ইউনিট ৮: সিদ্ধান্তমূলক পরিসংখ্যান

পরিমাণগত বা গুণগত যে কোন ধরনের উপাত্ত বিশ্লেষণের উদ্দেশ্য হল প্রয়োজনীয় ও ব্যবহারোপযোগী সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা। কোন সমস্যার উত্তর অনুসন্ধান, কোন চলক বা ভেরিয়্যাবলের প্রভাব পর্যবেক্ষণ, দুই বা ততোধিক দলের মধ্যে অর্থবহ পার্থক্য নিরূপণ অথবা কোন অনুমিত সিদ্ধান্ত যাচাই করে তা গ্রহণ বা বর্জন ইত্যাদি কাজের জন্য সিদ্ধান্তমূলক পরিসংখ্যান অপরিহার্য। এই ইউনিটে গবেষকগণ কর্তৃক বহুল ব্যবহৃত সিদ্ধান্তমূলক পরিসংখ্যানের উপর ৪টি পাঠ উপস্থাপন করা হয়েছে। এই ইউনিটের পাঠগুলো হল:

পাঠ- ৮.১: পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক পরিসংখ্যান: ধারণা

উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি–

- পরামাত্রিক টেস্ট সংজ্ঞায়িত করতে পারবেন;
- অপরামাত্রিক টেস্ট সংজ্ঞায়িত করতে পারবেন;
- পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক টেস্টের মধ্যে পাথর্ক্য নিদের্শ করতে পারবেন এবং

গবেষকগণ তথ্যবিশ্ব বা সমগ্রক হতে যেসব নমুনা সংগ্রহ করেন সেগুলো সম্পর্কে ব্যাখ্যা বা সিদ্ধান্ত প্রদানের বেলায় সাধারণত কিছু পরিসংখ্যানিক টেস্ট ব্যবহার করে থাকেন। এই টেস্টগুলোকে পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক এই দুই শ্রেণিতে ভাগ করা যায়। পরামাত্রিক টেস্টের বেলায় যে তথ্যবিশ্ব বা সমগ্রক হতে নমুনা চয়ন করা হয় তার মান বা মাত্রা (parameter) সম্পর্কে কিছু সুনির্দিষ্ট শর্ত থাকে। পরামাত্রিক টেস্টের উদাহরণ হল **t-test, z-test** এবং **F test ।**

অপরপক্ষে, অপরামাত্রিক টেস্টর ক্ষেত্রে গবেষক যে তথ্যবিশ্ববা সমগ্রক হতে নমুনা চয়ন করেন তার মাত্রা বা প্যারামিটার সম্পর্কে কোন সুনির্দিষ্ট শর্ত থাকে না। এ ধরনের টেস্ট বণ্টনমুক্ত বা distribution free। কাইবর্গ বা (χ^2) টেস্ট হল একটি বহুল ব্যবহৃত অপরামাত্রিক টেস্ট। নিচে এই দুই প্রকারের টেস্টের মূল পাথর্ক্য দেখানো হল।

পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক টেস্টের পাথর্ক্য

পরামাত্রিক	অপরামাত্রিক
১। যে সমগ্রক হতে নমুনা সংগৃহ করা হয় তার সম্পর্কে পূর্ব ধারণা থাকে।	১। যে তথ্যবিশ্ব বা সমগ্রক হতে নমুনা সংগৃহ করা হয় তার সম্পর্কে পূর্ব ধারণা থাকার বাধ্যবাধকতা নেই।
২। স্বাভাবিক সম্ভাবনা বণ্টন তত্ত্বের উপর নির্ভর করে।	২। কোন বণ্টন তত্ত্বের উপর নির্ভর করে না।
৩। কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপ হিসেবে গড় বা মিন ব্যবহার করে।	৩। কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপ হিসেবে মিডিয়ান বা মধ্যক ব্যবহার করে।
৪। সমগ্রকের মাত্রা সম্বন্ধে কতগুলো বিশেষ অনুমিতি বা assumption থাকে।	৪। কিছু অনুমিতির উপর নিভর্রশীল হলেও এগুলো পরামাত্রিক টেস্টের মত জটিল অনুমিতি নয়। ব্যবহার করা সুবিধাজনক।
৫। অপরামাত্রিক টেস্টের তুলনায় শক্তিশালী।	৫। গাণিতিক হিসাব পরামাত্রিক টেস্টের চেয়ে সরল।

পরামাত্রিক টেস্ট ব্যবহার করতে হয়, যখন–

- জোরালো পরিসংখ্যানিক যাচাইয়ের মাধ্যমে প্রাপ্ত ফল যথেষ্ট তাৎপর্যপূর্ণ দেখানোর প্রয়োজন হয়;
- যে সব তথ্য বিশ্ব হতে নমুনা সংগ্রহ করা হবে তাদের ভেদাঙ্ক একই হয়;
- চলকগুলো অনুপাত ভিত্তিক স্কেলে প্রকাশ করা থাকে।

অপরামাত্রিক টেস্ট প্রয়োগ করতে হয়, যখন–

- গবেষণার উপাত্তগুলোর প্রতিনিধিত্ব করার জন্য মধ্যক (মিডিয়ান) ব্যবহার করা হয়,
- উপাত্তগুলো ক্রমভিত্তিক বা সারিবদ্ধ সংখ্যায় প্রকাশিত হয়,
- নমুনার আকার খুব ছোট হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৮.১

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক টেস্টের মধ্যে প্রধান পাথক্য কি?

২। পরামাত্রিক ও অপরামাত্রিক উভয় প্রকার টেস্টের উদাহরণ দিন।

৩। পরামাত্রিক টেস্ট কোন ধরনের বণ্টন তত্ত্বের উপর নির্ভর করে?

রচনামূলক প্রশ্ন

১। কোন কোন ক্ষেত্রে অপরামাত্রিক টেস্ট ব্যবহার করা হয়?

পাঠ ৮.২: কাইবর্গ টেস্ট (χ^2 -টেস্ট)

উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি–

- কাইবর্গ টেস্ট সংজ্ঞায়িত করতে পারবেন;
- কাইবর্গ টেস্টের সূত্র লিখতে পারবেন এবং
- কাইবর্গ টেস্ট প্রয়োগের ক্ষেত্র উল্লেখ করতে পারবেন।

গুরুত্বপূর্ণ অপরামাত্রিক বা নন-প্যারামেট্রিক পরীক্ষাগুলোর একটি হল কাইবর্গ টেস্ট (Chi-square test)। এটি দৈবচয়িত উপাত্তের দুইটির অধিক চলক (ভেরিয়েবল) তুলনা করার কাজে ব্যবহৃত হয়। নাস্তি প্রকল্প বা Null hypothesis-এর উপর ভিত্তি করে প্রত্যাশিত ফ্রিকোয়েন্সি গণনা করা হয়। প্রকৃত মান এবং প্রত্যাশিত মানের পার্থক্যের উপর ভিত্তি করে নাস্তি প্রকল্প (Null অনুমান) গ্রহণ বা প্রত্যাখ্যান করা হয়।

দুই ধরনের কাই বর্গ টেস্ট আছে। উভয় ক্ষেত্রেই ভিন্ন ভিন্ন উদ্দেশ্যে কাই বর্গ পরিসংখ্যান ব্যবহার করা হয়। একটি হল "খাপ খাওয়ানোর উৎকর্ষতা যাচাই বা test for goodness of fit। এক্ষেত্রে নমুনা বা উপাত্ত সমগ্রকের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ কিনা তা যাচাই করা হয়।

অপরটি হল চলকের অনপেক্ষতা যাচাই বা test for independence.

যখন কোন একটি চল বা চলক অপর কোন চলক দ্বারা প্রভাবিত হয় না তখন তাকে অনপেক্ষ চলক বলে। এক্ষেত্রে কাই বর্গ টেস্ট দুইটি চলকের মধ্যে সম্পর্কের মাত্রা পরিমাপ করে না; বরং কোন দৈব নিয়ামক বা নমুনাজনিত ত্রুটির কারণে দুইটি চলকের মধ্যে যে আপাত সম্পর্ক প্রতীয়মান হয় তার একটি অনুমান প্রদান করে।

কাইবর্গ টেস্টের পরিসংখ্যানটি খুব ছোট হলে বোঝায় যে পর্যবেক্ষণকৃত ডেটা এবং প্রত্যাশিত ডেটা অত্যন্ত ভালভাবে সামঞ্জস্যপূর্ণ। অন্য কথায়, এদের মধ্যে একটি তাৎপর্যপূর্ণ সম্পর্ক আছে। কাইবর্গ টেস্টের মান বা পরিসংখ্যানটি খুব বড় হলে বোঝায় যে পর্যবেক্ষণকৃত ডেটা এবং প্রত্যাশিত ডেটা খুব ভালভাবে সামঞ্জস্যপূর্ণ নয় বা অন্য কথায়, এদের মধ্যে কোন তাৎপর্যপূর্ণ সম্পর্ক নেই।

কাইবর্গ টেস্টের সূত্রটি নিম্নরূপ-

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

এখানে,

fo = পর্যবেক্ষিত বা প্রাপ্ত ঘটনসংখ্যা বা observed frequency

fe = প্রত্যাশিত ঘটনসংখ্যা বা expected frequency।

এবার আমরা দুই একটি সহজ ক্ষেত্রে কাইবর্গ টেস্ট ব্যবহার করব।

এসএসসি পাশ ১৫০ জন শিক্ষার্থীকে ''বিজ্ঞান'', ''বাণিজ্য'' এবং ''কলা'' তিনটি শাখার মধ্যে কোনটিতে তারা পড়তে ইচ্ছুক প্রশ্ন করা হলে তারা নিম্নরূপ উত্তর করল।

fo	বিজ্ঞান	বাণিজ্য	কলা
	৩৫	৫৫	৬০

এখানে, fo হচ্ছে পর্যবেক্ষিত ফ্রিকোয়েন্সী।

মনে করুন, শিক্ষার্থীদের ''শিক্ষা গ্রুপ'' পছন্দের ব্যাপারে অর্থবহ পাথর্ক্য আছে কিনা তা একজন গবেষক যাচাই করতে চান। এক্ষেত্রে χ^2 -টেস্ট ব্যবহার করে শিক্ষার্থীদের গ্রুপ পছন্দের মধ্যে অর্থবহ পাথর্ক্য আছে কিংবা নেই তা যাচাই করা সম্ভব।

আমরা দেখতে পাচ্ছি, *fo* বা পর্যবেক্ষিত ফ্রিকোয়েন্সী দেওয়া আছে। আমাদের *fe* বা প্রত্যাশিত ফ্রিকোয়েন্সী বের করতে হবে।

আমরা একটি নাস্তি প্রকল্প ধরে নিচ্ছি যে, গ্রুপ পছন্দ করার বিষয়ে শিক্ষার্থীদের মধ্যে কোন পার্থক্য ছিল না অর্থাৎ প্রত্যেক শিক্ষার্থীর যে কোন গ্রুপ পছন্দ করার সমান সম্ভবনা ছিল। সুতরাং প্রত্যাশিত ফ্রিকোয়েন্সী হল–

$$fe = \frac{35+55+60}{3} = ৫০$$

	fo	*fe*	*fo - fe*	$(fo - fe)^2$	$(fo - fe)^2 / fe$
বিজ্ঞান	৩৫	৫০	--১৫	২২৫	৪.৫
বাণিজ্য	৫৫	৫০	৫	২৫	০.৫
কলা	৬০	৫০	১০	১০০	২.০
				মোট=	৭.০

সুতরাং সূত্রে বসিয়ে পাই– $\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = ৭.০$

এখন নাস্তি প্রকল্প গ্রহণ বা বর্জন করার জন্য এবার এই যাচাই পরিসংখ্যানের স্বাধীনতা মাত্রা বা degrees of freedom (df) বের করতে হবেঃ

স্বাধীনতা মাত্রা বা df = (r - 1) (c - 1);

এখানে, r = row বা সারি সংখ্যা এবং c = column বা স্তম্ভ সংখ্যা

সুতরাং *df* = (২ - ১) (৩ - ১) = ১×২ = ২

যে কোন পরিসংখ্যানের পাঠ্যবই এ χ^2 এর ক্রান্তিমান দেওয়া থাকে। যে সমস্ত অর্থর্বহতায় এই মান দেওয়া থাকে তা হচ্ছে ১% বা ০.০১ মাত্রা এবং ৫% বা ০.০৫ মাত্রা। নাস্তি প্রকল্প যাচাই কাজে ০.০৫ মাত্রা এবং ০.০১ মাত্রা এই দুইটির যে কোন একটি ব্যবহৃত হয়।

আমরা বর্তমান পরীক্ষণের ক্ষেত্রে ০.০৫ অর্থবহতার মাত্রা ব্যবহার করব। পরিসংখ্যানের বইয়ে অর্থবহতার মাত্রা ০.০৫ এবং স্বাধীনতার মাত্রা ২ এর জন্য χ^2 এর ক্রান্তি মান হল ৫.৯৯। আমাদের উদাহরণ হতে χ^2 এর নির্ণিত মান হল ৭.০০।

সুতরাং প্রাপ্ত মান (৭.০০) > ক্রান্তি মান (৫.৯৯)

যেহেতু ক্রান্তিমানের চেয়ে প্রাপ্ত মান বড়, তাই আমরা বলব গ্রুপ পছন্দের ব্যাপারে শিক্ষার্থীদের যে মতামত আমরা দেখলাম তার মধ্যে অর্থবহ পার্থক্য রয়েছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৮.২

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১. কাইবর্গ টেস্টের মাধ্যমে কোন ধরনের তথ্য প্রকাশ করা সম্ভব?

২. স্বাধীনতা মাত্রা বলতে কি বোঝায়?

৩. ক্রান্তি মান বলতে কি বোঝায়?

৪. কাইবর্গ টেস্টের মান যদি অর্থবহ হয় তবে সম্ভাবনা প্রকল্প সম্পর্কে কোন ধরনের সিদ্ধান্ত গৃহীত হবে?

রচনামূলক প্রশ্ন

১. কাইবর্গ টেস্ট কত ধরনের হয়? এদের মধ্যে পার্থক্য কী?

পাঠ ৮.৩: *t*-টেস্ট

উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি-

- t-টেস্টের উপযোগিতা বর্ণনা করতে পারবেন;
- t-টেস্ট প্রয়োগের ক্ষেত্র উল্লেখ করতে পারবেন;
- অনপেক্ষ দল, সমকক্ষ দল ও সহ-সম্পর্কযুক্ত দল কী তা বলতে পারবেন;
- সহ-সম্পকর্যুক্ত দলের ক্ষেত্রে t-টেস্টের প্রয়োগ দেখাতে পারবেন।

কোন তথ্যবিশ্ব বা সমগ্রক (population) হতে সংগৃহীত দুইটি পৃথক নমুনার গড় মানের মধ্যে অর্থবহ পার্থক্য আছে কিনা তা যাচাই করতে t-টেস্ট ব্যবহার করা হয়। এছাড়া এ টেস্ট দ্বারা নমুনার গড় মানের সাথে সমগ্রকের অনুমিত (হাইপোথেটিকাল) গড় মানের কোন অর্থবহ পার্থক্য আছে কিনা তাও যাচাই করা সম্ভব হয়। সাধারণত ছোট আকারের নমুনা সম্পর্কে ব্যাখ্যা ও সিদ্ধান্ত প্রদান করতে t-টেস্ট ব্যবহার করা হয়। নমুনার আকার ৩০ এর চেয়ে বড় হলে *z*-টেস্ট ব্যবহার করা হয়।

t- টেস্টের সূত্রটি নিম্নরূপ:

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SE_D}$$

এখানে,

M_1 =১ম নমুনা দলের গড়

M_2 =২য় নমুনা দলের গড়

SE_D=দুইটি নমুনা গড়ের পার্থক্যের প্রামাণ্য ত্রুটি (standard error)

যে দুইটি দলের গড়ের মধ্যকার পাথর্ক্য অর্থবহ কিনা পরীক্ষা করে দেখা হবে তাদের আন্তঃসম্পর্ক তিন প্রকারের হতে পারে:

- **সহ-সম্পর্কযুক্ত***:* সহ-সম্পর্কযুক্ত দল বলতে সে ধরনের দল বোঝায় যাদের মধ্যে যে বিষয় বা দিকের কারণে t-টেস্ট পরিমাপ করা হবে সে বিষয়ে প্রতি জোড়ার মধ্যে কিছু পরিমাণ সহ-সম্পর্ক থাকে।
- **অনপেক্ষ***:* দুইটি দলকে তখনই অনপেক্ষ বলা হয় যখন এদের মধ্যে কোন সহ-সম্পর্ক থাকে না।

- **সমকক্ষ:** সমকক্ষ দল হল সেই দুইটি দল যাদের মৌল সংখ্যা সমান হবে। অর্থাৎ বিদ্যালয়ে কোন বিষয়ের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের ভিত্তিতে সমকক্ষ দল গঠন হলে এক দলের প্রত্যেক ব্যক্তির সমকক্ষ ব্যক্তি অন্য দলে থাকতে হবে।

আন্তসম্পর্ক অনুসারে প্রতিটি দলের জন্য SE_D এর গঠন ভিন্ন হবে।

আমরা এই পাঠে শুধুমাত্র সহ-সম্পর্কযুক্ত দলের জন্য t-টেস্টের প্রয়োগ দেখব।

নিচের সারণীতে কিছু গাণিতিক তথ্য রয়েছে। এগুলো ব্যবহার করে আমাদের চিহ্নিত শিক্ষার্থী দলের প্রারম্ভিক পরীক্ষা ও চূড়ান্ত পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গড়ের মধ্যে কোন অর্থবহ পাথর্ক্য আছে কিনা তা খুঁজে দেখতে হবে।

	পরীক্ষা	
	প্রারম্ভিক	চূড়ান্ত
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	20	20
গড় স্কোর	$M_1 = 36.30$	$M_2 = 40.60$
আদর্শ বিচ্যুতি	$s_1 = 4.50$	$s_2 = 2.30$
সংশ্লেষাঙ্ক	$r = 0.80$	

আমরা জানি, $t = \frac{M_1 - M_2}{SE_D}$

সহ-সম্পর্কযুক্ত দলের ক্ষেত্রে SE_D এর মানঃ

$$SE_D = \left[\frac{S_1{}^2}{n_t} + \frac{S_2{}^2}{n_2} + 2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{n_1}} \times \frac{S_2}{\sqrt{n_2}}\right)\right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{(4.50)^2}{20} + \frac{(2.30)^2}{20} + 2 \times 0.80\left(\frac{4.50}{\sqrt{20}} \times \frac{2.30}{\sqrt{20}}\right)\right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{20.25}{20} + \frac{5.29}{20} + 1.60(1.01 \times 0.51)\right]^{1/2}$$

$$= (2.10)^{1/2} = 1.42$$

$M_1 - M_2 = 36.30 - 40.60 = -4.30$, এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন অগ্রাহ্য করা যায়।

$$t = \frac{M_1 - M_2}{SE_D} = \frac{4.30}{1.42} = 3.02$$

ক্রান্তিমানের সাথে তুলনা করার আগে স্বাধীনতা মাত্রা বা degrees of freedom বের করতে হবে।

$$df = n_2 - 1 = n_1 - 1 = 19$$

সারণী হতে দেখা যায়, ১৯ স্বাধীনতা মাত্রায় ০.০৫ স্তরে t-এর ক্রান্তি মান হল ২.০৯৩।

সুতরাং t -এর হিসাবকৃত ক্রান্তি মান ৩.০২, সারণীতে প্রদত্ত ক্রান্তিমান ২.০৯৩ এর চেয়ে বড়। তাই আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে, এই ২০ জন শিক্ষার্থীর উল্লেখিত বিষয়ের প্রারম্ভিক ও চূড়ান্ত পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বরের গড়ের মধ্যে অর্থবহ পার্থক্য রয়েছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৮.৩

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। সহ-সম্পর্কযুক্ত দলের ক্ষেত্রে হিসাব করার সময় স্বাধীনতা মাত্রা কিভাবে নির্ণয় করবেন।

২। সহ-সম্পর্কযুক্ত দল বলতে কি বুঝায়?

৩। দুইটি দলের গড় স্কোরের মধ্যে অর্থবহ পার্থক্য থাকলে কি বুঝতে হবে?

গাণিতিক সমস্যা

নিচের সারণীর তথ্য অবলম্বনে t-এর মান নির্ণয় করুন।

দল ১	দল ২
$n_1 = 16$ $m_1 = 26$ $s_1 = 2.31$	$n_2 = 16$ $m_2 = 29$ $s_2 = 2.50$
$r = 64$	

গাণিতিক সমাধান

প্রথমে সারণির তথ্য যথাযথ ব্যবহার করে SE_D–এর মান বের করতে হবে

$$SE_D = \left[\frac{S_1^{\ 2}}{n_t} + \frac{S_2^{\ 2}}{n_2} + 2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{n_1}} \times \frac{S_2}{\sqrt{n_2}}\right)\right]^{1/2}$$

$$\left[\frac{(2.31)^2}{16} + \frac{(2.50)^2}{16} + 2 \times 0.64\left(\frac{2.31}{\sqrt{16}} \times \frac{2.50}{\sqrt{16}}\right)\right]^{1/2}$$

$$= 1.09$$

আদর্শ সারণী হতে ক্রান্তি মান খুঁজে বের করার জন্য আমাদের স্বাধীনতা মাত্রা বা degrees of freedom বের করতে হবে।

$$df = (n_1 - 1) = (n_2 - 1) = 16 - 1 = 15$$

১৫ স্বাধীনতা মাত্রায় ০.০৫ অথর্বহতার মাত্রা অনুযায়ী t-এর ক্রান্তি মান ২.৯৫।

হিসাবকৃত t-এর মান ১.০৯।

দেখা যাচ্ছে, ক্রান্তি মান ২.৯৫ এর চেয়ে হিসাবকৃত মান ১.০৯ ছোট। সুতরাং, বলা চলে যে, দুই দলের পরীক্ষার নম্বরের গড়ের মধ্যে যে পার্থক্য রয়েছে তা অর্থবহ নয়।

পাঠ ৮.৪: F-টেস্ট

উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি-

- F-টেস্ট কী তা বলতে পারবেন;
- F-টেস্টের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- শিক্ষা গবেষণার ক্ষেত্রে F-টেস্টের প্রয়োগ দেখাতে পারবেন।

একই তথ্যবিশ্ব হতে সংগৃহীত দুইটি নমুনা দলের গড় দুইটির মধ্যে অর্থপূর্ণ বা তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য আছে কিনা তা নিরূপণ করতে t-টেস্ট ব্যবহার করা হয়। অন্যদিকে F-টেস্ট ব্যবহার করা হয় দুইটি নমুনা দলের বিষমতা বা ভেদাঙ্ক (variance) একই রকম কিনা তা নিরূপণ করার কাজে। F-টেস্ট হল ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণের (Analysis of Variance বা ANOVA) এক গুরুত্বপূর্ণ পর্যায়।

আমরা প্রথমে জেনে নেই F অনুপাত কাকে বলে। একই তথ্যবিশ্ব হতে সংগৃহীত দুইটি নমুনা দলের ভেদাঙ্কের অনুপাতকে F বলা হয়।

যদি নমুনা সংগ্রহে কোন ত্রুটি না থাকে তবে আমরা বলতে পারব যে নমুনা দুইটি পরস্পরের অনপেক্ষ,

অর্থাৎ $S_1^2 = \sigma^2 = S_2^2$, অর্থাৎ $S_1^2 = S_2^2$

এবার, $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$

দেখা যাচ্ছে, যদি $S_1^2 = S_2^2$ হয়, তাহলে F = ১ হবে। তবে বাস্তব অবস্থায় $S_1^2 \neq S_2^2$, অতএব ভেদাঙ্কের মান ০ (শূন্য) হতে $\propto$ (অসীম) পর্যন্ত হতে পারে।

স্বাধীনতা মাত্রা:

প্রথম নমুনা দলে উপাত্ত সংখ্যা N_1 এবং দ্বিতীয় নমুনা দলে উপাত্ত সংখ্যা N_2 হলে স্বাধীনতা মাত্রা হবে:

$(N_1 - 1)$ এবং $(N_2 - 1)$ এর অনুপাত। অর্থাৎ যদি $N_1 = 10$ এবং $N_2 = 10$ হয় তবে F অনুপাতের 9 স্বাধীনতা মাত্রার একটি লব ভেদাঙ্ক থাকবে এবং 9 স্বাধীনতা মাত্রার একটি হর ভেদাঙ্ক থাকবে।

$$F \text{ এর স্বাধীনতা মাত্রা} = \frac{N_1 - 1}{N_2 - 1} = \frac{9}{9}$$

গাণিতিকভাবে প্রথমে F অনুপাতের মান হিসেবে করতে হয়। তারপর সারণী বা টেবল (table) হতে লব ও স্বাধীনতা মাত্রা অনুসারে ০.০৫ অথবা ০.০১ অর্থবহতার মাত্রা অনুসারে F এর আদর্শ মান খুঁজে দুইটি মানের তুলনা করতে হয়।

উদাহরণ:

মনে করি কোন একটি তথ্যবিশ্ব হতে আমরা ৫ আকারের ($N_1 = N_2 =$ ৫) দুইটি নমুনা নির্বাচন করলাম। এই দুইটি দলের ভেদাঙ্ক পেলাম যথাক্রমে $S_1^2 =$ ১.৯৫ এবং $S_2^2 =$ ৩.০০।

$$\therefore \ F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1.95}{3.00} = .৬৫$$

স্বাধীনতা মাত্রার অনুপাত হল $= \dfrac{N_1 - 1}{N_2 - 1} = \dfrac{5-1}{5-1} = \dfrac{4}{4}$

এই অনুপাতে এবং ০.০১ অর্থবহতার মাত্রায় F সারণী (Table) অনুসারে F অনুপাতের আদর্শ মান হল ১৬.০।

দেখা যাচ্ছে যে, ০.৬৫ <১৬.০, সুতরাং বলা যায় F এর হিসাবকৃত মান অর্থবহ নয়, অর্থাৎ S_1^2 এবং S_2^2 এর মধ্যকার পাথর্ক্য অর্থবহ নয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৮.৪

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। F অনুপাত বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা করুন।

২। F অনুপাতের স্বাধীনতা মাত্রা কিভাবে বের করা হয়?

৩। প্রমাণ করুন যে, নিচের নমুনা দুটির আদর্শ বিচ্যুতির মধ্যে কোন তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য নেই এবং নমুনা দুটি একই সমগ্রক হতে নেওয়া হয়েছে।

	নমুনা-১	নমুনা-২
উপাত্ত সংখ্যা	১২	১০
আদর্শ বিচ্যুতি	৫.৩৪	৩.৬৪