা হয়। কিভাবে সমস্যা সমাধান এর প্রয়োগ হয় তা আলোচনা করা হয়েছে।

পাঠ - ১ গ.সা.গু.

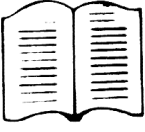
পাঠ - ২ ল.সা.গু.

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি —

- ◆ গ.সা.গু. বলতে কি বুঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- ◆ পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদকের) সাহায্যে গ.সা.গু নির্ণয় করতে পারবেন
- ◆ গাণিতিক সমস্যা সমাধানে গ.সা.গু. ব্যবহার করতে পারবেন।

পড়ুন এবং করুন



এমন কতগুলি সংখ্যা বলুন যাদের দ্বারা ১২ কে নিঃশেষে ভাগ করা যায়, কোন অবশেষ থাকে না। যেমন, ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২। লক্ষ্য করুন ১ এবং ১২ দ্বারা ১২ বিভাজ্য। সব সংখ্যাই ১ এবং সেই সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হয়। কিছু তা ছাড়া ২, ৩, ৪, ৬ দ্বারাও বিভাজ্য। এই ৬টি সংখ্যা ১২ এর গুণনীয়ক। এদের মধ্যে ১ এবং ১২ হল অপ্রকৃত গুণনীয়ক এবং অন্যগুলো হল প্রকৃত গুণনীয়ক।

নিচের সংখ্যাগুলির গুণনীয়ক নির্ণয় করুন।

১৮ এর গুণনীয়ক =

৫১ এর গুণনীয়ক =

৬৬ এর গুণনীয়ক =

লক্ষ্য করুন তো উপরের তিনটি সংখ্যার আলোচ্য গুণনীয়ক সেটের মধ্যে এমন কোন গুণনীয়ক আছে যারা সবার মধ্যেই আছে? সেগুলোর চারিদিকে বৃত্ত চিহ্ন দিন। লক্ষ্য করুন ১৮, ৫১, ৬৬ এর মধ্যে ১ এবং ৩ এ দুটি গুণনীয়ক সবার মধ্যেই আছে। এদের বলা হয় সাধারণ গুণনীয়ক। এবার দেখুন তো এই সাধারণ গুণনীয়ক দুটির মধ্যে বড় কোনটি? অবশ্যই ৩।

গ.সা.গু – শব্দটির অর্থ হল গরিষ্ঠ (বৃহত্তম) সাধারণ গুণনীয়ক। অর্থাৎ সংখ্যাগুলির যতগুলি সাধারণ গুণনীয়ক হবে তাদের মধ্যে সর্বাপেক্ষা বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে তাদের গ.সা.গু।

কি প্রয়োজন গ.সা.গু-এর। ধরা যাক আপনার কাছে ১৮টি আম ৫১টি লিচু আর ৬৬টি কলা আছে। আপনাকে বলা হল সর্বোচ্চ কত জনের মধ্যে এগুলো ভাগ করে দিলে কাটাকাটির ঝামেলা হবে না। একটু ভেবে দেখুন তো? – হ্যাঁ ৩ জনের মধ্যে।

ধরুন তিনটি ড্রামে দুধ আছে যথাক্রমে ৬, ১২ এবং ১৮ লিটার। সর্বাধিক কত লিটার মাপের কলসি দিয়ে দুধ মাপলে সবচেয়ে তাড়াতাড়ি বা কম বারে দুধ মাপা যাবে? – হ্যাঁ ৬ লিটার লক্ষ্য করুন:

স্কুল অব এডুকেশন

৬ এর গুণনীয়ক	১, ২, ৩, ৬
১২ এর গুণনীয়ক	১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২
১৮ এর গুণনীয়ক	১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮

এদের সাধারণ গুণনীয়ক ১, ২, ৩, ৬ ; কিন্তু গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক ৬ অর্থাৎ গ.সা.গু = ৬

আসুন এবার গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি আলোচনা করা যাক। আপনি অবশ্য বিভিন্ন পদ্ধতিতে গ.সা.গু নির্ণয় করতে পারেন। প্রাথমিক স্তরে তিনটি পদ্ধতিতে গ.সা.গু নির্ণয়ের কথা বরা হয়েছে তা হল:

১. পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

সংখ্যাগুলির গুণনীয়ক গুলি সাজিয়ে পর্যবেক্ষণ দ্বারা সরাসরি গ.সা.গু নির্ণয়। উপরের উদাহরণ দুটি পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে গ.সা.গু নির্ণয় করা হয়েছে। নিচে আরও একটি উদাহরণ দেয়া হল।

উদাহরণ- ১: ১২, ২৪, ও ৫৪ এর গ.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান:	১২ এর গুণনীয়ক :	১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২
	২৪ এর গুণনীয়ক :	১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ২৪
	৫৪ এর গুণনীয়ক :	১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮, ২৭, ৫৪
	দেখা যাচ্ছে ১২, ২৪, ৫৪ এর গ.সা.গু = ৬	
	নির্ণয় গ.সা.গু = ৬	
	উত্তর: ৬।	

২. মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদকের) সাহায্যে গ.সা.গু নির্ণয়

ছোট ছোট সংখ্যার গ.সা.গু নির্ণয়ে পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়। কিন্তু যে ক্ষেত্রে কোন সংখ্যার গুণনীয়কের সংখ্যা অত্যধিক হয় তখন এই পদ্ধতি সুবিধাজনক হয় না। সে ক্ষেত্রে সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদক নির্ণয় করে গ.সা.গু নির্ণয় করতে হয়। একক আয়তনের কোন বস্তুর ভরই হচ্ছে তার ঘনত্ব।

গ.সা.গু = সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলির গুণফল

উদাহরণ- ২: ৪৮, ৭২ ও ১২০ এর গ.সা.গু নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 48 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 72 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 120 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

দেখা যাচ্ছে সংখ্যাগুলির সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলি হচ্ছে ২, ২, ২, ৩

$$\therefore \text{নির্ণয় গ.সা.গু} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

উত্তর: ২৪

গ.সা.গু হল সাধারণ মৌলিক উৎপাদক গুলির ধারাবাহিক গুণফল

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর কোন সাধারণ উৎপাদক না থাকলে তাদের গ.সা.গু = ১

৩. ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে গ.সা.গু নির্ণয়

গ.সা.গু নির্ণয়ের সব চাইতে সহজ পদ্ধতি হল ভাগ প্রক্রিয়া। একে ইউক্লিডের বা প্রচলিত পদ্ধতিও বলা হয়। এ ক্ষেত্রে দুটি সংখ্যা থাকলে ক্ষুদ্রতরটি দ্বারা বৃহত্তরটিকে ভাগ করা হয়। যে ভাগশেষ থাকে তা দিয়ে ক্ষুদ্রতরটি বা ভাজকটিকে ভাগ করা হয় এভাবে ক্রমান্বয়ে ভাগ করতে করতে যে ভাজকটি দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না সেটিই নির্ণেয় গ.সা.গু হয়। উদাহরণটি দেখুন।

উদাহরণ- ৩: ১৫ ও ৮১ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{r} \text{সমাধান:} \quad 15)81(5 \\ \underline{75} \\ 61 \\ \underline{60} \\ 12 \\ \underline{9} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় গ. সা. গু. = ৩

উদাহরণ- ৪: ২৪৭, ৪৪২ ও ৭১৫ এর গ.সা.গু নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{r} 247)442(1 \\ \underline{247} \\ 195)247(1 \\ \underline{195} \\ 52)195(3 \\ \underline{156} \\ 39)52(1 \\ \underline{39} \\ 13)39(3 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

২৪৭ এর ১৯৫ এর গ.সা.গু = ১৩

স্কুল অব এডুকেশন

আবার, $13)915(55$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \hline 65 \\ \hline 65 \\ \hline 0 \end{array}$$

\therefore নির্ণেয় গ. সা. গু. = 13

উত্তর: 13।

অনুশীলনী

লক্ষ করুন

- পর পর ভাগ প্রক্রিয়ায় গ.সা.গু নির্ণয় করা হয়েছে
- প্রথম পর্যায়ে ছোট সংখ্যাটি দিয়ে বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করা হয়, একটি ভাগশেষ থাকে।
- দ্বিতীয় পর্যায়ে এই ভাগশেষ দ্বারা প্রথম ভাজককে ভাগ করা হয় আবার ভাগশেষ থাকে
- এভাবে ভাগ করতে করতে সর্বশেষ পর্যায়ের ভাজক (অর্থাৎ যে পর্যায়ে ভাগশেষ 0 হয়) টাই গ.সা.গু
- প্রথম দুটি সংখ্যার গ.সা.গু দিয়ে পরবর্তী সংখ্যাটি একই ভাবে ভাগ করতে হয়

প্রত্যেক ভাগ প্রক্রিয়ার, ভাজ্য, = ভাগফল \times ভাজক + ভাগশেষ।

মন্তব্য: গ.সা.গু নির্ণয়ের এই প্রক্রিয়াকে ইউক্লিডীয় পদ্ধতি বলে। প্রদত্ত সংখ্যাগুলো বড় হলে ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় গ.সা.গু নির্ণয় করা সুবিধা জনক।

কতগুলি সংখ্যার সাধারণ অখচ গরিষ্ঠ গুণনীয়কই সংখ্যাগুলির গ.সা.গু। বিভিন্ন পদ্ধতিতে গ.সা.গু নির্ণয় করা যায়। তন্মধ্যে পর্যবেক্ষণ, উৎপাদক এর ইউক্লিডীয় বা ভাগ পদ্ধতিই প্রচলিত।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ১

অ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ: আপনার নির্বাচিত উত্তরটি ক হলে একে (ক) বৃত্তায়িত করুন)

১. গ.সা.গু নির্ণয়ের কোন পদ্ধতি সকল ক্ষেত্রে সহজেই প্রয়োগ করা যায়?
 - ক. ভাগ প্রক্রিয়া
 - খ. পর্যবেক্ষণ প্রক্রিয়া
 - গ. মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া
 - ঘ. প্রক্রিয়া খ এবং গ

আ) প্রশ্নমালা

১। মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে গ.সা.গু নির্ণয় করুন।

- ক) ২৫, ৩৫, ১২০
- খ) ৩৩, ৫৫, ১২১
- গ) ২৪, ৪০, ৯৬, ১২০
- ঘ) ২৫, ৫০, ১২৫, ১৭৫

২। ভাগ প্রক্রিয়ার গ.সা.গু নির্ণয় করুন।

- ক) ৭৬, ১৫২, ১৯০
- খ) ৩৩, ৫৫, ১২১
- গ) ১৩, ১৮৯, ২৯৭
- ঘ) ১৪০, ১৭৫, ২৪৫

৩। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৭২, ১৮০ ও ২৫২ কে ভাগ করলে কোন অবশেষ থাকবে না?



সঠিক উত্তর:

অ) ক

ল. সা. গু.

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি —

- ◆ ল.সা.গু বলতে কি বুঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- ◆ পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে ও উৎপাদক পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করতে পারবেন
- ◆ গাণিতিক সমস্যা সমাধানে ল.সা.গু ব্যবহার করতে পারবেন।

পড়ুন এবং করুন



এমন কতগুলি সংখ্যা বলুন ৫ দ্বারা যাদের ভাগ করা যায়, কোন অবশেষ থাকে না। যেমন ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ৩০। লক্ষ্য করুন এ ধরনের সংখ্যার প্রথমটি ৫ কিন্তু তার পর এদের কোন শেষ নাই। অসীম পর্যন্ত বাড়তেই থাকবে। আপনি ৭ এবং ৯ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা গুলো লিখুন তো:

৭ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা =

৯ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা =

দেখলেন তো এদের শেষ নাই। এদের বলা হয় গুণিতক। অর্থাৎ ৫ এর গুণিতক = ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ৩০, ৩৫, ৪০, ৪৫ ৭০ ইত্যাদি

৭ এর গুণিতক = ৭, ১৪, ২১, ২৮, ৩৫, ৪২, ৪৯, ৫৬, ৬৩, ৭০ . . . ইত্যাদি।

একটি সংখ্যার গুণিতক অসংখ্য হলেও সব চাইতে ছোট একটি সংখ্যা আছে। সে সংখ্যাটি অবশ্য সংখ্যাটি নিজেই। অর্থাৎ ৫ এর সর্ব লঘিষ্ঠ গুণিতক ৫, ৭ এর সর্ব লঘিষ্ঠ গুণিতক ৭। অতএব ৯ এর সর্ব লঘিষ্ঠ গুণিতক হবে ৯। এবার দেখুন এমন একটি গুণিতক ৭ এর এবং ৫ এর উভয়ের মধ্যেই আছে। হ্যাঁ এটি ৩৫। না এটাই শেষ নয় এর পর দেখা যাবে পরবর্তী সাধারণ গুণিতক ৭০ তার পর ১০৫ তার পর ১৪০ এভাবে চলতেই থাকবে। শেষ পাবেন না, পাওয়া যায় না। কিছু একটা ব্যাপারে শেষ পাওয়া যা তা হল, যদি বলি সাধারণ অথচ সর্ব লঘিষ্ঠ (ছোট) গুণিতক কোনটি? উত্তর হবে ৩৫। অর্থাৎ ৫ এবং ৭ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ৩৫। সংক্ষেপে ল.সা.গু ৩৫।

কি প্রয়োজন ল.সা.গু এর। ধরা যাক আপনার স্কুলে তিনটি শ্রেণীতে যথাক্রমে ২৪ জন ১৮ জন এবং ১২ জন ছাত্র আছে। কম পক্ষে কতটি চকলেট কিনলে তা না ভেঙ্গে তাদের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে? সমাধানটি ভাবুন।

২৪ জনকে না ভেঙ্গে দিতে হলে প্রয়োজন ২৪টি অথবা ৪৮টি অথবা ৭২টি অথবা ৯৬টি অথবা ১২০টি . . . ইত্যাদি অর্থাৎ সংখ্যাটি হবে ২৪ এর গুণিতক। একইভাবে ১৮ জনের ১৮ এর গুণিতক এবং ১২ জনের জন্য ১২ এর গুণিতক। তাহলে দেখুন:

২৪ এর গুণিতক : ২৪, ৪৮, ৭২, ৯৬, ১২০, ১৪৪ ইত্যাদি
 ১৮ এর গুণিতক : ১৮, ৩৬, ৫৪, ৭২, ৯০, ১০৮ ইত্যাদি
 ১২ এর গুণিতক : ১২, ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০, ৭২, ৮৪ ইত্যাদি

এদের মধ্যে লঘিষ্ঠ অথচ সাধারণ গুণিতকটি হল ৭২। অতএব নির্ণেয় সমাধান হবে ৭২টি চকলেট।

আসুন এবার ল.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলো আলোচনা করা যাক। আপনি অবশ্য বিভিন্ন পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করতে পাবেন। প্রাথমিক স্তরে তিনটি পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয়ের কথা বলা হয়েছে তা হল:

১. পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি

সংখ্যাগুলির গুণিতকগুলি সাজিয়ে পর্যবেক্ষণ দ্বারা সরাসরি ল.সা.গু নির্ণয়। উপরের উদাহরণ দুটিতে পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করা হয়েছে। নিচে আরও একটি উদাহরণ দেয়া হল।

উদাহরণ-১: ৪, ৮, ১৬ এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান: ৪ এর গুণিতক : ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪ ইত্যাদি
 ৮ এর গুণিতক : ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮ ইত্যাদি
 ১৬ এর গুণিতক : ১৬, ৩২, ৪৮, ৬৪, ৮০, ৯৬ ইত্যাদি

দেখা যাচ্ছে ৪, ৮, ১৬ এর ল.সা.গু = ১৬

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু = ১৬

উত্তর: ১৬।

২. মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদকের) সাহায্যে ল.সা.গু নির্ণয় পদ্ধতি

ছোট ছোট সংখ্যার ল.সা.গু নির্ণয় পর্যবেক্ষণ পদ্ধতিতে করা যায়। কিন্তু যে সব ক্ষেত্রে গুণিতকগুলির পার্থক্য বেশী এবং সংখ্যাগুলিও বড় সে ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি বেশ জটিল মনে হবে। সময়ও বেশি লাগবে। যে ক্ষেত্রে সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদক) থেকে ল.সা.গু নির্ণয় করা হয়।

এক্ষেত্রে সাধারণ গুণনীয়কগুলিকে একবার এবং বাকী গুণনীয়কগুলিকে তার/তাদের গুণফলের সঙ্গে নিয়ে গুণ করে ল.সা.গু পাওয়া যায়।

স্কুল অব এডুকেশন

উদাহরণ- ২: ২৪, ৩৬ ও ৪০ এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান: মৌলিক উৎপাদক করে পাই

$$২৪ = ২ \times ২ \times ২ \times ৩$$

$$৩৬ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৩$$

$$৪০ = ২ \times ২ \times ২ \times ৫$$

দেখা যাচ্ছে—

২৪ এর মৌলিক উৎপাদকে ২ তিনবার ও ৩ একবার আছে।

৩৬ = এর মৌলিক উৎপাদকে ২ দুইবার ও ৩ দুইবার আছে।

৪০ এর মৌলিক উৎপাদকে ২ তিনবার ও ৫ একবার আছে।

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = ২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৩ \times ৫ = ৩৬০$$

উত্তর: ৩৬০

*প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদকে ২ আছে সর্বাধিক ৩ বার, ৩ সর্বাধিক ২ বার ও ৫ একবার। কাজেই ২ তিনবার, ৩ দুইবার ও ৫ একবার নিয়ে ধারাবাহিক গুণ করে ল.সা.গু পাওয়া গেছে।

ল.সা.গু = প্রত্যেক সংখ্যাতে অবস্থিত সর্বাধিক সংখ্যক মৌলিক উৎপাদকগুলোর ধারাবাহিক গুণফল।

উদাহরণ- ৩: ২২, ৩৩ ও ৪৪ এর ল.সা.গু নির্ণয় কর

সমাধান: ২২ = ২ × ১১

$$৩৩ = ৩ \times ১১$$

$$৪৪ = ২ \times ২ \times ১১$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু} = ১১ \times ২ \times ২ \times ৩ = ১৩২$$

উত্তর: ১৩২।

অনুশীলনী

মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে ১৬, ২০ এবং ২৪ এর ল.সা.গু নির্ণয় করুন।

৩. সংক্ষিপ্ত বা প্রচলিত পদ্ধতিতে ল.সা.গু

ল.সা.গু নির্ণয়ের সবচাইতে সংক্ষিপ্ত এবং প্রচলিত পদ্ধতি হল ধারাবাহিক ভাগ প্রক্রিয়ায় সাধারণ উৎপাদক নির্ণয় এবং ভাজক ও ভাগশেষগুলির পর্যায়ক্রমিক গুণফল নির্ণয়। এক্ষেত্রে কমপক্ষে দুটি সংখ্যাকে ভাগ করা যায় এমন একটি সাধারণ উৎপাদককে ভাজক ধরে নেয়া যাবে।

এই পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করার নিয়ম হল প্রথমেই সংখ্যাগুলোকে পর পর এক লাইনে সাজিয়ে নিন। যেমন ১৬, ১৮, এবং ২৭ এর ল.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতি দেখান হল:

১৬, ১৮, ২৭, ৩৬

এবার ভেবে দেখুন কোন মৌলিক সংখ্যা দ্বারা (১ ছাড়া) সবগুলি বা কমপক্ষে ২টি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য। উক্ত সংখ্যাটি দ্বারা হ্রস্বভাগ প্রক্রিয়ায় সংখ্যাগুলির ভাগ করুন। এক্ষেত্রে ২ অথবা ৩ হতে পারে। লক্ষ্য করুন প্রথমে ২ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। এর দাগের নিচে ভাগফল অথবা অবিভাজ্য সংখ্যাটি লেখা হয়েছে। এর পর একই নিয়মে যথাক্রমে ২, ৩, ৩ দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। এর সর্বশেষ লাইনে ৪, ১, ৩, ১ সংখ্যাগুলি পাওয়া গেছে।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16, 18, 27, 36} \\ 2 \overline{) 8, 9, 27, 18} \\ 3 \overline{) 8, 9, 27, 9} \\ 3 \overline{) 8, 3, 9, 3} \\ 8, 1, 3, 1 \end{array}$$

এভাবে নিচে যখন পরপর মৌলিক অথবা ১ ছাড়া কোন সংখ্যা থাকবে না তখন ভাগ করা বন্ধ করুন। এবার বাম দিকের মৌলিক ভাজকগুলি এবং ভাগফলগুলি ধারাবাহিকভাবে গুণ করুন। গুণ করার পরে যে ফল হবে তাকেই প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু বলা হবে।

$$\text{এ ক্ষেত্রে ল.সা.গু} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 8 \times 3 = 8 \times 3 \times 2$$

এখানে একটি কথা মনে রাখতে হবে। এই প্রক্রিয়ায় ভাগ করার সময় অত্যন্ত সতর্ক থাকতে হবে। কারণ একটুও বেখেয়াল হলে সমাধান ভুল হয়ে যাবে। এই পদ্ধতিটিকে ইউক্লিডীয়ান পদ্ধতিও বলা হয়। আর একটি উদাহরণ দেখুন।

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 16, 18, 24, 32} \\ 8 \overline{) 8, 18, 6, 8} \\ 6 \overline{) 1, 18, 6, 2} \\ 1, 3, 1, 2 \end{array}$$

$$\text{উত্তর: } 8 \times 8 \times 6 \times 3 \times 2 = 576$$

কিন্তু উত্তরটি ভুল হয়েছে শুদ্ধ উত্তর হবে নিম্নরূপ:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16, 18, 24, 32} \\ 2 \overline{) 8, 9, 12, 16} \\ 2 \overline{) 8, 9, 6, 8} \\ 2 \overline{) 2, 9, 3, 8} \\ 3 \overline{) 1, 9, 3, 2} \\ 1, 3, 1 \end{array}$$

$$\text{নির্ণেয় ল.সা.গু} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 288$$

স্কুল অব এডুকেশন

শুদ্ধ উত্তর ২৮৮ অথচ একটু আগে আমরা উত্তর পেলাম ৫৭৬। তা হলে ভুল কোথায়? প্রথম সমাধানটি লক্ষ্য করুন। দেখবেন প্রথম বার আমরা ৪ দ্বারা ভাগ করেছিলাম ফলে মাত্র তিনটি সংখ্যা বিভাজ্য হয়েছে। অথচ ২ দ্বারা ভাগ করলে সবগুলি সংখ্যাই বিভাজ্য হয়। এটিই ভুলের কারণ। লক্ষ রাখতে হবে ভাজকটি যেন মৌলিক হয়। ৪ মৌলিক সংখ্যা নয়; ২ মৌলিক সংখ্যা। আরও লক্ষ্য রাখতে হবে ভাজকটি দ্বারা সম্ভাব্য সর্বাধিক সংখ্যক এবং কমপক্ষে দুটি সংখ্যা নিঃশেষে ভাগ করা যাবে। তবে কেবলমাত্র সবগুলি সংখ্যাই বিভাজ্য হলে কোন যৌগিক সংখ্যাকেও ভাজক ধরা যেতে পারে তাতে একাধিক বার ভাগ করার হাত থেকে মুক্তি পাওয়া যায়।

উদাহরণ- ৪: ১৬, ৩২, ৪০, ৪৮, ৬৪ ও ৯৬ এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধান:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16, 32, 40, 48, 64, 96} \\ 2 \overline{) 8, 16, 20, 24, 32, 48} \\ 2 \overline{) 4, 8, 10, 12, 16, 24} \\ 2 \overline{) 2, 4, 5, 6, 8, 12} \\ 2 \overline{) 1, 2, 5, 3, 4, 6} \\ 3 \overline{) 1, 1, 5, 3, 2, 3} \\ \underline{1, 1, 5, 1, 2, 1} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \\ &= 32 \times 3 \times 5 \times 2 \\ &= 960 \end{aligned}$$

উত্তর: ৯৬০।

উদাহরণ- ৫: কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করলে সংখ্যাটি ২২, ৩৩, ৪৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 22, 33, 44} \\ 11 \overline{) 11, 33, 44} \\ \underline{1, 3, 2} \end{array}$$

সমাধান: ২২, ৩৩, ৪৪ দিয়ে বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হবে এদের ল.সা.গু

$$\text{অতএব সংখ্যাগুলির ল.সা.গু} = 2 \times 11 \times 3 \times 2$$

$$\text{অর্থাৎ নির্ণেয় সংখ্যাটি} = 132 + 2 = 134$$

উত্তর: ১৩৪

একাধিক সংখ্যার সাধারণ অথচ লঘিষ্ঠ গুণিতকই সংখ্যাগুলির ল.সা.গু। বিভিন্ন পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করা যায়। তন্মধ্যে পর্যবেক্ষণ, উৎপাদক এবং প্রচলিত ভাগ বা ইউক্লিডীয় পদ্ধতি উল্লেখযোগ্য। ইউক্লিডীয় পদ্ধতি সংক্ষিপ্ত এবং সহজ। তাই এটি বহুল ব্যবহৃত বা প্রচলিত।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ২

- ১। মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে ল.সা.গু নির্ণয় করুন।
ক) ৬, ৮, ১২ খ) ২০, ৫০, ৬০
গ) ২৪, ৪৮, ৯৬ ঘ) ৩০, ৩৬, ৬০
- ২। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ল.সা.গু নির্ণয় করুন।
ক) ১৪, ৩৩, ১০৫ খ) ২০, ৪৮, ৬৪, ৯০
গ) ৪৮, ৭২, ১০৮, ১২০ ঘ) ৩৫, ৫৫, ১৬৫, ২৩১
- ৩। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১৬, ৩২, ৪৮, ৬৪ ও ৯৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য?
- ৪। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা থেকে ৭ বিয়োগ করলে নিয়োগ ফল ৯, ২৭, ৫৪ দ্বারা বিভাজ্য?
- ৫। ৫টি ঘন্টা প্রথমে একত্রেবেজে পরে যথাক্রমে ৩, ৬, ১২, ১৫ ও ৩০ সেকেন্ড অন্তর অন্তর বাজতে থাকে। কতক্ষণ পর পুনরায় ঘণ্টাগুলো একত্রে বাজবে?