

ইউনিট ৭: উপাত্ত বিশ্লেষণ ও ফলাফল ব্যাখ্যা

[Data analysis and Interpretation]

ভূমিকা

উপাত্ত যে কোনো গবেষণার মৌলিক উপাদান যা উপযুক্ত উপকরণ ও পদ্ধতি ব্যবহার করে গবেষককে সংগ্রহ করতে হয়। কাজেই, শিক্ষা গবেষণার ক্ষেত্রে উপাত্তের আবশ্যিকতা প্রমাণের অপেক্ষা রাখে না এবং উপাত্তবিহীন কোনো গবেষণা পরিচালিত হতে পারে না। গবেষণার উপাত্ত বিভিন্ন প্রকার হয়। এর বিভিন্নতা নির্ভর করে গবেষণার বিষয়, নকশা এবং গবেষণার উদ্দেশ্য বা প্রশ্নের ওপর। সাধারণভাবে সাংখ্যিক ও গুণগত গবেষণা থেকে সংগৃহীত উপাত্ত যথাক্রমে সাংখ্যিক এবং গুণগত হয়ে থাকে।

গবেষণার গুরুত্বপূর্ণ ধাপসমূহের একটি হচ্ছে গবেষণার বিষয়ে সংগৃহীত উপাত্ত বিশ্লেষণপূর্বক প্রাপ্ত ফলাফল ব্যাখ্যার মাধ্যমে অনুসন্ধানকৃত বিষয় সম্পর্কে জ্ঞান প্রতিষ্ঠা করা। সাংখ্যিক ও গুণগত উপাত্ত বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যার পদ্ধতি ও কৌশল সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা এই ইউনিটের মূল লক্ষ্য। এই ইউনিটের পাঠগুলো হলো—

- পাঠ ৭.১ উপাত্তের ধারণা ও প্রকারভেদ
- পাঠ ৭.২ সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণ ও শ্রেণিবিভাগ
- পাঠ ৭.৩ বর্ণনামূলক বিশ্লেষণ: ঘটনসংখ্যা বিন্যাস
- পাঠ ৭.৪ (ক) সাংখ্যিক উপাত্ত ও ফলাফল উপস্থাপন: লেখচিত্র
- পাঠ ৭.৪ (খ) বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র: আয়তলেখ ও স্তম্ভলেখ
- পাঠ ৭.৪ (গ) বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র: বৃত্তাকার চিত্র, রেখা চিত্র ও বাক্স চিত্র
- পাঠ ৭.৫ (ক) উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও তার পরিমাপ: গাণিতিক গড়
- পাঠ ৭.৫ (খ) উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও তার পরিমাপ: মধ্যক ও প্রচুরক
- পাঠ ৭.৬ (ক) উপাত্তের বিষমতা ও তার পরিমাপ
- পাঠ ৭.৬ (খ) বিষমতার পরিমাপ: আদর্শ বিচ্যুতি
- পাঠ ৭.৭ গুণগত উপাত্ত বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যা: উপাত্ত নিবেশন ও বিশোধন
- পাঠ ৭.৮ গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া

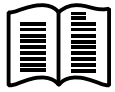
পাঠ ৭.১: উপাত্তের ধারণা ও প্রকারভেদ



উদ্দেশ্য

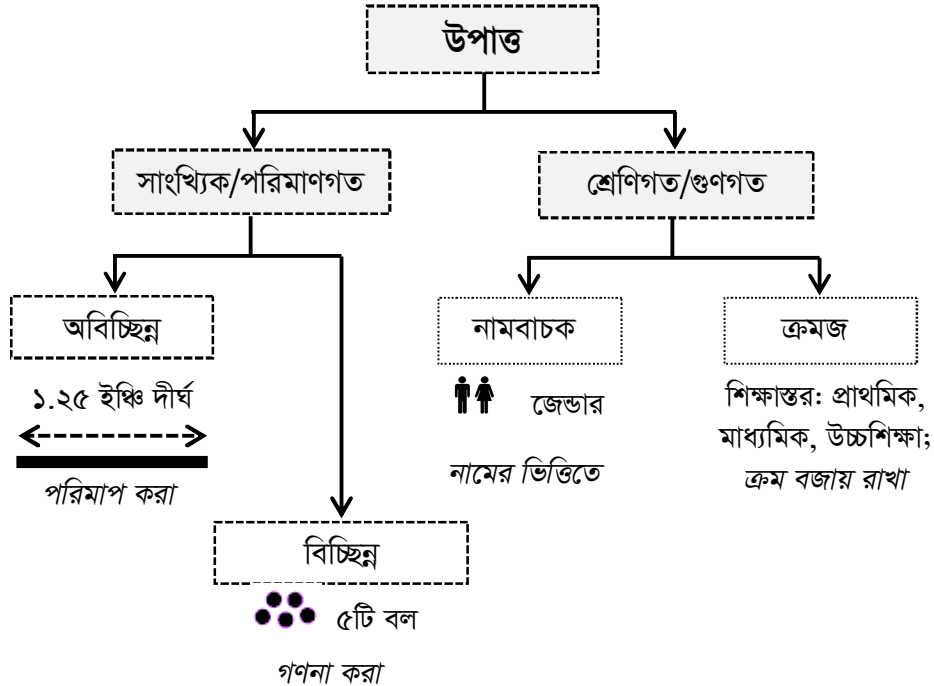
এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- উপাত্তের ধারণা উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- উপাত্তের প্রকারভেদ বর্ণনা করতে পারবেন এবং
- উদাহরণসহ বিভিন্ন প্রকার উপাত্ত ব্যাখ্যা করতে পারবেন।



উপাত্তের ধারণা

উপাত্ত বলতে কী বুঝায়? আমরা জানি গবেষক গবেষণার বিষয়ের সাথে সম্পর্কযুক্ত এক বা একাধিক চলকের প্রকৃতি উদ্ঘাটন করেন এবং চলকসমূহের মধ্যে সম্পর্ক যাচাই করেন। এর জন্য গবেষক চলক সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করেন। উপাত্ত হলো নির্ধারিত চলক সম্পর্কিত তথ্য অথবা চলকের মান। উদাহরণস্বরূপ, কারো বয়স ২০ বছর, কারো উচ্চতা ৫ ফুট, কোনো পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর ৭০/১০০, কোনো একটি ছবি, কোনো ঘটনার বর্ণনা, শব্দ ইত্যাদি বিভিন্ন চলক সম্পর্কে তথ্য যা গবেষণায় উপাত্ত হিসেবে বিবেচনা করা যেতে পারে।



চিত্র ১: উপাত্তের প্রধান শ্রেণিবিভাগ এবং উদাহরণ

শ্রেণিগত/গুণগত উপাত্ত (Categorical/Qualitative Data)

আর শ্রেণিগত/গুণগত চলকের মান সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় না। তবে শব্দ, বর্ণনা ইত্যাদির মাধ্যমে শ্রেণিগত/গুণগত চলক সম্পর্কে উপাত্ত সংগ্রহ করা হয়। যেমন, প্রিয় রং হতে পারে নীল, সবুজ, লাল ইত্যাদি। এখানে রংয়ের দল বা শ্রেণির মধ্যে রয়েছে একাধিক রং। কাজেই, রং বা প্রিয় রং হলো একটি শ্রেণিগত/গুণগত চলক আর বিভিন্ন রং হলো শ্রেণিগত উপাত্ত। আবার, জেশার হতে পারে পুরুষ বা মহিলা। সুতরাং পুরুষ বা মহিলা হলো শ্রেণিগত উপাত্ত।



চিত্র ৩: শ্রেণিগত বা গুণগত উপাত্তের উদাহরণ

চিত্র ৩: এ শ্রেণিগত উপাত্তের সচিত্র উদাহরণ দেওয়া হয়েছে। শ্রেণিগত উপাত্ত আবার দু'ধরনের। একটি হলো নামবাচক উপাত্ত এবং অপরটি হলো ক্রমজ উপাত্ত।

নামবাচক ও ক্রমজ উপাত্ত

নামবাচক উপাত্ত: যখন কোনো শ্রেণিগত উপাত্তের শ্রেণিসমূহের মধ্যে প্রকৃতিগত দিক থেকে কোনো ক্রম (অর্থাৎ, কোন ধরনের ছোট থেকে বড় বা বড় থেকে ছোট) থাকে না তখন তাকে নামবাচক উপাত্ত বলে। যেমন, জেশার, ধর্ম (ইসলাম, হিন্দু, খ্রিষ্টান, বৌদ্ধ) ইত্যাদি নামবাচক উপাত্ত। এখানে জেশার হলো নামবাচক চলক এবং এর উপাত্ত হলো দু'টি শ্রেণির নাম- পুরুষ এবং মহিলা। আবার ধর্ম নামবাচক চলক। এই চলক থেকে কোনো একটি বা একাধিক ধর্মের নাম উপাত্ত হিসেবে পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে নাম দিয়ে উপাত্ত প্রকাশ করা হয়। তবে গবেষণায় এসব নামের শ্রেণি নির্দেশ করতে সংখ্যামান আরোপ করা হয়। যেমন, পুরুষের শ্রেণি বোঝাতে ১ এবং মহিলা বোঝাতে ২ ব্যবহার করা যেতে পারে। এখানে সংখ্যা দু'টি বিপরীতভাবেও আরোপ করা যায়। অর্থাৎ, মহিলা শ্রেণির জন্য ১ এবং পুরুষ শ্রেণির জন্য ২ ব্যবহৃত হতে পারে। এক্ষেত্রে এই সংখ্যা শুধু শ্রেণি নির্দেশ করতে ব্যবহার করা হয়, এর মানের গুরু সম্পর্কিত কোন অর্থ নেই।

ক্রমজ উপাত্ত: যখন শ্রেণিগত উপাত্তের শ্রেণিসমূহকে ক্রমধারায় প্রকাশ করা যায় তখন তাকে ক্রমজ উপাত্ত বলে। যেমন, শিক্ষার স্তর (প্রাথমিক, মাধ্যমিক, উচ্চ শিক্ষা), আর্থ-সামাজিক অবস্থা (উচ্চ, মধ্যম ও নিম্ন আয়) ইত্যাদি। এখানে লক্ষ্যণীয় বিষয় হলো যে ক্রমজ উপাত্তে শ্রেণিগত এবং সাংখ্যিক উপাত্তের সংযোগ ঘটেছে। যেমন, প্রাথমিক, মাধ্যমিক, উচ্চ শিক্ষা এই ৩টিকে বিবেচনায় নিয়ে কোনো ব্যক্তির শিক্ষাগত যোগ্যতাকে যদি একটি মান দিতে বলা হয় তাহলে ৫ম শ্রেণি সম্পন্ন করলে তাকে ১ (সর্বনিম্ন মান), এসএসসি সম্পন্ন করলে ২, এইচএসসি সম্পন্ন করলে ৩, স্নাতক সম্পন্ন করলে ৪ এবং স্নাতকোত্তর সম্পন্ন করলে তাকে ৫ (সর্বোচ্চ মান) দেওয়া হবে। এখানে ক্রমান্বয়ে নিম্ন থেকে উচ্চতর স্তরের শিক্ষাগত যোগ্যতার জন্য ছোট থেকে বড় মান দেওয়া হয়েছে। গবেষণায় এই মানসমূহ অর্থ বহন করে। যেমন, একটি পার্কে বেড়াতে আসা ৫০ জন ব্যক্তি শিক্ষাগত যোগ্যতার ওপর জরিপ করে যদি গড় নির্ণয় করা হয় তাহলে তা একটি অর্থ বহন করবে। কিন্তু নামবাচক উপাত্তের ক্ষেত্রে সংখ্যা বা মানের কোন অর্থ হয় না।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.১

এই অংশটি বিষয়বস্তু সম্পর্কে আপনার জানা, বোধগম্যতা ইত্যাদি মূল্যায়নের জন্য। আপনি জানেন, এটি কোন পরীক্ষা নয়, এতে কোনো নম্বর বা গ্রেড নেই। এটি আপনার অনুশীলনে সহায়তার জন্য এবং আপনি শুধু শিখছেন। সুতরাং, আপনার সময় নিন এবং শিখুন।

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১. কোনটি সাংখ্যিক উপাত্ত?

- ক. বিদ্যালয়টি চারতলা ভবনের ওপর প্রতিষ্ঠিত
- খ. বিদ্যালয়টিতে ১২টি শ্রেণিকক্ষ রয়েছে
- গ. ভবন তৈরির কাজ সম্পূর্ণ হয়নি
- ঘ. বিদ্যালয়টি শহরের একপ্রান্তে অবস্থিত



২. কোনটি গুণগত উপাত্ত?

- ক. প্রতিটি শ্রেণিকক্ষে যথেষ্ট আলো বাতাসের ব্যবস্থা আছে
- খ. বিদ্যালয়টিতে ২টি অফিস কক্ষ রয়েছে
- গ. বিদ্যালয় এসএসসি পরীক্ষায় পাশের হার ৯২%
- ঘ. জিপিএ ৫ পেয়েছে ৫০ জন শিক্ষার্থী

৩. কোনটি অবিচ্ছিন্ন উপাত্ত?

- ক. বিদ্যালয়টি উন্নত বিদ্যালয়সমূহের একটি
- খ. বিদ্যালয়টিতে ১টি খেলার কক্ষ রয়েছে
- গ. বিজ্ঞান বিষয়ে শিক্ষার্থীদের ফলাফল সবচেয়ে ভালো
- ঘ. একটি শ্রেণিকক্ষের আয়তন ১,০২৯ বর্গফুট

৪. কোনটি বিচ্ছিন্ন উপাত্ত?

- ক. রবিনের উচ্চতা ৫.২ ফুট
- খ. রবিনের ২ জন বোন রয়েছে
- গ. রবিন এইচ.এস.সি. পরীক্ষায় মোট ৯০% নম্বর পেয়েছে
- ঘ. আইইএলটিএস-এ রবিনের ব্যান্ড স্কোর ছিল ৬.৫

একজন গবেষক শিক্ষক প্রশিক্ষণ সম্পর্কিত গবেষণায় বেশ কয়েকটি চলক বিবেচনা করেন। যেমন- জেভার, বয়স, শিক্ষকতার অভিজ্ঞতা (বছর), শিক্ষাগত যোগ্যতা, বিদ্যালয়ের ধরন (সরকারি বা বেসরকারি), প্রশিক্ষণ লাভ (হ্যাঁ/না)। ৫ ও ৬ নং প্রশ্নে উত্তর দিন।

৫. এখানো কোনটি নামবাচক উপাত্ত?

- ক. প্রশিক্ষণ লাভ (হ্যাঁ/না)
- খ. শিক্ষাগত যোগ্যতা
- গ. শিক্ষকতার অভিজ্ঞতা (বছর)
- ঘ. বয়স

৬. কোনটি ক্রমজ উপাত্ত?
ক. প্রশিক্ষণ লাভ (হ্যাঁ/না)
খ. বিদ্যালয়ের ধরন
গ. জেডার(পুরুষ/মহিলা)
ঘ. শিক্ষাগত যোগ্যতা

🔑 সঠিক উত্তর: ১. খ, ২. ক, ৩. ঘ, ৪. খ, ৫. ক, ৬. খ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১. উপাত্ত বলতে কী বুঝায়? উদাহরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা করুন।
২. উপাত্তের প্রধান শ্রেণিবিভাগ উল্লেখ করুন।

রচনামূলক প্রশ্ন

১. একজন গবেষকের উপাত্তের শ্রেণিবিভাগ সম্পর্কে জানা প্রয়োজন কেন?
২. একটি গবেষণা প্রশ্ন লিখুন এবং তা অনুসন্ধানের জন্য কোন ক্ষেত্রে সাংখ্যিক (অবিচ্ছিন্ন ও বিচ্ছিন্ন) এবং কোন ক্ষেত্রে গুণগত উপাত্ত প্রয়োজন হবে তা যুক্তি দ্বারা প্রতিষ্ঠা করুন।
৩. উদাহরণ দিয়ে নামবাচক ও ক্রমবাচক উপাত্তের ধারণা ব্যাখ্যা করুন।

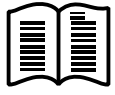
পাঠ ৭.২ সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণ ও শ্রেণিবিভাগ



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- উপাত্ত বিশ্লেষণ বলতে কী বুঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের শ্রেণিবিভাগ বর্ণনা করতে পারবেন;
- বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের কৌশলসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণের কৌশলসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন।



উপাত্ত বিশ্লেষণ

গবেষণা প্রশ্ন বা উদ্দেশ্য বা অনুমিত সিদ্ধান্তের সাথে সম্পর্কযুক্ত সঠিক উপাত্ত সংগ্রহের পর গবেষকের একটি গুরুত্বপূর্ণ কাজ হচ্ছে উপাত্ত বিশ্লেষণ। শাব্দিক অর্থে বিশ্লেষণ হলো কোনো সম্পূর্ণ ধারণা বা বস্তুকে এর বিভিন্ন অংশে পৃথক বা বিভাজন করা।

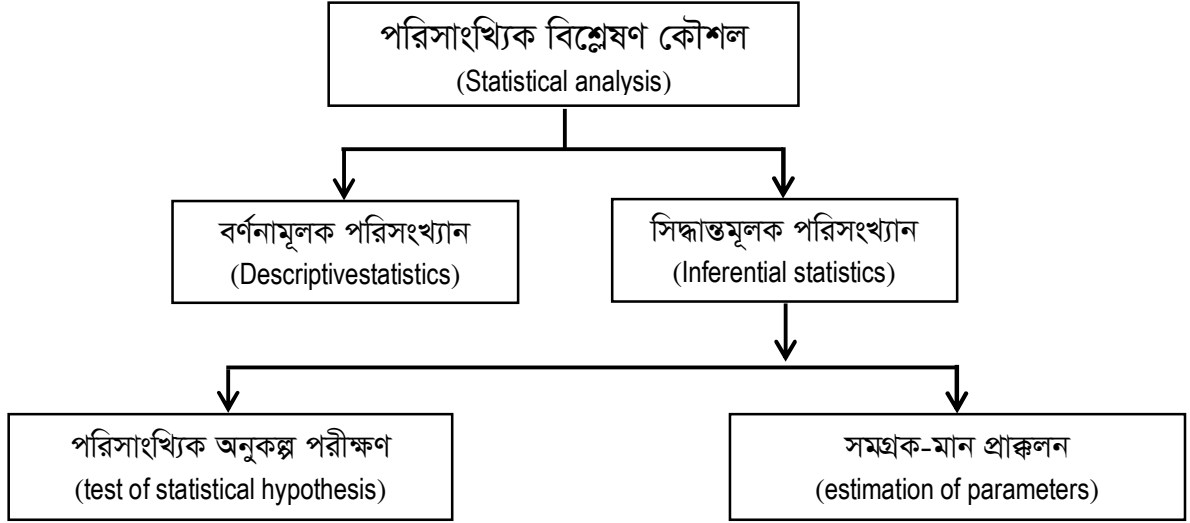
উপাত্ত বিশ্লেষণ হলো সংগৃহীত উপাত্ত থেকে অর্থপূর্ণ বা গঠনমূলক তথ্য বা ফলাফল লাভের প্রক্রিয়া যা গবেষণার উদ্দেশ্য অর্জনে বা গবেষণা প্রশ্নের জবাব দানে অথবা সিদ্ধান্ত নেওয়ার কাজে মুখ্য ভূমিকা পালন করে। অর্থাৎ, উপাত্ত বিশ্লেষণ গবেষককে তার গবেষণা প্রশ্নের উত্তর দান বা কোনো সমস্যার সমাধান বা কোনো গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে উপনীত হতে সহায়তা করে। কোনো গবেষণার উপাত্ত বিশ্লেষণ থেকে অনুসন্ধানের জন্য বিবেচিত চলকসমূহের অবস্থা জানা যায় অথবা একাধিক চলকের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক সুস্পষ্টভাবে অনুধাবন করা যায়।

যেমন, একজন গবেষক শ্রেণিকক্ষে সহযোগিতামূলক শিখন পদ্ধতি ব্যবহারের ফলে শিক্ষার্থীদের শিখন মান কতটা উন্নত হয়েছে তা জানতে চান। শিক্ষার্থীদের শিখন মান সম্পর্কে উপাত্ত সংগ্রহের একটি পদ্ধতি হলো উপযুক্ত অভীক্ষা প্রয়োগের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বিষয় সংশ্লিষ্ট জ্ঞান, বোধগম্যতা বা দক্ষতা মূল্যায়ন করা। গবেষক অভীক্ষা প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীদের শিখন মূল্যায়ন পরবর্তী নম্বরসমূহ সংগ্রহ করতে পারেন। এখানে সংগৃহীত নম্বরসমূহ হলো উপাত্ত। এই নম্বরসমূহ থেকে শিক্ষার্থীদের শিখনমান সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য গবেষক নম্বরসমূহ নানাভাবে বিশ্লেষণ করতে পারেন। বহুল ব্যবহৃত একটি কৌশল হচ্ছে নম্বরগুলোর গড় মান নির্ণয় করা। এই গড় মানের ভিত্তিতে গবেষক শিক্ষার্থীদের শিখন মান উন্নয়নে সহযোগিতামূলক শিখন পদ্ধতির প্রভাব সম্পর্কে একটি প্রমাণভিত্তিক সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারেন।

সহজ কথায় অনুসন্ধানের বিষয় বা চলক সম্পর্কে সংগৃহীত উপাত্ত থেকে আমরা উক্ত বিষয়ে আমরা যা জানতে চাই (গবেষণার উদ্দেশ্য/প্রশ্নের মাধ্যমে যা জানতে চাইছি) - বিশ্লেষণের মাধ্যমে আমরা তা জানতে পারি। ওপরের উদাহরণে গড়মান থেকে আমরা ঐ শ্রেণির অধিকাংশ শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর কিরূপ (কত বড় বা কত ছোট) তা জানতে পারি এবং এর ভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের শিখন মান ও অগ্রগতি সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারি।

সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণ - পরিসাংখ্যিক কৌশল

ইতিমধ্যে এটি স্পষ্ট হয়েছে যে পরিমাণগত গবেষণা থেকে সাংখ্যিক উপাত্ত সংগ্রহ ও বিশ্লেষণ করা হয়। সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণে যে কৌশলসমূহ ব্যবহার করা হয় তা পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ কৌশল বা শুধু পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ নামে পরিচিত।



চিত্র-৪: পরিসাংখ্যিক কৌশলের প্রধান শ্রেণিবিভাগ

আমরা জানি, সাংখ্যিক গবেষণায় তথ্যবিশ্ব থেকে প্রতিনিধিত্বশীল নমুনা নির্বাচন করা হয়। কাজের সুবিধা, সময়, অর্থ ও শ্রম সাশ্রয়ের জন্য নমুনা থেকে উপাত্ত সংগ্রহ ও বিশ্লেষণ করা হয়। পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ হলো নির্বাচিত নমুনা থেকে উপাত্ত সংগ্রহ করা, সংগৃহীত উপাত্তের প্রকৃতি যাচাই করা এবং উপাত্তসমূহের অন্তর্নিহিত বৈশিষ্ট্য বা ধারা/প্যাটার্ন নির্ণয় করা।

সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণের বিভিন্ন পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ কৌশল রয়েছে। গবেষণার নানামুখী উদ্দেশ্য এবং উপাত্তের ধরন ও প্রকৃতি বিবেচনা করে গবেষককে বিভিন্ন পরিসাংখ্যিক কৌশলের মধ্য থেকে উপযুক্ত কৌশল নির্বাচন ও ব্যবহার করতে হয়। পরবর্তী পর্যায়ে পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ কৌশলের প্রধান শ্রেণিবিভাগ উপস্থাপন ও আলোচনা করা হলো।

পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের শ্রেণিবিভাগ

চিত্র ২-এ পরিসংখ্যানের প্রধান শ্রেণিবিভাগ দেখানো হয়েছে। পরিসংখ্যানের দু'টি প্রধান শাখা রয়েছে। এর একটি হলো বর্ণনামূলক পরিসংখ্যান (descriptive statistics) এবং অপরটি সিদ্ধান্তমূলক পরিসংখ্যান (inferential statistics)।

গবেষক তার গবেষণার উদ্দেশ্য বা গবেষণা প্রশ্ন অনুযায়ী শুধু বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক কৌশল ব্যবহার করতে পারেন অথবা এর সাথে সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ কৌশলও ব্যবহার করতে পারেন।

বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ কী?

কোনো নমুনা থেকে সংগৃহীত উপাত্তগুচ্ছের পরিমাপকৃত বৈশিষ্ট্যের সাংখ্যিক বর্ণনা দেওয়ার জন্য মূলতঃ বর্ণনামূলক পরিসংখ্যান ব্যবহার করা হয়। নির্বাচিত নমুনা থেকে কোনো নির্দিষ্ট চলক সম্পর্কে সংগৃহীত উপাত্তসমূহ সংক্ষেপে ও সংগঠিতভাবে উপস্থাপন করা এবং সংগঠিত উপাত্তের সাহায্যে নমুনার/বিবেচিত চলকের প্রকৃতি উদ্ঘাটনের জন্য বর্ণনামূলক বিশ্লেষণ কৌশল ব্যবহার করা হয়। বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপাত্তকে এমনভাবে বর্ণনা করা হয় যাতে তা ব্যবহারযোগ্য এবং অর্থপূর্ণ হয়। বর্ণনামূলক পরিসংখ্যান কোনো গবেষণায় সংগৃহীত উপাত্তের শুধু মৌলিক/প্রাথমিক বৈশিষ্ট্য বর্ণনার জন্য ব্যবহার করা হয়; কিন্তু এর ভিত্তিতে কোনো উপসংহারে পৌঁছানো বা সিদ্ধান্ত গ্রহণ (যেমন, প্রকল্প পরীক্ষণ) করার সুযোগ থাকেনা। বর্ণনামূলক পরিসংখ্যান নির্বাচিত নমুনা থেকে সংগৃহীত উপাত্তকে অর্থপূর্ণভাবে উপস্থাপন ও বিশ্লেষণপূর্বক বর্ণনা করতে সহায়তা করে এবং সহজতর ব্যাখ্যা প্রদানের সুযোগ তৈরি করে। যেমন, একটি বিদ্যালয়ের এসএসসি পরীক্ষার্থীগণ সার্বিকভাবে কেমন পারদর্শিতা দেখিয়েছে- এটি আমরা জানতে চাই। এক্ষেত্রে বর্ণনামূলক পরিসংখ্যানের সাহায্যে আমরা - সার্বিক পাশের হার; বিভিন্ন গ্রেড প্রাপ্তির হার (যেমন, A^+ , A ইত্যাদি গ্রেড প্রাপ্ত শিক্ষার্থীর সংখ্যা); ছেলে শিক্ষার্থীর পাশের হার, মেয়ে শিক্ষার্থীর পাশের হার; জিপিএ ৫.০ প্রাপ্ত শিক্ষার্থীর সংখ্যা ইত্যাদি জানতে পারি।

সাংখ্যিক উপাত্ত বিশ্লেষণের জন্য প্রধানতঃ তিন ধরনের বর্ণনামূলক বিশ্লেষণ ব্যবহার করা হয়-

- কেন্দ্রীয় প্রবণতা নির্ণয়: গাণিতিক গড় বা গড়, মধ্যক ও প্রচুরক
- বিস্তৃতি পরিমাপকরণ: পরিসর, গড় বিচ্যুতি, আদর্শ বিচ্যুতি, চতুর্থক বিচ্যুতি, আন্তঃ-চতুর্থক পরিসর
- সহ-সম্পর্ক নির্ণয়

সিদ্ধান্তমূলক পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণ

সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ কৌশল সাধারণতঃ নমুনালব্ধ ফলাফলের ভিত্তিতে তথ্যবিশ্ব সম্পর্কে সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য ব্যবহার করা হয়। অন্য কথায়, সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে নমুনালব্ধ ফলাফল তথ্যবিশ্বকে বর্ণনা করার জন্য ব্যবহার করা হয়। অর্থাৎ, সহজ কথায় সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ কোনো তথ্যবিশ্ব থেকে নির্বাচিত প্রতিনিধিত্বশীল নমুনা থেকে প্রাপ্ত ফলাফল ঐ তথ্যবিশ্বের ক্ষেত্রে সাধারণীকরণ করার ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়।

একটি কল্পিত উদাহরণ বিবেচনা করা যাক। মনে করি, একজন গবেষক বাংলাদেশের ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা ৯ম শ্রেণিতে বিজ্ঞান বিভাগ পড়তে কতটা আগ্রহী তা জানতে চান। সারা বাংলাদেশের বিভিন্ন মাধ্যমিক বিদ্যালয়ে লক্ষ লক্ষ শিক্ষার্থী ৮ম শ্রেণিতে পড়ছে। বেনবেইসের ২০১৫ সালের হিসাব অনুযায়ী এই সংখ্যা ২১ লাখের ওপর। কাজেই, এক্ষেত্রে ৮ম শ্রেণিতে পাঠরত শিক্ষার্থীদের তথ্যবিশ্ব ২১+ লাখ শিক্ষার্থী নিয়ে গঠিত। তাই গবেষকের পক্ষে প্রত্যেক শিক্ষার্থীর মত জানা অনেকটা অসম্ভব। এক্ষেত্রে গবেষক ৮ম শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের একটি প্রতিনিধিত্বশীল নমুনা নির্বাচন করে তথ্য সংগ্রহ করবেন। ধরা যাক, নমুনার আকার ৩৫০ এবং গবেষক এই ৩৫০ জনের মত সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করবেন। গবেষক সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ পদ্ধতি ব্যবহার করে এই ৩৫০ জন শিক্ষার্থী থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত বিশ্লেষণ করে শিক্ষার্থীদের মত সম্পর্কে একটি সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারবেন যা তিনি তথ্যবিশ্বের সকল শিক্ষার্থীর মতের পরিমাপ হিসেবে ব্যবহার করবেন বা নমুনাভিত্তিক ফলাফল তথ্যবিশ্বের ক্ষেত্রে সাধারণীকরণ করবেন।

সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণ দু'টি পদ্ধতিতে সম্পন্ন করা হয়:

- পরিসাংখ্যিক অনুকল্প পরীক্ষণ (test of statistical hypothesis)
- সমগ্রক-মান প্রাক্কলন (estimation of parameters)

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.২

এই অংশটি পাঠ ৭.২-এ উপস্থাপিত বিষয়বস্তু সম্পর্কে আপনার জ্ঞান, বোধগম্যতা ও দক্ষতা মূল্যায়নের জন্য প্রণয়ন করা হয়েছে। এটি কোন পরীক্ষা নয় বা এতে কোনো নম্বর বা গ্রেড নেই। নিচের প্রশ্নগুলো আপনার অনুশীলনে সহায়তার জন্য এবং আপনার লক্ষ্য শেখা। সুতরাং, প্রয়োজনীয় সময় নিন এবং শিখুন।

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। উপাত্ত বিশ্লেষণের উদ্দেশ্য কী?

- (ক) গবেষণার জন্য নির্বাচিত চলক পরিমাপ করা
- (খ) সংগৃহীত তথ্যের ভিত্তিতে ফলাফল নিরূপণ করা
- (গ) গবেষণায় লব্ধ ফলাফলের ব্যাখ্যা প্রদান করা
- (ঘ) গবেষণায় বিবেচিত চলক সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করা

২। একজন গবেষক শিক্ষার্থীদের শিখন মানের ওপর দলগত কাজের প্রভাব অনুসন্ধান করার জন্য ৪৫ জন শিক্ষার্থীর ওপর একটি অভীক্ষা প্রয়োগ করেন ও তাদের প্রাপ্ত নম্বর বিশ্লেষণ করেন। এক্ষেত্রে কোনটি উপাত্ত বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া নির্দেশ করছে?

- (ক) শিক্ষার্থীদের দলগত কাজে জড়িতকরণ
- (খ) শিক্ষার্থীদের ওপর অভীক্ষা প্রয়োগ
- (গ) অভীক্ষা প্রয়োগ শেষে উত্তরপত্র মূল্যায়ন করে নম্বর প্রদান
- (ঘ) শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত গড় নম্বর নিরূপণ

৩। উপরোক্ত ২ নং প্রশ্নে উল্লিখিত উদাহরণে কোনটি বিশ্লেষণের জন্য পরিসাংখ্যিক কৌশল ব্যবহার করতে হবে?

- (ক) শিক্ষার্থীদের দলগত কাজ করার প্রক্রিয়া
- (খ) শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বর
- (গ) অভীক্ষার গুণগত মান
- (ঘ) অভীক্ষা প্রয়োগের পরিবেশ

সঠিক উত্তর: ১। খ; ২। ঘ; ৩। খ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

- ১। পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের শ্রেণিবিভাগ বর্ণনা করুন।
- ২। বর্ণনামূলক বিশ্লেষণ কৌশলসমূহ কী কী?
- ৩। সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণের জন্য কী কী কৌশল ব্যবহার করা হয়?

রচনামূলক প্রশ্ন

- ১। বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণের প্রধান উদ্দেশ্য সংক্ষেপে বর্ণনা করুন।
- ২। সিদ্ধান্তমূলক বিশ্লেষণের মূল উদ্দেশ্য কী?

পাঠ ৭.৩ বর্ণনামূলক বিশ্লেষণ: ঘটনসংখ্যা বিন্যাস



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- ঘটনসংখ্যার ধারণা উদাহরণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের প্রকারভেদ উল্লেখ করতে পারবেন;
- ঘটনসংখ্যা বিন্যাস গঠনের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন;
- প্রদত্ত উপাত্তের ভিত্তিতে ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করতে পারবেন;
- ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের প্রয়োজনীয়তা বা ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং
- ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করতে পারবেন।



ঘটনসংখ্যা ও ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

শিক্ষার্থী	প্রাপ্ত নম্বর		
	পঠন	লিখন	গণনা
শিক্ষার্থী ১	৪০	১৮	৩৭
শিক্ষার্থী ২	৪৫	২০	৩৮
শিক্ষার্থী ৩	৪১	১৭	৩৭
শিক্ষার্থী ৪	৪২	১৯	৪০
শিক্ষার্থী ৫	৩৭	২০	৩৮

চিত্র ১ : অবিন্যস্ত উপাত্ত

গবেষক তার গবেষণার উদ্দেশ্য/ প্রশ্ন অনুযায়ী উপযুক্ত পদ্ধতি বা কৌশল ব্যবহার করে নির্বাচিত চলকের ওপর তথ্য/উপাত্ত সংগ্রহ করেন। শুরুতে এই সংগৃহীত উপাত্ত স্বাভাবিক অবস্থায় থাকে, যেভাবে তথ্য সংগ্রহ করা হয় ঠিক সেভাবে থাকে। অর্থাৎ, উপাত্তসমূহ অসজ্জিত বা অরূপান্তরিত থাকে। তখন এই উপাত্তকে বলে কাঁচা বা অবিন্যস্ত উপাত্ত (raw data)। চিত্র ১-এ পাঁচ জন শিক্ষার্থীর তিনটি ভাষা দক্ষতায় প্রাপ্ত নম্বর দেখানো হয়েছে। এই ১৫টি নম্বর অবিন্যস্ত উপাত্ত হিসেবে বিবেচিত হবে।

অবিন্যস্ত উপাত্ত সরাসরি বিশ্লেষণ করা যায় না এবং তা থেকে চলকের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে কোনো ধারণা লাভ করা কঠিন। তাই

গবেষককে অসজ্জিত উপাত্তসমূহকে সংগঠিতভাবে উপস্থাপন করতে হয়। গবেষক উপাত্তগুলোকে ছোট থেকে বড় বা বড় থেকে ছোট ধারাবাহিকতায় সাজান, প্রয়োজনে বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের আলোকে উপাত্তসমূহকে একাধিক বিভিন্ন শ্রেণি বা দলে বিন্যস্ত করেন। পরিসাংখ্যিক বিশ্লেষণে উপাত্তকে বিন্যস্তভাবে উপস্থাপনের প্রাথমিক ধাপ হলো উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস।

ঘটন সংখ্যার ধারণা

বিশ্লেষণের লক্ষ্যে গবেষক সাধারণতঃ উপাত্তসমূহকে ঘটনসংখ্যা (frequency) অনুযায়ী সজ্জিত করেন। এখন প্রশ্ন হলো ঘটনসংখ্যা কী? সাধারণভাবে কোনো বস্তু, ঘটনা, আচরণ বা স্কোরের ঘটন

এমএড প্রোগ্রাম

সারণি ১: ক্রমির গণিতে পাঠ গ্রহণের সাপ্তাহিক হিসাব

বার	সকাল	বিকাল	পাঠের ঘটনসংখ্যা
শুক্র	-	✓	১
শনি	✓	✓	২
রবি	-	-	০
সোম	-	✓	১
মঙ্গল	-	-	০
বুধ	-	✓	১
বৃহস্পতি	-	-	০
মোট	১	৪	৫

সংখ্যা হলো ঐ বস্তু, ঘটনা বা স্কোরটি কতবার ঘটেছে বা প্রতীয়মান হয়েছে তার গণনা (count)। যেমন, রুমি শনিবার সকালে ও বিকালে, সোমবার বিকালে, বুধবার বিকালে এবং শুক্রবার বিকালে তার মায়ের কাছে গণিত বিষয়ে পাঠ নেয়। এখানে যে চলক/ঘটনা বিবেচনা করা হয়েছে তা হলো ‘মায়ের কাছে থেকে রুমির গণিত পাঠ গ্রহণ’। এই উপাত্ত অনুযায়ী রুমির সপ্তাহে গণিতে পাঠ নেওয়ার ঘটনাসংখ্যা হলো ৫; আর শনিবারের ঘটন সংখ্যা ২, সোমবার, বুধবার এবং শুক্রবারে গণিত পাঠ নেওয়ার ঘটনসংখ্যা ১। আবার সপ্তাহে সকালে এবং বিকালে পাঠ গ্রহণের ঘটনসংখ্যা যথাক্রমে ১ ও ৪। সারণি-১ এ গণিত পাঠ গ্রহণের ঘটন সংখ্যা চিত্রায়িত করা হয়েছে।

ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

গবেষণাধীন কোনো চলকের(বা উপাত্তের) ঘটনসংখ্যা বিন্যাস (frequency distribution of a variable or data) হলো প্রাপ্ত উপাত্ত বা স্কোরগুচ্ছের সারণীকৃত উপস্থাপন (tabular presentation) যেখানে স্কোরগুচ্ছকে কোনো বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে ঘটনসংখ্যা অনুযায়ী বিন্যস্ত করা হয়। অন্য কথায় কোন চলক সম্পর্কে সংগৃহীত একগুচ্ছ উপাত্তের প্রতিটি মান/পরিমাপ কোনো নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে কতবার পুনরাবৃত্ত হয়েছে তা সারণির মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলে সেই সারণিকে ঐ উপাত্তগুচ্ছের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস বলে। ঘটনসংখ্যা বিন্যাস প্রাথমিক পর্যায়ে বর্ণনামূলক পরিসাংখ্যিক কৌশল।

এবার একটি উদাহরণ দেওয়া যাক। ধরা যাক, ২০ জন শিক্ষার্থী একটি

কুইজে অংশগ্রহণ করে এবং তাদের প্রাপ্ত স্কোরসমূহ হলো: ৮, ১২, ৩, ৪, ৫, ৬, ১০, ৬, ৭, ৫, ১০, ৭, ৮, ১১, ৯, ৬, ১০, ৮, ৪, ৭। এখানে স্কোরসমূহ কোন ক্রম অনুযায়ী সাজানো নেই বরং এলামেলোভাবে সাজানো। ফলে এই স্কোরসমূহ কোনো অর্থ বহন করে না এবং এই স্কোর থেকে শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা সম্পর্কে কোনো মন্তব্য করা কঠিন। সারণি ২-এ স্কোরগুলোর সাজিয়ে প্রত্যেকটি স্কোরের ঘটনসংখ্যা (পুনরাবৃত্তির সংখ্যা) উপস্থাপন করা হয়েছে। সারণি ২-কে এই অবিন্যস্ত স্কোরগুলোর ঘটনসংখ্যা বিন্যাস বলা যায়। এখানে ৩ অর্জন করেছে একজন শিক্ষার্থী, ৪ দু’জন, ৫ দু’জন, ৬ তিনজন, ৭ তিনজন, ৮ তিনজন, ১০ চারজন এবং ১১ অর্জন করেছে দু’জন শিক্ষার্থী। অন্য কথায়

সারণি ২: বিশজন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোরের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

স্কোর	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
৩	১
৪	২
৫	২
৬	৩
৭	৩
৮	৩
৯	১
১০	৩
১১	১
১২	১
মোট	২০

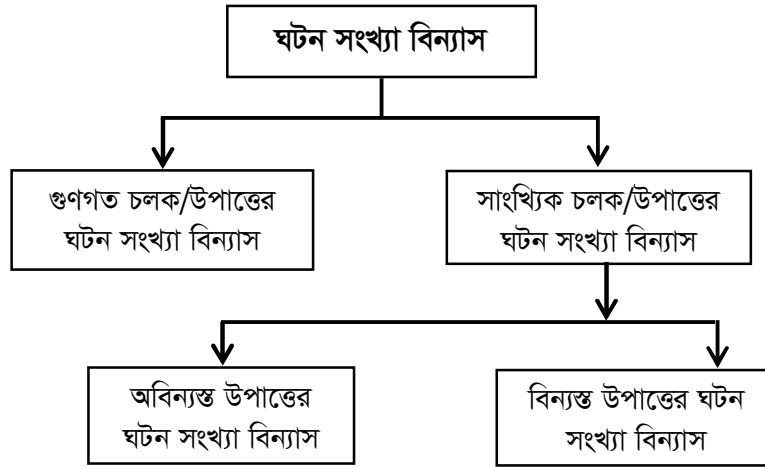
অবিন্যস্ত উপাত্ত				
৮, ১২, ৩, ৪, ৫, ৬, ১০, ৬, ৭, ৫, ১০, ৭, ৮, ১১, ৯, ৬, ১০, ৮, ৪, ৭				
ক্রম অনুযায়ী (ছোট থেকে বড়) সাজানো উপাত্ত				
৩, ৪, ৪, ৫, ৫, ৬, ৬, ৬, ৭, ৭, ৭, ৮, ৮, ৮, ৯, ১০, ১০, ১০, ১১, ১২				
শ্রেণিকৃত উপাত্ত				
৩, ৪, ৪	৫, ৫, ৬, ৬, ৬	৭, ৭, ৭, ৮, ৮, ৮	৯, ১০, ১০, ১০	১১, ১২
৩	৫	৬	৪	২
চিত্র ২: অবিন্যস্ত, সাজানো এবং শ্রেণিকৃত উপাত্ত				

ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের প্রয়োজনীয়তা / গুরুত্ব

গবেষণার একটি গুরুত্বপূর্ণ ধাপ হলো উপাত্ত বিশ্লেষণ করা। আমরা আগেই জেনেছি যে, অবিন্যস্ত উপাত্ত বিশ্লেষণ করা কঠিন বা অসম্ভব। বিশ্লেষণের লক্ষ্যে অবিন্যস্ত উপাত্তকে সংগঠিতভাবে, সংক্ষেপে এবং অর্থপূর্ণভাবে সারণি আকারে উপস্থাপন করার জন্য ঘটনসংখ্যা বিন্যাস ব্যবহার করা হয়। ঘটনসংখ্যা বিন্যাসে সজ্জিত উপাত্ত অধ্যয়ন করে চলক/উপাত্তের প্রকৃতি জানা যায়, উপাত্তের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য নিরূপণ ও ব্যাখ্যা করা যায়। উপাত্তের প্রকৃতি অনুযায়ী বিশ্লেষণের জন্য উপযুক্ত বিভিন্ন পরিসাংখ্যিক কৌশল নির্ধারণ করা যায়। ঘটনসংখ্যা বিন্যাস পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে অল্প সময়ে উপাত্তের কিছু সাধারণ বৈশিষ্ট্যের ব্যাখ্যা/বর্ণনা প্রদান সম্ভব হয়।

ঘটন সংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণিবিভাগ

সাংখ্যিক গবেষণায় বিভিন্ন প্রকারের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস ব্যবহার করা হয়। চিত্র-২-এ উপাত্তের ধরন অনুযায়ী ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের প্রকারভেদ উপস্থাপন করা হয়েছে। উপাত্তের প্রকৃতি অনুসারে ঘটনসংখ্যা বিন্যাসকে দু'টি প্রধান ভাগে ভাগ করা হয়েছে। যথা: (ক) সাংখ্যিক উপাত্তের ঘটন সংখ্যা বিন্যাস (numerical frequency



চিত্র ২: উপাত্তের ধরন অনুযায়ী ঘটন সংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণিবিভাগ

distribution) এবং (খ) গুণগত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস(categorical frequency distribution)। সাংখ্যিক উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাসকে আবার দু'ভাগে ভাগ করা হয়েছে। যথা, অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস (ungrouped frequency distribution) এবং বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস (grouped frequency distribution)।

(১) সাংখ্যিক উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

অবিন্যস্ত এবং বিন্যস্ত - এই দু'ধরনের উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস নিচে আলোচনা করা হলো।

অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

সারণি ২-এ প্রদত্ত ঘটন সংখ্যা বিন্যাসটি একটি অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস। অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরির জন্য যে ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে তা হলো, (১) উপাত্তগুলো মধ্য সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ মান চিহ্নিত করতে হবে; (২) উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে (ছোট থেকে বড় বা বড় থেকে ছোট)

সাজাতে হবে (সারণি ৩-এর কলাম ১); (৩) প্রতিটি মান কয় বার পুরাবৃত্ত হয়েছে তা টালি চিহ্ন দ্বারা প্রদর্শন করতে হবে (সারণি ৩-এর কলাম ২); (৪) টালি চিহ্নসমূহ গণনা করে সংখ্যায় প্রকাশ করতে হবে (সারণি ৩-এর কলাম ৩); এবং (৫) সবশেষে দু'টি কলাম (কলাম ১ ও কলাম ২) দ্বারা সারণিটি সম্পন্ন করে ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করতে হবে। প্রথম কলামটিতে প্রতিটি স্কোর মানের উর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে প্রতিটির জন্য প্রয়োজ্য ঘটনসংখ্যা দ্বিতীয় কলামে বসাতে হবে। উপরোক্ত ২০টি স্কোর ব্যবহার করে সম্পূর্ণ প্রক্রিয়াটি সারণি ৩-এ দেখানো হয়েছে। তবে এই ২০টি উপাত্তের চূড়ান্ত ঘটনসংখ্যা বিন্যাস হিসেবে সারণি ২-কে বিবেচনা করতে হবে।

যখন গবেষক অবিচ্ছিন্ন চলক (ভগ্নাংশ মানে পরিমাপকৃত) বিবেচনা করেন তখন এই ধরনের অবিন্যস্ত একক উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস গঠন করা অবাস্তব বা অপ্রয়োজনীয় হতে পারে। এছাড়া নমুনার আকার অনেক বড় হলে এ ধরনের অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস গঠন করা যথেষ্ট সময় সাপেক্ষ এবং বাস্তবসম্মত নয়। এরূপ পরিস্থিতিতে সজ্জিত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস ব্যবহার করা হয়।

বিন্যস্ত/শ্রেণিবদ্ধ উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

এ ধরনের ঘটনসংখ্যা বিন্যাসে উপাত্তসমূহকে নির্দিষ্ট পরিসরের বিভিন্ন শ্রেণিভুক্ত করার মাধ্যমে ঘটনসংখ্যা নিরূপণ করা হয়। ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরির জন্য উপাত্তসমূহের মানের পরিসর (range) ব্যবহার করা হয়। যেমন, (৫-৯) একটি পরিসর যার নিম্নসীমা ৫ এবং উচ্চসীমা ৯। উপাত্তসমূহকে একটি নির্দিষ্ট পরিসরের একাধিক শ্রেণিতে বিন্যস্ত (শ্রেণিভুক্ত) করা হয়। এর ফলে উপাত্তসমূহ নির্দিষ্ট পরিসরের বিভিন্ন শ্রেণির মধ্যে বিভাজিত হয় এবং প্রতিটি শ্রেণিতে কয়টি উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয়েছে তার সংখ্যা নির্ণয় করা হয় যা প্রকৃতপক্ষে ঐ শ্রেণির ঘটন সংখ্যা হিসেবে বিবেচিত হয়। একটি সারণির ১ম কলামে শ্রেণিসমূহ এবং ২য় কলামে ঘটন সংখ্যার মান প্রদর্শন করা হয়।

সারণি ৩: ২০ টি স্কোরের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

স্কোর	টালি চিহ্ন	ঘটনসংখ্যা
৩	/	১
৪	//	২
৫	//	২
৬	///	৩
৭	///	৩
৮	///	৩
৯	/	১
১০	///	৩
১১	/	১
১২	/	১
মোট		২০

বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটন সংখ্যা বিন্যাস গঠনের সাথে সংশ্লিষ্ট পদ/ধারণা

- শ্রেণি-উপাত্তসমূহকে নির্দিষ্ট পরিসরের একাধিক দলে বিন্যস্তকরণ। ধরা যাক, ৫, ৬, ৭, ৯, ১০ পাঁচ জন শিক্ষার্থীর স্কোর নির্দেশ করছে এবং (৫ - ৯) একটি শ্রেণি গঠন করা হলো। ৫ থেকে ৯ এর মধ্যে যত স্কোর প্রতীয়মান হবে তা এই শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত হবে।
- ঘটনসংখ্যা - নির্দিষ্ট পরিসরের প্রত্যেক শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত উপাত্তের সংখ্যা। যেমন, ওপরে প্রদত্ত স্কোরগুলোর মধ্য থেকে (৫-৯) শ্রেণিতে যে স্কোরগুলো অন্তর্ভুক্ত হবে তা হলো ৫, ৬, ৭ এবং ৯। অর্থাৎ, ৪টি স্কোর এই শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত হবে। কাজেই, এই শ্রেণির ঘটন সংখ্যা ৪।
- শ্রেণিসীমা - প্রত্যেক শ্রেণির দু'টি সীমা রয়েছে। একটি শ্রেণির সবচেয়ে বড় মান হলো উচ্চসীমা ও সবচেয়ে ছোট মান হলো নিম্নসীমা। যেমন, (৫-৯) শ্রেণির নিম্নসীমা ৫ এবং উচ্চসীমা ৯।
- শ্রেণিব্যাপ্তি বা শ্রেণি ব্যবধান - প্রত্যেক শ্রেণির বিস্তৃতিকে নির্দেশ করে। কোনো নির্দিষ্ট শ্রেণির সবচেয়ে ছোট শ্রেণির মান ও পরবর্তী উচ্চ শ্রেণির সর্বনিম্ন মানের মধ্যকার ব্যবধান। ধরা যাক (৫-৯) এবং (১০-১৪) দু'টি শ্রেণি। কাজেই শ্রেণি ব্যবধান হবে ৫ ও ১০ -এর মধ্যকার ব্যবধান। অর্থাৎ, ৫।
- শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু - একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির দু'টি শ্রেণিসীমার গড় মান। যেমন, (৫ - ৯) এর মধ্যবিন্দু হবে $= (৫+৯)/২ = ৭$ ।

বিন্যস্ত/শ্রেণিবদ্ধ উপাত্তের ঘটন সংখ্যা বিন্যাস গঠনের ধাপসমূহ

(ক) পরিসর নির্ণয়: প্রথমত: উপাত্তগুচ্ছ থেকে সবচেয়ে ছোট এবং সবচেয়ে বড় মান চিহ্নিত করে দু'টির বিয়োগফল বা পরিসর নির্ণয় করতে হবে। যেমন, উপরোক্ত কুইজে প্রাপ্ত স্কোরের ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ মান ১২ এবং সর্বনিম্ন মান ৩। সুতরাং পরিসর = ১২ - ৩ = ৯।

(খ) শ্রেণির সংখ্যা নির্ণয়: উপাত্তসমূহকে কয়টি শ্রেণিতে বিভক্ত করা হবে তার সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

- সাধারণভাবে শ্রেণির সংখ্যা ৫ থেকে ২০-এর মধ্যে হওয়া বাঞ্ছনীয়।
- যেখানে সম্ভব, সমব্যাপ্তির শ্রেণি গঠন করতে হবে।

শ্রেণির সংখ্যা নির্ণয়ে স্টার্জস (Herbert Sturges)-এর নিয়ম

শ্রেণির সম্ভাব্য সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য হার্বার্ট স্টার্জস-এর সূত্রটি ব্যবহার করা যেতে পারে। সূত্রটি নিম্নরূপ:

$$k = 1 + 3.322(\log_{10}n)$$

যেখানে, k = শ্রেণির সম্ভাব্য সংখ্যা এবং n = মোট উপাত্তের সংখ্যা বা নমুনার আকার। এই সূত্রটি উপরোক্ত উদাহরণে প্রদত্ত ২০টি উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যেতে পারে। সূত্রটিতে n -এর মান ২০ বসিয়ে ২০টি উপাত্তের ক্ষেত্রে শ্রেণির সম্ভাব্য সংখ্যা হবে, $k = 1 + 3.322 \times (\log_{10}20) = 1 + 3.322 \times (1.301) = 1 + 4.322 = 5.322 \approx 5.0$ । কাজেই, স্টার্জস-এর সূত্র অনুযায়ী ২০টি উপাত্তকে ৫টি শ্রেণিতে বিন্যস্ত করতে হবে।

(গ) শ্রেণিব্যাপ্তি নির্ণয়: শ্রেণির সংখ্যা দ্বারা উপরোক্ত (ক) পয়েন্টে নির্ণীত পরিসরকে ভাগ করতে হবে এবং উক্ত ভাগফলকে শ্রেণিব্যাপ্তি হিসেবে বিবেচনা করতে হবে। অর্থাৎ, $9/5 = 1.8 \approx 2.0$ হবে প্রতিটি শ্রেণির ব্যাপ্তি।

(ঘ) সবচেয়ে ছোট শ্রেণি এবং এর নিম্ন ও উচ্চসীমা নির্ণয় : প্রদত্ত উপাত্তসমূহ থেকে সবচেয়ে ছোট মানটি চিহ্নিত করতে হবে এবং এই মানটিকে কেন্দ্র করে সবচেয়ে ছোট শ্রেণিটি গঠিত হবে। সেক্ষেত্রে সবচেয়ে ছোট মানটি সবচেয়ে ছোট শ্রেণির নিম্নসীমার মান হিসেবে বিবেচনা করতে হবে। যেমন, উপরোক্ত ২০টি উপাত্তের ক্ষেত্রে সবচেয়ে ছোট উপাত্ত হলে ৩। কাজেই, সবচেয়ে ছোট শ্রেণির নিম্নসীমাও ৩ হবে।

সবচেয়ে ছোট শ্রেণির নিম্নসীমার সাথে নির্ণীত শ্রেণিব্যাপ্তি যোগ করে উক্ত শ্রেণির উচ্চসীমার মান নির্ধারণ করতে হবে। উপরোক্ত ২০টি উপাত্তের ক্ষেত্রে ৩ এর সাথে ১ যোগ করে উচ্চসীমার মান হবে ৪। সুতরাং, প্রদত্ত উপাত্তসমূহের সবচেয়ে ছোট শ্রেণি হবে (৩ - ৪)।

(চ) শ্রেণি নির্ণয়: ওপরে নির্ণীত শ্রেণির সংখ্যা ও শ্রেণিব্যাপ্তির ভিত্তিতে সবগুলো শ্রেণি নির্ণয় করে একটি সারণির প্রথম কলামে ধারাবাহিকভাবে সাজাতে হবে। যেমন, উপরোক্ত ২০টি উপাত্তের ক্ষেত্রে নির্ণীত শ্রেণির সংখ্যা (৫.০) এবং শ্রেণিব্যাপ্তি (২.০) এর ভিত্তিতে গঠিত শ্রেণিসমূহ সারণি ৪-এর প্রথম কলামে সাজানো হয়েছে।

(ছ) প্রতিটি শ্রেণির ঘটন সংখ্যা নির্ণয়: উপাত্তসমূহের কোনটি কোন শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত হবে তা নির্ণয় করতে হবে। প্রথমে প্রতিটি উপাত্তের জন্য নির্দিষ্ট শ্রেণিতে টালি চিহ্ন (/) প্রদান করতে হবে। টালি চিহ্ন দেওয়ার জন্য ১মটি থেকে শুরু করে একটি করে প্রতিটি উপাত্ত নিরীক্ষা করতে হবে এবং সারণির ২য় কলামে উপাত্তটি যে শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত হবে সে শ্রেণিতে একটি টালি চিহ্ন দিতে হবে। যে উপাত্তের জন্য টালি চিহ্ন দেওয়া হয়ে যাবে তার ওপর একটি কাটা চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করতে হবে। যেমন, চিত্র ৩ এ প্রথম উপাত্ত ৮ এর জন্য (৭-৮) শ্রেণিতে একটি টালি চিহ্ন দিতে হবে এবং টালি চিহ্ন দেওয়া হয়ে গেলে ৮ এর ওপর একটি কাটা দাগ দিতে হবে। চিত্র ৩ দেখুন। এভাবে প্রত্যেকটি উপাত্ত যথাযথ শ্রেণিতে বিন্যস্ত করতে হবে। টালি চিহ্ন দেওয়ার প্রক্রিয়া শেষ উপাত্তটি নির্ধারিত শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত হওয়া পর্যন্ত চলতে থাকবে। উদাহরণের জন্য সারণি ৪-এর ২য় কলাম দেখুন।

১,	১৫,	৩,	৪,
৫,	৬,	১০,	৬,
৭,	৫,	১০,	৭,
৮,	১১,	৯,	৬,
১০,	৮,	৪,	৭

চিত্র ৩: যে উপাত্তের টালি চিহ্ন দেওয়া হয়েছে তা চিহ্নিত করা

সারণি ৪: ২০ টি স্কোরের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস গঠনের প্রক্রিয়া

শ্রেণি	টালি চিহ্ন	ঘটনসংখ্যা
৩-৪	///	৩
৫-৬	////	৫
৭-৮	////	৬
৯-১০	////	৪
১১-১২	//	২
মোট		২০

সারণি ৫: ২০ টি স্কোরের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

শ্রেণি	ঘটনসংখ্যা
৩-৪	৩
৫-৬	৫
৭-৮	৬
৯-১০	৪
১১-১২	২
মোট	২০

(জ) ঘটনসংখ্যা নির্ণয়: টালি চিহ্ন প্রদান সমাপ্ত হলে সারণির ৩য় কলামে টালি চিহ্ন গণনা করে সংখ্যামান লিখতে হবে। ৩য় কলামের সংখ্যামানসমূহই ঘটনসংখ্যা। সারণি ৪-এর ৩য় কলাম দেখুন।

(ঝ) ঘটনসংখ্যা বিন্যাস: বিন্যস্ত উপাত্তের চূড়ান্ত ঘটনসংখ্যা বিন্যাসটিতে টালি চিহ্নের কলামটি থাকবে না। সারণি ৫ দেখুন। সারণি ৫ বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস।

(২) গুণগত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

গবেষণায় অনেক সময় গুণগত চলক থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত অধ্যয়ন করার জন্য গুণগত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস গঠন করার প্রয়োজন হয়। আমরা আগেই জেনেছি গুণগত চলক এবং গুণগত উপাত্ত কী। যেমন, জেভার, শিক্ষান্তর, আর্থসামাজিক অবস্থা ইত্যাদি গুণগত চলকের উদাহরণ। ধরা যাক, একটি প্রশিক্ষণ কার্যক্রমে ২০ জন শিক্ষক অংশগ্রহণ করেছেন। একজন গবেষক অংশগ্রহণকারী শিক্ষকগণের শিক্ষকতার বিষয় ও জেভার সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করেন এবং সারণি ৬ ও সারণি ৭ এ তা উপস্থাপন করেন। পাঠদানের বিষয়ের আওতায় বিভিন্ন বিষয় (যেমন, বাংলা, ইংরেজি ইত্যাদি) গুণগত উপাত্ত হিসেবে সারণি ৬ এর প্রথম কলামে এবং প্রতিটি বিষয়ের বিপরীতে অংশগ্রহণকারী শিক্ষকের সংখ্যা বা ঘটন সংখ্যা ২য় কলামে উপস্থাপন করা হয়েছে। অনুরূপভাবে সারণি ৭ এর প্রথম কলামে জেভারের আওতায় পুরুষ ও মহিলা শিক্ষক গুণগত উপাত্ত হিসেবে উপস্থাপিত হয়েছে এবং দ্বিতীয় কলামে অংশগ্রহণকারী শিক্ষকের সংখ্যা বা ঘটনসংখ্যা দেখানো হয়েছে।

সারণি ৬: প্রশিক্ষণে অংশগ্রহণকারী

শিক্ষকদের পাঠদানের বিষয়

পাঠদানের বিষয়	ঘটনসংখ্যা
বাংলা	৪
ইংরেজী	৫
গণিত	৩
বিজ্ঞান	৩
ধর্মশিক্ষা	৫
মোট	২০

সারণি ৭: প্রশিক্ষণে অংশগ্রহণকারী

শিক্ষকদের জেভার

জেভার	ঘটনসংখ্যা
পুরুষ	১১
মহিলা	৯
মোট	২০

ঘটন সংখ্যা বিন্যাসের বৈশিষ্ট্য

কোন উপাত্তগুচ্ছ দ্বারা ঘটন সংখ্যা বিন্যাস গঠনের একটি উদ্দেশ্য হলো উপস্থাপিত উপাত্ত সম্পর্কে ধারণা লাভ করা। প্রাথমিকভাবে ঘটনসংখ্যা বিন্যাসে উপস্থাপিত উপাত্ত বিশ্লেষণের জন্য একটি ঘটন সংখ্যা বিন্যাসের চারটি বৈশিষ্ট্য অধ্যয়ন করা হয়। উপাত্তসমূহের যে বৈশিষ্ট্য অধ্যয়ন করা যায় তা হলো -

(১) কেন্দ্রীয় প্রবণতা (central tendency); (২) বিসমতা (dispersion); (৩) বন্ধিমতা (skewness); এবং (৪) সূচালতা (kurtosis)। এই বৈশিষ্ট্যসমূহ পরবর্তী পাঠসমূহে আলোচনা করা হয়েছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৩

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। একগুচ্ছ স্কোরের মধ্য থেকে কোনো নির্দিষ্ট স্কোরের ঘটনসংখ্যা বলতে কী বুঝায়?

- (ক) স্কোরটি সর্বোচ্চ কতজন অর্জন করেছে
(খ) স্কোরটি মানের দিক থেকে কত বড়
(গ) স্কোরটি কতবার পুনরাবৃত্ত হয়েছে তার সংখ্যা
(ঘ) স্কোরটি গড়ে কয়জন অর্জন করেছে

২। একজন গবেষক ২৫ জন শিক্ষার্থীর ওপর একটি অভীক্ষা প্রয়োগ করেন ও তাদের প্রাপ্ত নম্বরের প্রকৃতি যাচাই করার জন্য সারণি 'ক' - এ উপস্থাপিত একটি ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করেন। এটি কোন ধরনের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস?

- (ক) অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস
(খ) বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস
(গ) গুণগত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস
(ঘ) সাংখ্যিক উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

৩। সারণি 'ক' -এ উপস্থাপিত ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণিব্যাপ্তি কত?

- (ক) ৪ (খ) ৩ (গ) ২ (ঘ) ৫

৪। কোন ক্ষেত্রে স্টার্জিস-এর সূত্র ব্যবহার করা হয়?

- বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরির সময় -
(ক) শ্রেণির সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য
(খ) শ্রেণিব্যাপ্তি নির্ণয়ের জন্য
(গ) শ্রেণির সীমা নির্ধারণের জন্য
(ঘ) উপাত্তের ঘটনসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য

সারণি ক: ২৫ টি স্কোরের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

শ্রেণি	ঘটনসংখ্যা
২০-২৪	৩
২৫-২৯	৬
৩০-৩৪	৮
৩৫-৩৯	৫
৪০-৪৪	৩
মোট	২৫

৫। ধরা যাক, ৪৫টি স্কোর দ্বারা একটি ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করতে হবে। স্টার্জিস-এর সূত্র অনুযায়ী কয়টি শ্রেণি গঠন করতে হবে?

(ক) ৬ (খ) ৭ (গ) ৫ (ঘ) ৪

৬। গবেষকগণ ঘটনসংখ্যা বিন্যাস কি প্রয়োজনে ব্যবহার করেন?

- (ক) উপাত্ত সংক্ষেপে ও অর্থপূর্ণভাবে উপস্থাপনের জন্য
(খ) উপাত্ত সম্পর্কে বিস্তারিত তথ্য জানার জন্য
(গ) উপাত্তসমূহকে মানে ক্রমানুসারে সাজানোর জন্য
(ঘ) মোট উপাত্ত গণনা করার জন্য

কী সঠিক উত্তর: ১। গ; ২। খ; ৩। ঘ; ৪। ক; ৫। ক; ৬। ক।

রচনামূলক প্রশ্ন

১। ৩০ জন শিক্ষার্থী একটি কুইজে অংশগ্রহণ করে যে নম্বর অর্জন করে তা হলো : ১১, ২৫, ১৯, ২১, ১৭, ১২, ২৪, ১৯, ১৬, ২৩, ১৫, ১৭, ২৩, ১২, ২৫, ২১, ১৬, ২৪, ১৯, ১৫, ১৬, ১৭, ১৯, ১৭, ২৩।

(ক) এই স্কোরগুলো ব্যবহার করে একটি অবিন্যস্ত উপাত্তের উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করুন।

(খ) এই স্কোরগুলোর সাহায্যে একটি বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করুন। (সংকেত: মডুলে বর্ণিত পদ্ধতি অনুসরণ করুন। সহপাঠির সাথে উত্তর মিলিয়ে নিন।)

২। ধরা যাক, ৫০ জন শিক্ষার্থী নির্বাচন করে তাদের মায়ের শিক্ষাগত যোগ্যত্ব অনুযায়ী একটি ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করতে হবে।

(ক) ঘটনসংখ্যা বিন্যাসটি কী ধরনের? যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করুন।

(খ) ঘটনসংখ্যা বিন্যাসটি কিভাবে গঠন করতে হবে?

পাঠ ৭.৪ (ক) সাংখ্যিক উপাত্ত ও ফলাফল উপস্থাপন: লেখচিত্র



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনে লেখচিত্রের ভূমিকা বর্ণনা করতে পারবেন;
- লেখচিত্রের ধারণা ও প্রকারভেদ উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য উপযুক্ত লেখচিত্র নির্বাচন কৌশল বিবৃত করতে পারবেন।



সাংখ্যিক উপাত্ত ও ফলাফল উপস্থাপনে টেক্সট, সারণি ও লেখচিত্রের তুলনা

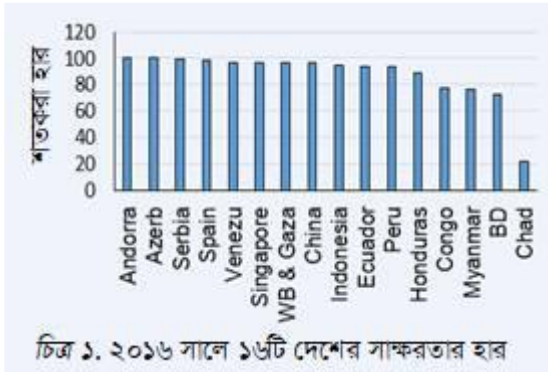
আমরা জেনেছি যে, উপাত্ত বিশ্লেষণকৃত ফলাফল উপস্থাপনা গবেষণা প্রক্রিয়ার একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ধাপ। সাংখ্যিক গবেষণার উপাত্ত বা ফলাফল সাধারণত: তিনটি উপায়ে উপস্থাপন করা হয়ে থাকে। যেমন: টেক্সট (text) বা বর্ণনা, সারণি বা ছক (table) এবং লেখচিত্র (graph) বা রেখাচিত্র (charts)। গবেষক তার গবেষণার উদ্দেশ্য অনুযায়ী এই তিনটি কৌশল এককভাবে বা সমন্বিতভাবে ব্যবহার করেন। গবেষককে প্রথমে সিদ্ধান্ত নিতে হবে যে সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য তিনি কখন টেক্সট বা বর্ণনার সহায় নেবেন, কখন সারণি/ছক ব্যবহার করবেন এবং কখন লেখচিত্র ব্যবহার করবেন।

অল্পসাংখ্যিক উপাত্ত বা ফলাফল উপস্থাপনের জন্য টেক্সট বা বর্ণনা ব্যবহার করা হয়। যেমন, কোনো প্রশ্নের উত্তরে কত ভাগ উত্তরদাতা ‘হ্যাঁ’ অথবা ‘না’ বলেছে; কোনো গবেষণায় অংশগ্রহণকারী বা উত্তরদাতার মধ্যে কতজন ‘পুরুষ’ বা ‘মহিলা’ ছিলো ইত্যাদি। এ ধরনের অল্প উপাত্ত ও ফলাফলের জন্য বর্ণনাই অধিকতর উপযোগী। সাধারণত: চার বা ততোধিক ‘সংগঠিত সাংখ্যিক উপাত্তের’ জন্য সারণি বা ছক ব্যবহার করা উত্তম। উদাহরণস্বরূপ, এই বর্ণনাটি লক্ষ্য করুন: ১৯১৬ সালের গবেষণার ফলাফল দেখা গেছে যে, সারা বিশ্বে সাক্ষর মানুষের সংখ্যা শতকরা ৮৬ ভাগ। আর নিম্ন-আয়ের দেশগুলোতে গড় সাক্ষরতার হার ৬১%, নিম্ন মধ্য-আয়ের দেশগুলোতে এই হার ৭৬%, মধ্য-আয়ের দেশগুলোতে ৮৬% এবং উচ্চ মধ্য-আয়ের দেশসমূহে সাক্ষরতার

সারণি ১

অর্থনৈতিক শ্রেণিবিভাগ অনুযায়ী বিশ্বে বয়স্ক (১৫+ বছর) সাক্ষরতার হার

দেশের ধরন	%
নিম্ন-আয়ের দেশ	৬১
নিম্ন মধ্য-আয়ের দেশ	৭৬
মধ্য-আয়ের দেশ	৮৬
উচ্চ মধ্য-আয়ের দেশ	৯৫
সারা বিশ্ব	৮৬



হার ৯৫%। এই

ফলাফল এভাবে বর্ণনার পরিবর্তে সারণিতে (সারণি ১ দ্রষ্টব্য) উপস্থাপন করলে তা সহজেই পাঠকের দৃষ্টিগোচর হবে ও বুঝা সহজতর হবে। অপেক্ষাকৃত বড় আয়তনের উপাত্ত এবং জটিলভাবে সম্পর্কিত চলকসমূহ থেকে প্রাপ্ত তথ্যকে সরল ও সহজভাবে উপস্থানের জন্য লেখচিত্র ব্যবহার করা সমীচীন। লেখচিত্রের উদাহরণের জন্য চিত্র ১ দেখুন। কোনো যুক্তিসঙ্গত কারণ ছাড়া একই উপাত্তগুচ্ছকে সারণি এবং লেখচিত্র উভয়ের মাধ্যমে উপস্থাপন না করাই বাঞ্ছনীয়। সাধারণত টেক্সট বা বর্ণনা লেখচিত্র এবং সারণির মাধ্যমে উপস্থাপিত উপাত্তের সম্পূরক

হিসেবে কাজ করে। এই পাঠে আমরা সাংখ্যিক গবেষণায় লেখচিত্রের ব্যবহার নিয়ে আলোচনা করব।

লেখচিত্র সম্পর্কে সাধারণ ধারণা/লেখচিত্র কী?

একাধিক উপাত্তগুচ্ছের মধ্যে পার্থক্য, পরিবর্তন, একই উপাত্তগুচ্ছের মধ্যে বিদ্যমান ধারা বা প্রবণতা, এবং বিভিন্ন চলকের মধ্যে সম্পর্ক উপস্থাপনের আকর্ষণীয়, আবেদনধর্মী, কার্যকর এবং বিশ্বাসযোগ্য উপায় হলো লেখচিত্র। গবেষণার ফলাফল উপস্থাপন এবং ব্যাখ্যা করার লক্ষ্যে লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। প্রকৃতপক্ষে, লেখচিত্র হলো পদ্ধতিগতভাবে উপাত্ত প্রদর্শনের একটি বহুল ব্যবহৃত উপকরণ। লেখচিত্র সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনার দৃশ্যমান বা চিত্র-ভিত্তিক কৌশল হিসেবে অভিহিত। Friendly (n.d.) এর মতে, “Graphs help us to see patterns, trends, anomalies and other features [that are] not otherwise easily apparent from numerical summaries”।

লেখচিত্র জটিলতর উপাত্তকে সরলভাবে উপস্থাপন করতে সক্ষম এবং মূল তথ্য বা ফলাফলের ওপর গুরুত্ব আরোপ করে থাকে। কোনো জটিল সারণির তুলনায় লেখচিত্র পাঠ করা অধিকতর সহজ। লেখচিত্র বিশেষজ্ঞের পাশাপাশি গড়পরতার সাধারণ পাঠকের জন্যও সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনের একটি কার্যকরকৌশল।

লেখচিত্র ব্যবহারের উদ্দেশ্য ও সুবিধা

লেখচিত্র ব্যবহারের একটি উদ্দেশ্য হলো অনুসন্ধানমূলক উপাত্ত বিশ্লেষণ করা যার মাধ্যমে উপাত্তের প্রকৃতি নীরিক্ষা করা যায়। আরেকটি উদ্দেশ্য হলো গবেষণার ফলাফল উপস্থাপন করা যেখানে মূলত: ফলাফলের গুরুত্বপূর্ণ দিকসমূহের প্রতি পাঠকের দৃষ্টি আকর্ষণ করা হয়।

লেখচিত্রের মাধ্যমে উপাত্ত বা ফলাফল উপস্থাপনার বিভিন্ন সুবিধা রয়েছে-

- গবেষণালব্ধ যে সকল উপাত্ত বা ফলাফল সারণি বা ছকের মাধ্যমে উপস্থাপন করলে জটিল রূপ ধারণ করে তা বোধগম্যভাবে ও ব্যাখ্যাযোগ্য করে উপস্থাপন করা লেখচিত্রের একটি প্রধান উদ্দেশ্য।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে বড় আকারের নমুনালব্ধ উপাত্ত সংক্ষেপে কিন্তু পূর্ণাঙ্গভাবে উপস্থাপন করা যায়। অনেক ক্ষেত্রেই উপাত্তগুচ্ছের (যেমন, গড় বা আদর্শ বিচ্যুতি) সাংখ্যিক মান থেকে একক মান ছাড়া অন্য তথ্য সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায় না। যেমন, একগুচ্ছ উপাত্তের গড় বা আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করলে তা থেকে আউটলায়ার (যদি থাকে) সম্পর্কে জানা যায় না, কিন্তু লেখচিত্র (যেমন, বক্স প্লট) থেকে তা সহজে জানা যায়।
- লেখচিত্রের মাধ্যমে কোন চলকের সামগ্রিক ফলাফল সম্পর্কে দ্রুত ধারণা লাভ করা যায়।
- উপাত্তগুচ্ছের মধ্যে কোনো ধারা বা প্রবণতা ও পরিবর্তন প্রদর্শনের জন্য লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়।
- দুই বা ততোধিক দলের মধ্যে তুলনা করার উদ্দেশ্যেও লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়

লেখচিত্র গঠনের সময় বিবেচ্য বিষয়

- লেখচিত্রকে যতটা সম্ভব সরলভাবে গঠন করতে হবে।
- লেখচিত্র অবশ্যই স্ব-ব্যাখ্যামূলক (self-explanatory) হতে হবে। পাঠক সংশ্লিষ্ট বর্ণনা বা টেক্সট না পড়েও যেন লেখচিত্রে উপস্থাপিত ফলাফল/তথ্য বুঝতে পারে।
- এমন লেখচিত্র নির্বাচন করতে হবে যা সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ বার্তা বা তথ্য জ্ঞাপনে সহায়তা করে।
- একই লেখচিত্রে বিভিন্ন পর্যায়ের ফলাফল পরিদৃষ্ট হতে পারে। তবে লেখচিত্রের মাধ্যমে বহু-পর্যায়ের বিস্তারিত উপাত্তের পরিবর্তে শুধু মূল বিষয়ের সাথে সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ প্রধান উপাত্ত বা ফলাফল উপস্থাপন করা বাঞ্ছনীয়। কারণ, কম গুরুত্বপূর্ণ ও অতিরিক্ত উপাত্ত পাঠকের মনযোগ / দৃষ্টি বিভ্রান্ত করতে পারে।
- অপেক্ষাকৃত জটিল লেখচিত্র যা বুঝতে সময় দিতে হবে তা গবেষণা প্রতিবেদনের পরিশিষ্টে যোগ করতে হবে।
- লেখচিত্র দেখে যেন নির্ধারিত প্রশ্নের উত্তর পাওয়া সহজ হয়; যেন নতুন প্রশ্নের উদয় না হয়।

লেখচিত্রের বিভিন্ন অংশ

একটি লেখচিত্রে বেশ কয়েকটি অংশ থাকে। লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত উপাত্ত অর্থপূর্ণ করতে হলে এর সবক'টি অংশ সম্পূর্ণ করতে হবে। যেমন: (১) একটি শিরোনাম (title); (২) দু'টি অক্ষের পরিচয় (axis labels); (৩) নমুনা বা দলের নাম (labels for subgroups); (৪) স্কেল (scales) বা পরিমাপের একক (units of measure); (৫) উপাত্ত (data) (৬) পাদটিকা (footnote) (যদি প্রয়োজন হয়); (৭) তথ্যের উৎস বা রেফারেন্স (references to data source), যদি প্রয়োজন হয়।

উপযুক্ত লেখচিত্র নির্বাচন

গবেষণালব্ধ উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য উপযুক্ত লেখচিত্র নির্বাচন সাধারণভাবে নির্ভর করে গবেষণার উদ্দেশ্য এবং যে উপাত্ত সংগ্রহ করা হয়েছে তার প্রকৃতির ওপর। এছাড়া লেখচিত্র নির্বাচন গবেষক ও পাঠকের পছন্দ দ্বারাও প্রভাবিত হয়। ক্রোথারস (Crothers, ১৯৮১)-এর মতে নির্দিষ্ট ধরনের লেখচিত্র নির্বাচনের জন্য কোন আদর্শ বা সর্বজনগ্রাহ্য পদ্ধতি নেই। উপযুক্ত লেখচিত্র নির্বাচনের জন্য তিনি যেসব বিষয় বিবেচনার পরামর্শ দিয়েছেন তার মধ্যে রয়েছে লেখচিত্রের উদ্দেশ্য (purpose), উপযোগিতা (usefulness), সঠিকতা (accuracy), লেখচিত্রের সুস্পষ্টতা (clarity) এবং সরলতা (simplicity)। অর্থাৎ, লেখচিত্র কী উদ্দেশ্যে গঠন ও ব্যবহৃত হবে? অথবা কোন গবেষণা প্রশ্নের উত্তরে লেখচিত্র ব্যবহার করা হবে? লেখচিত্রের মাধ্যমে কী বা কোন চলকের পরিমাপ উপস্থাপন করতে চাওয়া হচ্ছে? চলক থেকে পরিমাপকৃত উপাত্ত কোন ধরনের? যেমন, শ্রেণিগত (নামবাচক, ক্রমজ) বা সাংখ্যিক (বিচ্ছিন্ন, অবিচ্ছিন্ন) উপাত্ত ইত্যাদি। চলকসমূহ কিভাবে পরিমাপ করা হয়েছে বা পরিমাপগুলো কী? যেমন, ঘটন সংখ্যা, শতকরা হার, গড় ইত্যাদি। পরিমাপসমূহ কী একক অথবা দল বা শ্রেণি হিসেবে উপস্থাপন করা হবে? এর পাঠক কে বা কে এই তথ্য ব্যবহার করবে? এর পাঠকের জন্য মূল বার্তা কী? পাঠককে উপস্থাপিত উপাত্ত বুঝতে সহায়তা করবে কিনা; নির্বাচিত লেখচিত্রে উপাত্তের সঠিক পরিমাপ উপস্থাপন করা যাবে কিনা এবং উপাত্ত কতটা সুস্পষ্ট ও সরলভাবে উপস্থাপন করতে সক্ষম হবে? এসব প্রশ্ন গবেষককে উপযুক্ত লেখচিত্র নির্বাচনে সহায়তা করবে এবং লেখচিত্র থেকে উপাত্ত বা ফলাফল সম্পর্কে সুস্পষ্ট ব্যাখ্যা পেতে সহায়তা করবে।

লেখচিত্রের শ্রেণিবিভাগ

গবেষকগণ তাদের প্রবন্ধে বা গবেষণা প্রতিবেদনে বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করেন। গবেষণায় সাধারণত: যে ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয় তার মধ্যে রয়েছে: স্তম্ভ লেখ (bar diagram), আয়তলেখ (histogram), বৃত্তাকার লেখ (pie chart), রেখা চিত্র (line diagram), বাক্স-চিত্র (box-plot) ইত্যাদি।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৪(ক)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

- ১। একজন গবেষক উচ্চবিত্ত, উচ্চ-মধ্যবিত্ত, মধ্যবিত্ত, নিম্ন-মধ্যবিত্ত এবং নিম্ন-বিত্ত এই পাঁচ ধরনের পরিবারের শিখন সামগ্রী ক্রয়ে ব্যয়ের পরিমাণ (মোট টাকা) তুলনা করার জন্য প্রয়োজনীয় উপাত্ত কোনটির মাধ্যমে উপস্থাপন করবেন?
(ক) লেখচিত্র (খ) টেক্সট (গ) সারণি (ঘ) বর্ণনা
- ২। লেখচিত্রের ক্ষেত্রে কোনটি সর্বোত্তমভাবে প্রযোজ্য?
(ক) সাংখ্যিক গবেষণার উপাত্ত/ফলাফল উপস্থাপনার কৌশল
(খ) বিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস উপস্থাপন পদ্ধতি
(গ) অবিন্যস্ত উপাত্তের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরির পদ্ধতি
(ঘ) গবেষণালব্ধ উপাত্ত/ফলাফল উপস্থাপনের দৃশ্য-ভিত্তিক কৌশল
- ৩। লেখচিত্র ব্যবহারের প্রধান সুবিধা কোনটি?
(ক) কম জায়গায় অনেক বেশি উপাত্ত উপস্থাপন করা যায়
(খ) বিশেষজ্ঞের পাশাপাশি সাধারণ পাঠকও লেখচিত্র সহজে বুঝতে পারে
(গ) এটি তৈরির জন্য বিশেষ জ্ঞান বা দক্ষতার প্রয়োজন নেই
(ঘ) সফটওয়্যার ব্যবহার করে সহজে গঠন করা যায়

সঠিক উত্তর: ১। ক; ২। ঘ; ৩। খ।

রচনামূলক প্রশ্ন

১. লেখচিত্র ব্যবহারের প্রধান উদ্দেশ্য বর্ণনা করুন।
২. সাংখ্যিক গবেষণালব্ধ উপাত্ত টেক্সট এবং সারণির পরিবর্তে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনের সুবিধা বর্ণনা করুন।

পাঠ ৭.৪ (খ) বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র: আয়তলেখ ও স্তম্ভলেখ



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- স্তম্ভলেখ কী তা বলতে পারবেন;
- স্তম্ভলেখ কিভাবে তৈরি করতে হয় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- আয়তলেখ কী তা বলতে পারবেন;
- আয়তলেখ কিভাবে তৈরি করতে হয় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং
- স্তম্ভলেখ ও আয়তলেখ-এর মধ্যে পার্থক্য বর্ণনা করতে পারবেন।

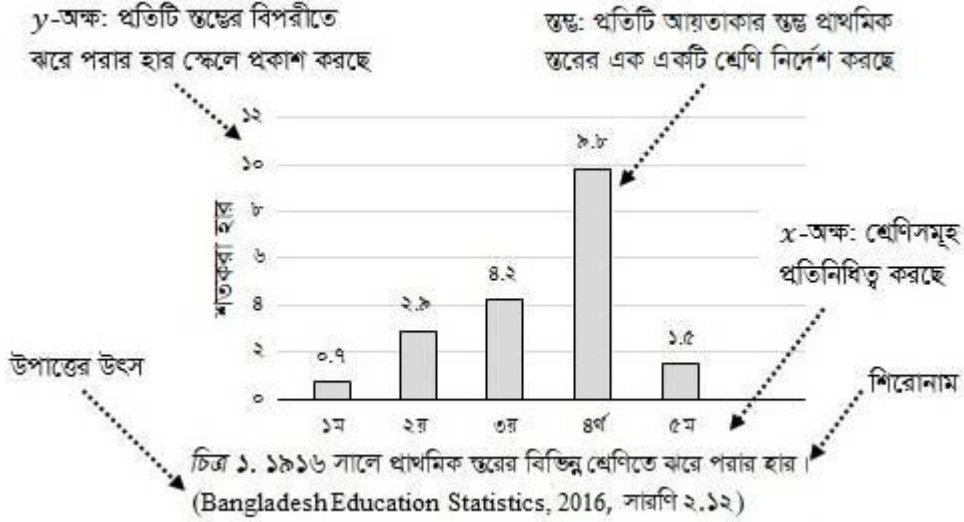


সাংখ্যিক উপাত্ত ও ফলাফল উপস্থাপনে স্তম্ভলেখ

আমরা পূর্ববর্তী পাঠে বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্রের মধ্যে বহুল ব্যবহৃত কয়েকটি লেখচিত্রের নাম সম্পর্কে জেনেছি। এই পাঠে আমরা স্তম্ভলেখ ও আয়তলেখ নিয়ে আলোচনা করব।

স্তম্ভলেখ (bar diagram)

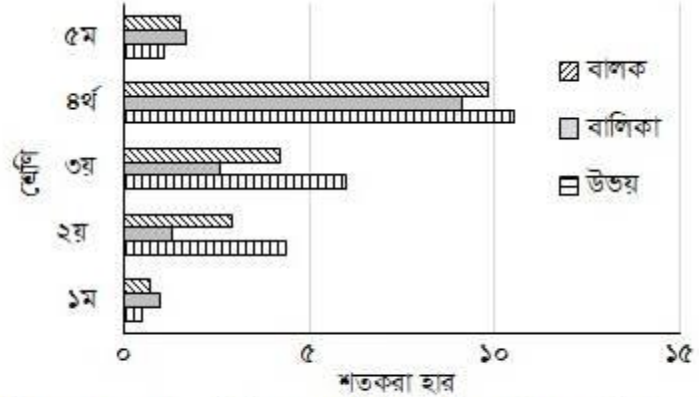
বহুল ব্যবহৃত লেখচিত্রের মধ্যে একটি হলো স্তম্ভলেখ। স্তম্ভলেখ-এর মাধ্যমে শ্রেণিগত/গুণগত উপাত্ত(categorical data) উপস্থাপন করা হয়। এটি একাধিক বিচ্ছিন্ন/পৃথক আয়তাকার স্তম্ভ নিয়ে গঠিত। প্রতিটি স্তম্ভ এক একটি শ্রেণি



বা দলের সাংখ্যিক মান/উপাত্ত উপস্থাপন করে। একটি স্তম্ভের মাধ্যমে উপস্থাপিত উপাত্তের মান উক্ত স্তম্ভের উচ্চতার সমানুপাতিক। স্তম্ভলেখ-এর x-অক্ষ (আনুভূমিক অক্ষ) চলকের শ্রেণিসমূহের প্রতিনিধিত্ব করে। এই অক্ষের কোন স্কেল নেই, শুধু শ্রেণিসমূহ নির্দেশ করে। আর y-অক্ষ (উল্লম্ব অক্ষ) একটি নির্দিষ্ট স্কেলে শ্রেণিসমূহের পরিমাপের এককসমূহ নির্দেশ করে। প্রতিটি স্তম্ভে এক একটি শ্রেণির বিপরীতে প্রকৃত সংখ্যা (counts), ঘটনসংখ্যা (frequency), শতকরা হারসহ (percentage) অন্যান্য পরিমাপ উপস্থাপন করা হয়। চিত্র ১ দেখুন।

সুভললেখ চিত্রের ক্ষেত্রে চারটি অংশ। যথা: (ক) শিরোনাম: কতগুলো মূল/প্রধান শব্দ যা লেখচিত্রের বিষয়বস্তুর ব্যাখ্যা প্রদান করে; (খ) অক্ষের পরিচয়/লেবেল: x -অক্ষ ও y -অক্ষ কী প্রতিনিধিত্ব করছে তার পরিচিতি; (গ) স্কেল: উপাত্ত যে স্কেলে পরিমাপ করা হয়েছে; (ঘ) আয়তাকার স্তম্ভ: স্তম্ভসমূহ কি নির্দেশ করছে তার বর্ণনা করা।

উপাত্তের শ্রেণির সংখ্যার ওপর ভিত্তি করে স্তম্ভসমূহ আনুভূমিক বা উলম্ব উভয়ভাবে অংকন করা যায়। সুভললেখ-এর মাধ্যমে একগুচ্ছ উপাত্তকে বর্ণনা করা যায়, আবার একাধিক উপাত্তগুচ্ছের মধ্যে তুলনাও করা যায়। চিত্র ১-এ ১৯১৬ সালে প্রাথমিক স্তরের বিভিন্ন শ্রেণি থেকে শিক্ষার্থীদের ঝরে পরার হার বর্ণনা করা হয়েছে। আবার চিত্র ২-এ ১৯১৬ সালে ছেলে শিশু ও মেয়ে শিশুদের ঝরে পরার হারের তুলনামূলক উপাত্ত উপস্থাপন করা হয়েছে। এখানে লক্ষ্যণীয় যে স্তম্ভসমূহ আনুভূমিকভাবে অংকন করা হয়েছে।



চিত্র ২. ১৯১৬ সালে প্রাথমিক স্তরের বিভিন্ন শ্রেণিতে বালক ও বালিকাদের ঝরে পরার হার। (Bangladesh Education Statistics, ২০১৬, সারণি ২.১২)

আয়তলেখ (histogram)

অবিচ্ছিন্ন চলক (পাঠ ৭.১.১ দ্রষ্টব্য) থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত উপস্থাপনের কার্যকর কৌশল হলো আয়তলেখ। আয়তলেখ দ্বারা একগুচ্ছ উপাত্তের বিন্যাস বা বন্টনের আকৃতি সম্পর্কে ধারণা লাভ করা যায়। অবিচ্ছিন্ন চলকের ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের ভিত্তিতে তৈরিকৃত লেখচিত্রই আয়তলেখ।

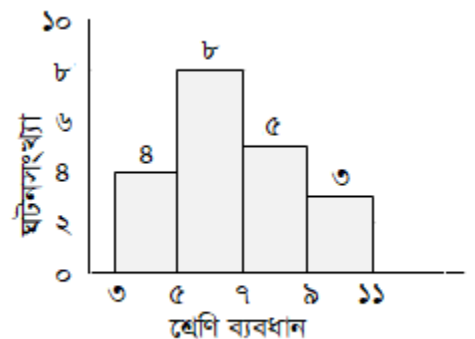
আয়তলেখকে সুভললেখ-এর বিশেষ রূপ বলা যায়। তবে এক্ষেত্রে একক সংখ্যার বা ঘটন সংখ্যার পরিবর্তে সংখ্যার একটি পরিসর (range) অথবা ব্যবধান (interval) ব্যবহার করা হয়। এই পরিসর বা ব্যবধান শ্রেণি (class) বা বিন (bin) নামেও পরিচিত। আয়তলেখ ও সুভললেখ-এর অনুরূপ একাধিক আয়তাকার স্তম্ভ নিয়ে গঠিত তবে। এক্ষেত্রে স্তম্ভসমূহ বিচ্ছিন্ন বা পৃথক নয় বরং সন্নিহিতভাবে দণ্ডায়মান বা একে অপরের সাথে লাগোয়া অবস্থায় থাকে। আয়তলেখ-এর প্রতিটি স্তম্ভ একটি পরিসরের মধ্যে কয়টি উপাত্ত (ঘটনসংখ্যা বা পর্যবেক্ষণ সংখ্যা) আছে তা নির্দেশ করে। আয়তলেখ-এর প্রতিটি স্তম্ভ এক একটি শ্রেণির প্রতিনিধিত্ব করে। কোনো নির্দিষ্ট স্তম্ভের ক্ষেত্রফল উক্ত স্তম্ভে উপস্থাপিত শ্রেণির মানের (ঘটনসংখ্যা বা পর্যবেক্ষণ সংখ্যা) সমানুপাতিক।

সারণি ২

স্কোরসমূহের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

শ্রেণি	f
৩ - ৫	৪
৫ - ৭	৮
৭ - ৯	৫
৯ - ১১	৩
মোট	২০

আয়তলেখ গঠনের জন্য প্রথমে কাঁচা উপাত্তসমূহ দ্বারা বিন্যস্ত উপাত্তের শ্রেণিভিত্তিক ঘটনসংখ্যা বিন্যাস (পাঠ ৭.১.৩ দ্রষ্টব্য) তৈরি করতে হবে। এক্ষেত্রে প্রতিটি কাঁচা উপাত্তের জন্য একটি করে স্তম্ভ অংকন না করে উপাত্তসমূহকে কতগুলো অবিচ্ছিন্ন পরিসরে ভাগ করা হয়। তারপর প্রতিটি পরিসরের ঘটন সংখ্যার মান



চিত্র ৩. শিক্ষার্থীদের স্কোরের বিন্যাস

অনুযায়ী একটি করে স্তম্ভ আঁকা হয়। এক্ষেত্রে x -অক্ষ ও y -অক্ষ উভয়ই নির্দিষ্ট পরিমাপের স্কেল নির্দেশ করে। আয়তলেখ গঠনের সময় সাধারণত x -অক্ষ (বা অনুভূমিক অক্ষ) বরাবর শ্রেণি/পরিসর স্থাপন করা হয়। কাজেই, x -অক্ষ অবিচ্ছিন্ন স্কেল নির্দেশ করে এবং y -অক্ষ বরাবর ঘটনসংখ্যা স্থাপন করা হয় এবং x -অক্ষের স্কেল অনুযায়ী স্তম্ভসমূহ অংকন করা হয়। এর ফলে স্তম্ভসমূহ x -অক্ষের ওপর দণ্ডায়মান থাকে। উদাহরণস্বরূপ, ২০ জন শিক্ষার্থীর একটি পরীক্ষায় অর্জিত স্কোরগুচ্ছ বিবেচনা করা যাক। যেমন- ৩, ৪, ৪, ৫, ৬, ৬, ৬, ৬, ৭, ৭, ৭, ৭, ৮, ৮, ৯, ৯, ৯, ১০, ১১, ১১। এই স্কোরসমূহকে কয়েকটি অবিচ্ছিন্ন পরিসরে ভাগ করা যায়। যেমন, ৩-৫, ৫-৭, ৭-৯, ৯-১১। এখানে প্রতিটি শ্রেণির ব্যবধান ৩। প্রতিটি শ্রেণির বিপরীতে মোট স্কোরের সংখ্যা (বা ঘটনসংখ্যা) নির্ণয় করে সারণি ২-এ প্রদত্ত একটি শ্রেণিভিত্তিক ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি (পাঠ ৭.১.৩ দ্রষ্টব্য) করা যেতে পারে। সারণি ২-এর ১ম কলামে ২০টি উপাত্তকে ৪টি অবিচ্ছিন্ন পরিসর/শ্রেণিতে ভাগ করা হয়েছে: (৩-৫), (৫-৭), (৭-৯), এবং (৯-১১)। আর ২য় কলামে রয়েছে প্রতিটি শ্রেণির ঘটনসংখ্যা। যেমন, (৩-৫) পরিসরের ঘটনসংখ্যা ৪।

এখন এই সজ্জিত ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের ওপর ভিত্তি করে একটি আয়তলেখ অংকন করতে হবে। প্রথমে x -অক্ষ বরাবর উপরোল্লিখিত চারটি শ্রেণি স্থাপন করতে হবে। এরপর y -অক্ষ বরাবর প্রত্যেক শ্রেণির ঘটনসংখ্যা স্থাপন করতে হবে। এরপর স্থাপিত প্রতিটি শ্রেণি বরাবর ভূমি থেকে উলম্বভাবে y -অক্ষে স্থাপিত ঘটন সংখ্যার স্কেল অনুযায়ী একটি করে স্তম্ভ অংকন করতে হবে। চিত্র ৩ দেখুন। এক্ষেত্রে যেমন, (৩-৫) শ্রেণির ঘটনসংখ্যা ৪। কাজেই x -অক্ষের (৩-৫) শ্রেণির ভূমি থেকে ওপরের দিকে y -অক্ষের ৪ বরাবর একটি স্তম্ভ অংকন করা হয়েছে। একইভাবে প্রতিটি শ্রেণির নিজ নিজ ঘটনসংখ্যা অনুযায়ী স্তম্ভ অংকন করার পর চিত্র ৩-এ প্রদত্ত লেখচিত্র তৈরি হয়েছে।

স্তম্ভলেখ এবং আয়তলেখ-এর মধ্যে পার্থক্য

নিচে স্তম্ভলেখ এবং আয়তলেখ-এর মধ্যে তুলনামূলক পার্থক্য দেখানো হলো।

সারণি ৩ : স্তম্ভলেখ এবং আয়তলেখ-এর মধ্যে তুলনামূলক পার্থক্য		
বিষয়	আয়তলেখ	স্তম্ভলেখ
চলক/ উপাত্তের ধরন	আয়তলেখ সাংখ্যিক ও অবিচ্ছিন্ন উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য উপযুক্ত। প্রতিটি স্তম্ভ একটি শ্রেণিকে প্রতিনিধিত্ব করে যেখানে শ্রেণিটি গঠিত হয় সাংখ্যিক ও অবিচ্ছিন্ন উপাত্ত নিয়ে।	অপরদিকে স্তম্ভলেখ শ্রেণিগত ও বিচ্ছিন্ন উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য উপযুক্ত। প্রতিটি স্তম্ভ শ্রেণিগত চলক দ্বারা গঠিত শ্রেণিকে প্রতিনিধিত্ব করে।
উপস্থাপনার বিষয়	<ul style="list-style-type: none"> ● অবিচ্ছিন্ন চলকের বিন্যাস ● সাংখ্যিক উপাত্ত (quantitative data) 	<ul style="list-style-type: none"> ● বিচ্ছিন্ন চলকের বর্ণনা ও পারস্পরিক তুলনা ● শ্রেণিকৃত উপাত্ত (categorical data)
স্তম্ভ-এর বৈশিষ্ট্য	<ul style="list-style-type: none"> ● আয়তলেখ স্তম্ভসমূহ y-অক্ষের ওপর দণ্ডায়মান থাকে এবং একে অপরের সাথে লেগে থাকে। অর্থাৎ, দু'টি স্তম্ভের মধ্যে কোনো ফাঁক থাকে না। 	<ul style="list-style-type: none"> ● আয়তলেখ স্তম্ভসমূহ এক অপর থেকে বিচ্ছিন্নভাবে বা পৃথকভাবে y-অক্ষের ওপর দণ্ডায়মান থাকে।
	<ul style="list-style-type: none"> ● স্তম্ভসমূহ নির্দিষ্ট ক্রম অনুসরণে সাজানো হয়; ক্রম পরিবর্তযোগ্য নয়। 	<ul style="list-style-type: none"> ● যে কোন ক্রম অনুসরণ করে স্তম্ভসমূহ পুনরায় সাজানো যায়।
	<ul style="list-style-type: none"> ● স্তম্ভসমূহের ব্যাপ্তি/প্রস্থ এক নাও হতে পারে (নির্দিষ্ট শ্রেণি ব্যবধানের ওপর নির্ভরশীল)। 	<ul style="list-style-type: none"> ● স্তম্ভসমূহের ব্যাপ্তি/প্রস্থ সমান
	<ul style="list-style-type: none"> ● প্রতিটি স্তম্ভের ক্ষেত্রফল উক্ত স্তম্ভে উপস্থাপিত শ্রেণির মানের সমানুপাতিক। 	<ul style="list-style-type: none"> ● প্রতিটি স্তম্ভের মাধ্যমে উপস্থাপিত শ্রেণির মান উক্ত স্তম্ভের উচ্চতার সমানুপাতিক।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৪ (খ)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

- কোন ধরনের উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য স্তম্ভলেখ ব্যবহার করা যায় না?
(ক) অবিচ্ছিন্ন (খ) সাংখ্যিক (গ) শ্রেণিগত (ঘ) বিচ্ছিন্ন
- একজন গবেষক উচ্চবিত্ত, উচ্চ-মধ্যবিত্ত, মধ্যবিত্ত, নিম্ন-মধ্যবিত্ত এবং নিম্ন-বিত্ত এই পাঁচ ধরনের পরিবারের শিখন সামগ্রী ক্রয়ে মোট ব্যয়ের পরিমাণ (টাকা) তুলনা করার জন্য প্রয়োজনীয় উপাত্ত কোনটির মাধ্যমে উপস্থাপন করবেন?
(ক) টেক্সট (খ) আয়তলেখ (গ) স্তম্ভলেখ (ঘ) সারণি
- কোন ধরনের উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য আয়তলেখ ব্যবহার করা হয়?
(ক) গুণগত (খ) বিচ্ছিন্ন (গ) শ্রেণিগত (ঘ) অবিচ্ছিন্ন
- একজন গবেষক গত ৫ বছরে (২০১৩, ২০১৪, ২০১৫, ২০১৬ ও ২০১৭ সাল) বাংলা বিষয়ে প্রাথমিক সমাপনী পরীক্ষার ফলফল তুলনা করতে চান। তিনি কোনটি ব্যবহার করা সমীচীন মনে করবেন?
(ক) আয়তলেখ (খ) সারণি (গ) টেক্সট (ঘ) স্তম্ভলেখ

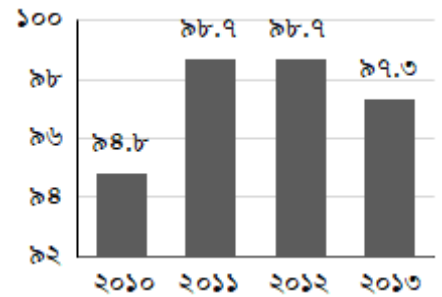
সঠিক উত্তর: ১। ক; ২। গ; ৩। ঘ; ৪। ঘ।

রচনামূলক প্রশ্ন

- একজন গবেষক ৩০০ জন শিক্ষকের বেতন সম্পর্কিত তথ্য সংগ্রহ করলেন। তিনি বেতনের উপাত্তসমূহকে চারটি শ্রেণিতে বিভক্ত করেন এবং প্রতি শ্রেণির ব্যবধান ৩ হাজার টাকা। শিক্ষকদের বেতনের ধারা দেখার জন্য তিনি আয়তলেখ ব্যবহারের সিদ্ধান্ত নিলেন কেন। ব্যাখ্যা করুন।
- স্তম্ভলেখ ও আয়তলেখ-এর মধ্যে প্রধান পার্থক্য বর্ণনা করুন।
- নিচের সারণিতে চার বছরে প্রাথমিক স্তরে ভর্তিকৃত বালক ও বালিকা শিক্ষার্থীদের শতকরা হার উপস্থাপন করা হয়েছে।

শিক্ষার্থী	২০১০	২০১১	২০১২	২০১৩
বালক	৯২.২	৯৭.২	৯৫.৪	৯৬.২
বালিকা	৯৭.৬	৯৯.৪	৯৮.১	৯৮.২
মোট	৯৪.৮	৯৮.৭	৯৮.৭	৯৭.৩

- এই সারণি থেকে চার বছরে বালকদের ভর্তির হার তুলনা করার জন্য একটি একটি উপযুক্ত লেখচিত্র অংকন করুন।
- উপযুক্ত লেখচিত্র ব্যবহার করে ২০১৩ সালে বালক ও বালিকাদের ভর্তির হারের মধ্যে তুলনা করুন।
(সংকেত: উভয় ক্ষেত্রে স্তম্ভলেখ ব্যবহার করুন। কারণ, উভয় ক্ষেত্রে উপাত্তের ধরন শ্রেণিগত বা ক্যাটেগরিকাল।)
- ২০১০ থেকে ২০১৩ সালে প্রাথমিক স্তরে ভর্তিকৃত মোট শিক্ষার্থীদের শতকরা হার নিচের লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়েছে। লেখচিত্রটির প্রয়োজনীয় অংশ (যেমন, শিরোনাম, দু'টি অক্ষ ইত্যাদি) চিহ্নিত করুন।



পাঠ ৭.৪ (গ) বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র: বৃত্তাকার চিত্র, রেখা চিত্র ও বাক্স-চিত্র



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- বৃত্তাকার চিত্রের (pie chart) ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন;
- বৃত্তাকার চিত্রের গঠন প্রক্রিয়া বর্ণনা করতে পারবেন;
- রেখা চিত্রের ব্যবহার ও গঠন প্রক্রিয়া বর্ণনা করতে পারবেন;
- বাক্স-চিত্রের (box-plot) গঠন প্রক্রিয়া বর্ণনা ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- বাক্স-চিত্রের (box-plot) ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন।



বৃত্তাকার চিত্র (pie chart or circle chart)

বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্রের মধ্যে বৃত্তাকার চিত্র উপাত্ত উপস্থাপনের একটি বহুল ব্যবহৃত দৃশ্যভিত্তিক প্রক্রিয়া। দল বা শ্রেণিগত উপাত্তের ক্ষেত্রে এই লেখচিত্র প্রযোজ্য। সাধারণত কোনো শ্রেণিগত চলকের ক্ষেত্রে প্রাপ্ত একগুচ্ছ উপাত্তের কতভাগ কোন শ্রেণিতে বিন্যস্ত রয়েছে তা জানার জন্য বৃত্তাকার চিত্র উপযুক্ত। অর্থাৎ, বিভিন্ন দল বা শ্রেণির অনুপাত এবং শতকরা হার প্রদর্শন করতে সহায়তা করে। এই চিত্রে একটি বৃত্তকে আনুপাতিকভাবে বিভিন্ন অংশে ভাগ করা হয়। বৃত্তটির প্রতিটি চাপের (arc) দৈর্ঘ্য এক একটি দল বা শ্রেণির অনুপাত বা শতকরা হারের প্রতিনিধিত্ব করে। সম্পূর্ণ বৃত্তটি মোট উপাত্ত বা সকল উপাত্তের যোগফলের প্রতিনিধিত্ব করে যার মান শতকরা ১০০ ভাগ।

শ্রেণিগত উপাত্তের আনুপাতিক বিন্যাস সম্পর্কে দ্রুত ধারণা প্রদানের জন্য বৃত্তাকার চিত্র একটি আদর্শ পদ্ধতি। তবে এর বেশ কিছু সীমাবদ্ধতা রয়েছে। যেমন,

- এর মাধ্যমে অল্পসংখ্যক শ্রেণির উপাত্ত উপস্থাপন করা অধিক কার্যকর। শ্রেণির সংখ্যা যত বাড়বে প্রতিনিধিত্বকারী বৃত্তের অংশগুলো ততই ছোট হয়ে আসে যা প্রকান্তরে উপাত্ত বোঝার ক্ষেত্রে অসুবিধা সৃষ্টি করে।
- অন্যান্য লেখচিত্রের তুলনায় বৃত্তাকার চিত্র অনেক বেশি জায়গা দখল করে।
- একগুচ্ছ বৃত্তাকার চিত্রের পরস্পরের মধ্যে পুঞ্জানুপুঞ্জ তুলনা করার জন্য আদর্শ পদ্ধতি নয়। বরং একটি বৃত্তাকার চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত বিভিন্ন শ্রেণির পরস্পরের মধ্যে তুলনা করার জন্য অধিক কার্যকর।

বৃত্তাকার চিত্রের গঠন

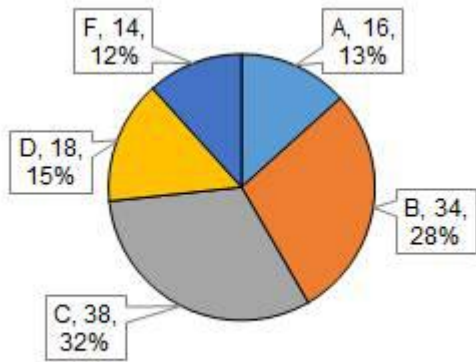
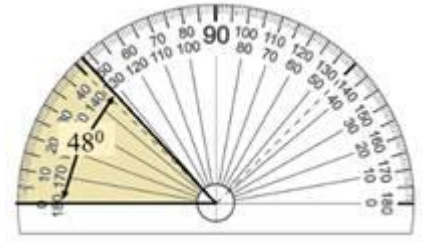
বৃত্তাকার চিত্রের গঠন প্রণালী আমরা একটি উদাহরণের মাধ্যমে আলোচনা করছি। ধরা যাক, একটি পরীক্ষায় ১২০ জন শিক্ষার্থী অংশগ্রহণ করে। তাদের ফলাফল পাঁচটি অক্ষর গ্রেড যথা- A, B, C, D, এবং F এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে। নিচের সারণিতে প্রত্যেক গ্রেডের বিপরীতে শিক্ষার্থীদের সংখ্যা প্রদান করা হয়েছে। এখানে গ্রেডের পাঁচটি শ্রেণি বিবেচনা করা হয়েছে। এই উপাত্ত দ্বারা একটি বৃত্তাকার চিত্র আঁকতে হবে।

সারণি ১: উপাত্ত, শতকরা হার এবং ডিগ্রির পরিমাপ

গ্রেড	A	B	C	D	F	মোট
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	১৬	৩৪	৩৮	১৮	১৪	১২০
শতকরা হার	১৩.৩	২৮.৩	৩১.৭	১৫.০	১১.৭	১০০
ডিগ্রিতে পরিমাপ	৪৮	১০২	১১৪	৫৪	৪২	৩৬০

বৃত্তাকার চিত্র অংকনের জন্য নিচের ধাপসমূহ অনুসরণ করা যেতে পারে:

- প্রথমে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। এখানে এটি ১২০।
- শতকরা হার নির্ণয়: তারপর প্রত্যেক গ্রেডের মানকে মোট দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করতে হবে। যেমন, A গ্রেড প্রাপ্ত শিক্ষার্থীর শতকরা হার ১৩.৩। সারণি ১ এর ৩নং সারি দেখুন।
- প্রতি গ্রেডের ডিগ্রি নির্ণয়: যে কোনো বৃত্তের কেন্দ্রের পরিমাপ ৩৬০ ডিগ্রি। প্রত্যেক গ্রেডের সংখ্যামানকে মোট দ্বারা ভাগ করে ভাগফলকে ৩৬০ ডিগ্রি দ্বারা গুণ করতে হবে। যেমন, A গ্রেডের জন্য নির্ণীত ডিগ্রি হবে:
 $16/120 * 360 = 48$ ডিগ্রি। একইভাবে প্রত্যেক গ্রেডের জন্য ডিগ্রি নির্ণয় করতে হবে। সারণি ১-এর ৪ নং সারি দেখুন।
- অতঃপর নির্ণীত ডিগ্রিসমূহ দ্বারা একটি বৃত্ত অংকন করতে হবে এবং তার বিভিন্ন অংশ চিহ্নিত করতে হবে। এভাবে উপরোক্ত শ্রেণিগত উপাত্ত দ্বারা বৃত্তাকার চিত্র অংকিত হবে।
- অতঃপর একটি বৃত্ত অংকন করে চাঁদা (protractor) দ্বারা প্রাপ্ত ডিগ্রি অনুযায়ী কোণসমূহ চিহ্নিত করে নিন। অতঃপর কেন্দ্র থেকে পরিধির চিহ্নিত বিন্দু পর্যন্ত একটি করে ব্যাসার্ধ টেনে দিতে হবে। অতঃপর সৃষ্ট বৃত্তাংশসমূহকে ভিন্ন ভিন্ন রং ব্যবহার করে একটি থেকে অপরটি পৃথক করতে হবে। সবশেষে নিচের চিত্রটি পাওয়া যাবে।



চিত্র ১: গ্রেড অনুযায়ী শিক্ষার্থীদের শতকরা হার (বৃত্তাকার চিত্র)

বৃত্তাকার চিত্র সাধারণত: বিভিন্ন শ্রেণির/দলের তুলনামূলক চিত্র উপস্থাপনে সহায়ক। যেমন, উপরোক্ত উদাহরণের ক্ষেত্রে প্রশ্নটি হতে পারে, “প্রতিটি গ্রেড কয়জন শিক্ষার্থী লাভ করেছে?”। অনুরূপ প্রশ্নের উত্তরের জন্য বৃত্তাকার চিত্র ব্যবহার করা যেতে পারে।

লেখচিত্র তৈরিতে সফটওয়্যারের ব্যবহার

এসপিএসএস এবং মাইক্রোসফট এক্সেলের ব্যবহার: এরূপ একটি বৃত্তাকার চিত্র বিভিন্ন সফটওয়্যার ব্যবহার করে আরো সহজে তৈরি করা যায়।

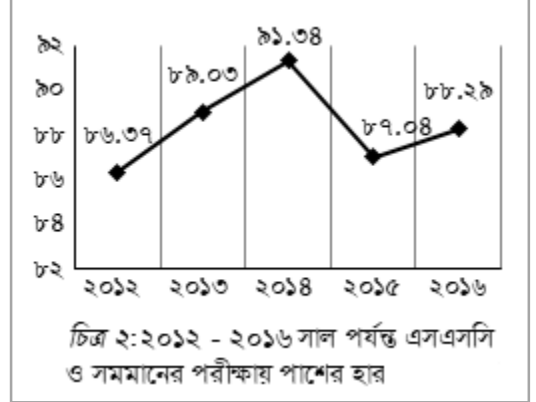


রেখা চিত্র (line chart)

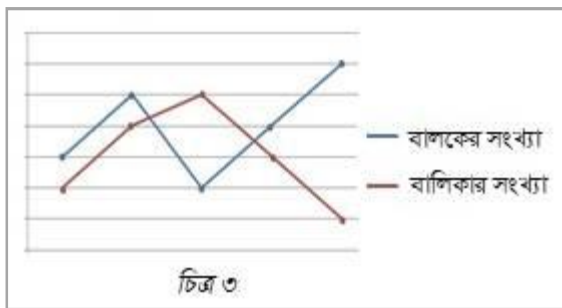
রেখাচিত্র

সাংখ্যিক উপাত্ত সময়ের সাথে কিভাবে বা কতটা পরিবর্তিত হয় তা বিশ্লেষণের জন্য রেখাচিত্র ব্যবহার করা হয়। উপাত্তের প্রবণতা সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য রেখাচিত্র একটি কার্যকর দৃশ্য-ভিত্তিক কৌশল। একাধিক নিরবিচ্ছিন্ন সময় কালের মধ্যে একগুচ্ছ উপাত্তের হ্রাস বা বৃদ্ধি প্রদর্শনের জন্য রেখাচিত্র ব্যবহার করা হয়। অন্য কথায় সময়-ক্রম ভিত্তিক উপাত্ত (time series data) উপস্থাপনের জন্য রেখাচিত্র ব্যবহার করা হয়।

রেখাচিত্র অংকনের সময় প্রথমে উপাত্তসমূহ কার্টেসিয় স্থানাংকে (cartesian coordinate) স্থাপন করা হয়। পরে স্থাপিত বিন্দুসমূহ সরলরেখা টেনে যুক্ত করা হয়। রেখাচিত্র x ও y -অক্ষের ওপর গঠিত হয়। সাধারণত: y -অক্ষ বরাবর সাংখ্যিক মানসমূহ স্থাপন করা হয়। আর x -অক্ষ বরাবর ধারাবাহিকভাবে সময়ের (বছর, মাস, সপ্তাহ, দিন ইত্যাদি) একক স্থাপন করা হয়। x -অক্ষকে স্বাধীন অক্ষ বলা হয়। কারণ, এই অক্ষের মান কোন কিছুই ওপর নির্ভরশীল নয়। যেমন, x -অক্ষে সময় স্থাপন করলে তা এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে (যেমন, আগের বছর থেকে পরের বছর) বৃদ্ধি পেতে থাকে। অপরদিকে y -অক্ষ নির্ভরশীল অক্ষ হিসেবে পরিচিত কারণ, এর মান x -অক্ষের মানের ওপর নির্ভরশীল।



রেখাচিত্রে রেখাগুলো অনুভূমিকভাবে সজ্জিত থাকে এবং বাম দিক থেকে ডান দিকে পরিবর্তিত হয়। কোনো অংকিত রেখায় উৎপন্ন উর্ধ্বমুখী ঢাল (upward slope) মানের বৃদ্ধি এবং নিম্নমুখী ঢাল (downward slope) মানের হ্রাস নির্দেশ করে। চিত্র ২-এ ২০১২ থেকে ২০১৬ সাল পর্যন্ত এসএসসি ও সমমানের পরীক্ষায় পাশের হার



একটি রেখাচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়েছে। উক্ত চিত্রে ২০১২ থেকে ২০১৪ সাল পর্যন্ত পাশের হার বৃদ্ধি পেয়েছে, কিন্তু ২০১৪ থেকে ২০১৫ সাল পর্যন্ত নিম্নমুখী ঢাল পাশের হারের হ্রাস দেখাচ্ছে। এভাবে বিভিন্ন সময়-বিন্দুতে রেখাচিত্রের গতি-প্রকৃতি থেকে উপাত্তের প্যাটার্ন বা পরিবর্তনের ধারা সম্পর্কে জানা যায়।

একটি রেখাচিত্রের মাধ্যমে একই সাথে একাধিক উপাত্তগুচ্ছকে উপস্থাপন করা যায় এবং পরস্পরের মধ্যে তুলনা করা যায়। চিত্র ৩ দ্রষ্টব্য।

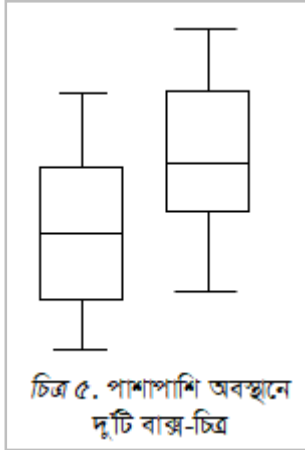


বাক্স চিত্র (box plot)

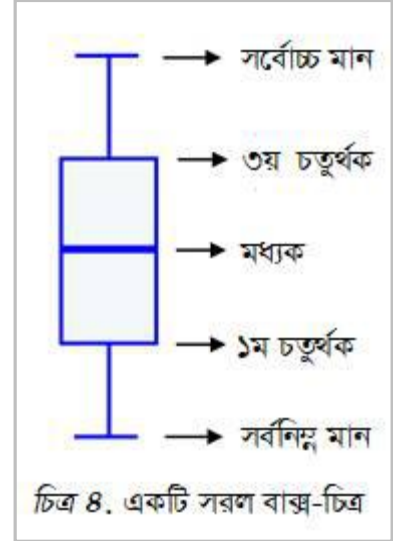
বাক্স চিত্র

বাক্স চিত্র হলো সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনের একটি আদর্শ পদ্ধতি। বাক্স-চিত্রে সাধারণত: পাঁচটি সংখ্যার মাধ্যমে এক গুচ্ছ উপাত্তকে বিশ্লেষণ করা হয়। এই পাঁচটি সংখ্যা হলো—

- ◆ সর্বনিম্ন মান (minimum value)
- ◆ সর্বোচ্চ মান (maximum value)
- ◆ ২৫তম শতাংশ মান অথবা প্রথম চতুর্থক (25th percentile or the first quartile)
- ◆ ৫০তম শতাংশ মান অথবা দ্বিতীয় চতুর্থক অথবা মধ্যক (50th percentile or the second quartile or median)
- ◆ ৭৫তম শতাংশ মান অথবা তৃতীয় চতুর্থক (75th percentile or the third quartile)



অর্থাৎ, একটি বাক্স-প্লট থেকে এক গুচ্ছ উপাত্ত সম্পর্কে এই পাঁচটি পরিসংখ্যান সরাসরি পাওয়া যায়। একটি বাক্স-চিত্র দ্বারা একগুচ্ছ উপাত্তের এই পাঁচটি মান ছাড়াও আউটলায়ার (outliers) ও চরম মান (extreme values) সম্পর্কে ধারণা লাভ করা যায়। একটি সরল বাক্স-চিত্র একগুচ্ছ উপাত্তের সর্বনিম্ন থেকে সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত সম্পূর্ণ চিত্রটি তুলে ধরে। লেখচিত্রটি দেখতে আয়তক্ষেত্রের মত হয় বলে এর নাম বাক্স-চিত্র হিসেবে গ্রহণ করা হয়েছে। চিত্র ৪-এর একটি বাক্স-চিত্র উপস্থাপন করা হয়েছে।



বাক্স-চিত্রকে কার্তেসিয় পদ্ধতিতে সমতলে স্থাপন করা যায়। এক্ষেত্রে y -অক্ষ নির্ভরশীল আর x -অক্ষ স্বাধীন চলককে নির্দেশ করে। একাধিক বাক্স-চিত্র একই সমতলে পাশাপাশি স্থাপন করা যায় যা একাধিক উপাত্তগুচ্ছের মধ্যে তুলনার জন্য ব্যবহৃত হয় (চিত্র ৫ দেখুন)।

যে কোনো সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য বাক্স-চিত্র ব্যবহার করা যায়। উল্লেখযোগ্য যে বিচ্ছিন্ন এবং অবিচ্ছিন্ন (discrete and continuous) উভয় ধরনের উপাত্তের ক্ষেত্রে বাক্স-চিত্র উপযুক্ত কৌশল।

বাক্স-চিত্রের গঠন (construction of boxplot)

একগুচ্ছ কল্পিত উপাত্তের সাহায্যে বাক্স-চিত্রের গঠন প্রণালী বর্ণনা করা হলো। ধরা যাক, দশজন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরসমূহ হলো- ৮০, ৭৫, ৯০, ৯৫, ৬৫, ৮০, ৮৫, ৬৫, ৭০, ১০০। একটি সরল বাক্স প্লট গঠন করার জন্য আমাদের প্রয়োজন: (ক) সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ মান চিহ্নিত করা; (খ) মধ্যক নিরূপণ করা; (গ) ২৫তম এবং ৭৫তম শতাংশ মান নির্ণয় করা।

- ◆ প্রথমে নম্বরসমূহ ধারাবাহিকভাবে সাজাতে হবে। নম্বরসমূহকে ছোট থেকে বড় হিসেবে সাজালে আমরা পাই- ৬৫, ৬৫, ৭০, ৭৫, ৮০, ৮০, ৮৫, ৯০, ৯৫, ১০০।

◆ এখানে, স্কোরগুচ্ছের সর্বনিম্ন মান ৬৫ এবং সর্বোচ্চ মান ১০০।

◆ মধ্যক হলো সেই নম্বর বা মান যা নম্বর গুচ্ছকে সমান দু'টি ভাগে ভাগ করেছে। মধ্যককে ২য় চতুর্থক বলা হয়। এক্ষেত্রে মোট দশটি নম্বর রয়েছে। তাহলে মধ্যক হলো সেই নম্বরটি যার চেয়ে ছোট পাঁচটি এবং বড় পাঁচটি নম্বর রয়েছে। এখানে মধ্যক রয়েছে ৮০ এবং ৮০ এর মাঝখানে। একে Q_2 দ্বারা নির্দেশ করা হয়। সুতরাং, মধ্যক = $(৮০+৮০)/২=৮০$ ।

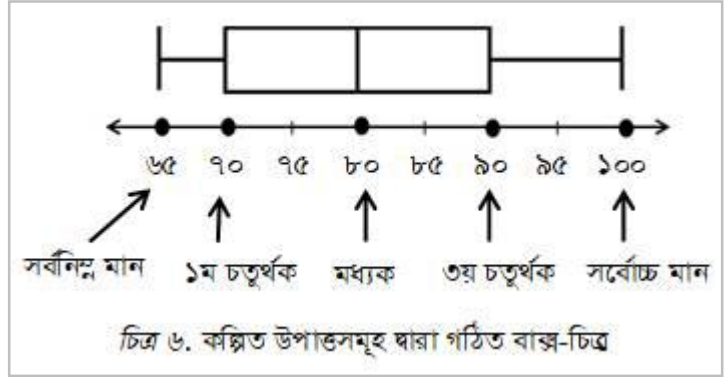
◆ প্রথম চতুর্থক হলো নম্বরগুচ্ছের নিম্ন অর্ধাংশের মধ্যমান। মধ্যকের নিচে যে পাঁচটি নম্বর রয়েছে সেগুলো হলো- ৬৫, ৬৫, ৭০, ৭৫, ৮০। এই নম্বরগুলোর মধ্যমান বা ৫০তম শতাংশ মানটি হলো ৭০। সুতরাং, প্রথম চতুর্থক = ৭০। প্রথম চতুর্থককে Q_1 দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

◆ তৃতীয় চতুর্থক হলো স্কোরগুচ্ছের উচ্চ অর্ধাংশের মধ্যমান। উচ্চ অর্ধাংশে যে পাঁচটি নম্বর (৮০, ৮৫, ৯০, ৯৫, ১০০) রয়েছে, তার মধ্যমান হলো ৯০। সুতরাং, তৃতীয় চতুর্থক = ৯০। তৃতীয় চতুর্থককে Q_3 দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

প্রাপ্ত পাঁচটি পরিসংখ্যান বা মান ব্যবহার করে একটি বক্স প্লট অংকন করা সম্ভব। একটি সংখ্যা রেখার (number line) ওপর এই পাঁচটি মান চিহ্নিত করে বাক্স-চিত্র অঙ্কন করা হয়েছে (চিত্র ৬)।

এই বক্স প্লট থেকে আমরা আন্তঃচতুর্থক পরিসরও (interquartile range বা IQR) নির্ণয় করতে পারি। প্রথম চতুর্থক Q_1 এবং তৃতীয় চতুর্থক Q_3 এর পার্থক্যকে আন্তঃচতুর্থক পরিসর বা IQR বলে। আমরা লিখতে পারি -

$$IQR = Q_3 - Q_1 = ৯০ - ৭০ = ২০$$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৪ (গ)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

- ১। কোন ক্ষেত্রে বৃত্তাকার চিত্র ব্যবহার করা সমীচীন?
 - (ক) অবিচ্ছিন্ন চলক থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত সংক্ষেপকরণ
 - (খ) সাংখ্যিক উপাত্তের গড় মান নির্ণয়
 - (গ) শ্রেণিগত চলকের একাধিক শ্রেণির মধ্যে তুলনা
 - (ঘ) বিভিন্ন ধরনের সাংখ্যিক উপাত্ত উপস্থাপন

- ২। বৃত্তি প্রদানের লক্ষ্যে একটি বিদ্যালয়ে আর্থ-সামাজিক অবস্থা (উচ্চবিত্ত, মধ্যবিত্ত, নিম্নবিত্ত ইত্যাদি) অনুযায়ী শিক্ষার্থীদের শ্রেণিবিভাগ করে প্রতিভাগে শিক্ষার্থীদের শতকরা হার নির্ণয় করা হয়। এই উপাত্ত উপস্থাপনের জন্য কোনটি অধিক কার্যকর কৌশল?
 - (ক) বৃত্তাকার চিত্র
 - (খ) আয়তলেখ
 - (গ) রেখাচিত্র
 - (ঘ) টেক্সট

- ৩। একজন গবেষক বাংলা বিষয়ে প্রাথমিক সমাপনী পরীক্ষার পাঁচ বছরের (২০১৩ থেকে ২০১৭ সাল পর্যন্ত) ফলাফল পর্যবেক্ষণ করে বাংলায় শিক্ষার্থীদের কৃতিত্বের প্রবণতা সম্পর্কে উপসংহারে পৌঁছাতে চান। তিনি কোনটি ব্যবহার করা সমীচীন মনে করবেন?
 - (ক) আয়তলেখ
 - (খ) রেখাচিত্র
 - (গ) বৃত্তাকার চিত্র
 - (ঘ) স্তম্ভলেখ

- ৪। একজন গবেষক ২০১৮ সালের এসএসসি পরীক্ষায় জিপিএ ৫ পেয়েছে এমন বালক ও বালিকাদের সংখ্যা নির্ণয় করে তাদের মধ্যে তুলনা করতে চান। এই উপাত্ত উপস্থাপনের সর্বোত্তম কৌশল কোনটি?
 - (ক) রেখাচিত্র
 - (খ) টেক্সট
 - (গ) বৃত্তাকার চিত্র
 - (ঘ) আয়তলেখ

৫। কোনটির মাধ্যমে কোনো একগুচ্ছ উপাত্তের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান সরাসরি জানা যায়?

- (ক) রেখাচিত্র
(খ) আয়তলেখ
(গ) বৃত্তাকার চিত্র
(ঘ) বার্স-চিত্র

সঠিক উত্তর: ১। গ; ২। ক; ৩। খ; ৪। গ; ৫। ঘ।

রচনামূলক প্রশ্ন

১। একদল শিক্ষার্থী ইংরেজি, গণিত ও বিজ্ঞান বিষয়ের তিনটি কুইজ পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করে। এই তিনটি বিষয়ে তাদের ফলাফল নিচের সারণিতে প্রদান করা হল। তিনটি বিষয়ে শিক্ষার্থীদের কৃতকার্যতার হার তুলনার জন্য সংশ্লিষ্ট উপাত্তসমূহ একটি বৃত্তাকার চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করুন।

শিক্ষার্থী দল	শিক্ষার্থীদের কৃতকার্যতার হার (%)		
	বাংলা	গণিত	বিজ্ঞান
কৃতকার্য	৭৮	৮২	৯০
অকৃতকার্য	২২	১৮	১০
মোট	১০০	১০০	১০০

২। রেখাচিত্র ব্যবহারের উদ্দেশ্য বর্ণনা করুন।

৩। একটি উদাহরণের সাহায্যে রেখাচিত্র অংকনের পদ্ধতি বর্ণনা করুন।

৪। দু'টি বিদ্যালয়ের এসএসসি পরীক্ষায় পাঁচ বছরে গোল্ডেন এ প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের সংখ্যা তুলনা করা হয়। নিচের সারণিতে তথ্য দেওয়া হল।

শিক্ষার্থী দল	শিক্ষার্থীদের হার (%)					
	২০১২	২০১৩	২০১৪	২০১৫	২০১৬	২০১৭
স্কুল ১	৫৭	৬০	৬৮	৭০	৭১	৭৫
স্কুল ২	৫৫	৬০	৭২	৭৪	৭৫	৭৮

সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তগুচ্ছ ব্যবহার করে রেখাচিত্র অংকন করুন এবং দু'টি বিদ্যালয়ের ফলাফলের প্রবণতা সম্পর্কে মন্তব্য করুন।

৫। প্রশিক্ষণ পরবর্তী একটি পরীক্ষায় এগারজন শিক্ষক যে স্কোর অর্জন করে তা হলো: ৪৪, ৪৫, ৪৫, ৪৫, ৪৬, ৪৬, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯ ও ৫০। এই উপাত্তগুচ্ছ দ্বারা একটি বার্স-চিত্র অংকন করুন এবং সহপাঠির সাথে মিলিয়ে নিন।

পাঠ ৭.৫ (ক) উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও তার পরিমাপ: গাণিতিক গড়



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- কেন্দ্রীয় প্রবণতার ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপসমূহ উল্লেখ করতে পারবেন;
- গাণিতিক গড় নির্ণয় করতে পারবেন এবং
- গাণিতিক গড়ের ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন।



উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা (central tendency)

কোনো একগুচ্ছ উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বোঝায়? এখানে কেন্দ্রীয় শব্দটির আরেকটি অর্থ প্রধান। আর প্রবণতা শব্দের আরেকটি অর্থ হচ্ছে ঝাঁক। অর্থাৎ, উপাত্তের প্রধান ঝাঁক কোনদিকে। সারণি ১-এ প্রদত্ত তিন গুচ্ছ উপাত্ত বিবেচনা করা যাক।

সারণি ১: তিন গুচ্ছ উপাত্ত

গুচ্ছ ১	৫	৫	৫	৫	৫
গুচ্ছ ২	৫	৬	৬	৬	৭
গুচ্ছ ৩	৫	৪	৪	৪	৩

গুচ্ছ ১-এ সব উপাত্তের মান সমান এবং তা হলো ৫। তাই আমরা বলতে পারি এই উপাত্তগুচ্ছের প্রধান ঝাঁক ৫-এর দিকে। আবার গুচ্ছ ২-এ উপাত্তসমূহের প্রধান ঝাঁক ৬-এর দিকে এবং গুচ্ছ ৩-এর উপাত্তসমূহের প্রধান ঝাঁক ৪ এর দিকে। কাজেই, গুচ্ছ ১, ২ ও ৩ এর কেন্দ্রীয় প্রবণতা যথাক্রমে ৫, ৬ এবং ৪।

পরিসংখ্যানে উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা হলো ঐ উপাত্তগুচ্ছের একটি পরিমাপ যা সব উপাত্তের প্রতিনিধিত্ব করে। এর লক্ষ্য হচ্ছে সম্পূর্ণ উপাত্তগুচ্ছকে সঠিকভাবে বর্ণনা করা। এটি এমন একটি মান যা সকল উপাত্তের ভারসাম্য রক্ষাকারী।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (measures of central tendency)

একগুচ্ছ সাংখ্যিক উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের প্রধান পরিমাপসমূহ হলো: (ক) গাণিতিক গড় (arithmetic mean), (খ) মধ্যক (median) এবং (গ) প্রচুরক (mode)।

গাণিতিক গড় ও এর মান নির্ণয়

গাণিতিক বা শুধু গড় কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য ও বহুল ব্যবহৃত পরিমাপ। গাণিতিক গড় একগুচ্ছ উপাত্তের সব মানকে বিবেচনায় আনে। তাই একে সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পরিমাপ হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

অসজ্জিত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয়: আমার জানি সাংখ্যিক উপাত্ত সজ্জিত বা অসজ্জিত/কাঁচা হতে পারে। কাঁচা বা অসজ্জিত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য উপাত্তসমূহকে যোগ করে উপাত্তের মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ

করতে হবে। এর জন্য নির্ধারিত সূত্র রয়েছে। যদি দ্বারা x উপাত্তের মান নির্দেশ করা হয়, তাহলে n সংখ্যক উপাত্তের গড় (M) নির্ণয়ের সূত্রটি নিম্নরূপ:

$M = \frac{\sum x}{n}$ (১) যেখানে, \sum একটি গ্রীক বর্ণ এবং সমষ্টি বা যোগফলকে নির্দেশ করে; x হলো উপাত্তগুচ্ছের প্রতিটি উপাত্তের মান; w হলো মোট উপাত্তের সংখ্যা এবং M হলো গড়ের সংকেত। যেমন, ওপরের সারণিতে গুচ্ছ ৩ এ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের গড় নির্ণয় করা যেতে পারে। এক্ষেত্রে আমরা (১) নং সূত্র ব্যবহার করতে পারি।

অর্থাৎ, $M = \frac{\sum x}{n} = \frac{(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)}{n} = \frac{৫+৪+৪+৪+৩}{৫} = \frac{২০}{৫} = ৪$

সুতরাং, ৫, ৪, ৪, ৪, এবং ৩ -এই ৫টি সংখ্যার গাণিতিক গড় ৪।

সজ্জিত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয়:

উপাত্তের সংখ্যা অনেক বেশি হলে তা ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের মাধ্যমে সজ্জিত করা হয়। ঘটনসংখ্যা বিন্যাস থেকে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সূত্রটি হলো:

$M = \frac{\sum fx}{n}$ (২)। এই সূত্রে f উপাত্তের ঘটন সংখ্যা এবং x শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু নির্দেশ করছে।

সারণি ২: ঘটনসংখ্যা বিন্যাস

শ্রেণি ব্যবধান (i)	f	মধ্যবিন্দু (x)	fx
৩-৪	৩	৩.৫	১০.৫
৫-৬	৫	৫.৫	২৭.৫
৭-৮	৬	৭.৫	৪৫.০
৯-১০	৪	৯.৫	৩৮.০
১১-১২	২	১১.৫	২৩.০
মোট	২০	-	১৪৪

সারণি ২-এ প্রদত্ত সজ্জিত ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত প্রক্রিয়া অনুসরণ করতে হবে:

- ◆ প্রথমে শ্রেণি ব্যবধানের (i) মধ্যবিন্দু (x) নির্ণয় করতে হবে। মধ্যবিন্দু নির্ণয়ের জন্য শ্রেণির নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা যোগ করে ২ দ্বারা ভাগ করতে হবে।
- ◆ অতঃপর প্রতিটি মধ্যবিন্দু ও ঘটন সংখ্যার (f) গুণফল (fx) নির্ণয় করতে হবে।
- ◆ এরপর $\sum fx$ নির্ণয় করে সূত্র ২ ব্যবহার করে গড় নির্ণয় করতে হবে।

কাজেই,

$$M = \frac{\sum fx}{n} = \frac{১৪৪}{২০} = ৭.২$$

সুবিধা ও সীমাবদ্ধতা

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসেবে গাণিতিক গড়ের সুবিধা ও সীমাবদ্ধতা উভয়ই রয়েছে।

- ◆ যেহেতু সকল মান ব্যবহার করে গড় নির্ণয় করা হয়, তাই এটি উপাত্তগুচ্ছকে উত্তমভাবে প্রতিনিধিত্ব করে। তাই এটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি নির্ভরযোগ্য পরিমাপ এবং উপযুক্ত পরিমাপ হিসেবে অগ্রগণ্য।
- ◆ এর একটি উল্লেখযোগ্য সীমাবদ্ধতা হলো যে এটি চরম মান (extreme value) দ্বারা প্রভাবিত হয়। অর্থাৎ, উপাত্তগুচ্ছ বিদ্যমান খুব বড় বা খুব ছোট মান গাণিতিক গড়কে প্রভাবিত করে। এক্ষেত্রে গাণিতিক গড় উপাত্তগুচ্ছকে ভুলভাবে উপস্থাপন করতে পারে।

গাণিতিক গড়ের ব্যবহার

- ◆ অবিচ্ছিন্ন এবং বিচ্ছিন্ন উভয় ধরনের উপাত্তের (discrete and continuous) কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের জন্য গাণিতিক গড় উপযুক্ত।
- ◆ উপাত্তগুচ্ছের বিন্যাস বৈসাদৃশ্যপূর্ণ (skewed) হলে গাণিতিক গড় ব্যবহার করা সমীচীন নয়। পক্ষান্তরে, সদৃশ বা স্বাভাবিক (symmetric) বিন্যাসের ক্ষেত্রেই গাণিতিক গড় ব্যবহার করা উচিত।

৯ পাঠ্যপুস্তকের মূল্যায়ন- ৭.৫ (ক)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

- ১। কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বোঝায়?
 - (ক) উপাত্তসমূহের সংক্ষেপকরণ
 - (খ) একগুচ্ছ উপাত্তের কেন্দ্রে যে মানটি বিদ্যমান
 - (গ) ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের মধ্যবর্তী স্থানে অবস্থিত মান
 - (ঘ) একগুচ্ছ উপাত্তের সবগুলোকে প্রতিনিধিত্বকারী মান
- ২। কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সর্বোত্তম পরিমাপ কোনটি?
 - (ক) প্রচুরক
 - (খ) লেখচিত্র
 - (গ) গাণিতিক গড়
 - (ঘ) মধ্যক
- ৩। ৮, ৯, ৩, ৭, ৭ ও ৮ - এই ছয়টি স্কোরের গড় কত?
 - (ক) ৮
 - (খ) ৭
 - (গ) ৬
 - (ঘ) ৯

🔑 সঠিক উত্তর: ১। ঘ; ২। গ; ৩। খ।

রচনামূলক প্রশ্ন

- ১। কেন্দ্রীয় প্রবণতার ধারণা ব্যাখ্যা করুন এবং এর প্রধান পরিমাপসমূহ উল্লেখ করুন।
- ২। উদাহরণ দ্বারা গাণিতিক গড়ের ধারণা ব্যাখ্যা করুন।
- ৩। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসেবে গাণিতিক গড় কখন উপযুক্ত?
- ৪। (ক) ৩, ৩, ৩, ৬, ৭, ৮, ৬, ৭, ৯, ১০, ৭, ৫-এই উপাত্তগুচ্ছের গাণিতিক গড় নির্ণয় করার প্রক্রিয়া বর্ণনা করুন।
 - (খ) উপরোক্ত উপাত্তগুচ্ছ দ্বারা একটি ঘটনসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করুন এবং উপযুক্ত সূত্র ব্যবহার করে গাণিতিক গড় নির্ণয় করুন।

পাঠ ৭.৫ (খ): উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও তার পরিমাপ: মধ্যক ও প্রচুরক



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- একগুচ্ছ স্কোরের মধ্যক বলতে কী বোঝায় তা বলতে পারবেন;
- অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন;
- বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয় করতে পারবেন;
- মধ্যকের ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন;
- প্রচুরক কী এবং এর ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করতে পারবেন।



মধ্যক

মধ্যক এমন একটি বিন্দু যা স্কোরগুচ্ছের বণ্টনকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে। এই বিন্দুর নিচে শতকরা ৫০টি স্কোর বা নম্বর থাকে এবং উপরে শতকরা ৫০টি স্কোর বা নম্বর থাকে। কোন বণ্টনের মধ্যক নির্ণয়ের সময় স্কোরের আকার বিবেচ্য বিষয় নয়। সাধারণত মধ্যকের সাহায্যে বণ্টনে কোন শিক্ষার্থীর অবস্থান নির্দেশ করা হয়। যে শিক্ষার্থী উপরে ৫০% এর মধ্যে থাকে তাকে মধ্যকের উপরের দলের সদস্য বলে চিহ্নিত করা হয়। যে শিক্ষার্থী নিচের ৫০% এর মধ্যে থাকে তাকে মধ্যকের নিচের দলের সদস্য বলে চিহ্নিত করা হয়।

বৈশিষ্ট্য

- চরম প্রকৃতির স্কোর গড়ের উপর যেমন প্রভাব বিস্তার করে মধ্যকের উপর তেমন করে না। প্রকৃতপক্ষে স্কোরগুচ্ছের আকার মধ্যকের উপর কোন প্রকার প্রভাব বিস্তার করে না।
- মধ্যক পরিমাপ স্কেলের একটি বিন্দু মাত্র, যে বিন্দুটি স্কোরগুচ্ছকে দুটি সমান ভাগে ভাগ করে। মধ্যকের মান থেকে স্কোরগুচ্ছের প্রকৃত মান জানা যায় না।
- যদি স্কোরগুচ্ছের প্রত্যেকটি স্কোরের সাথে নির্দিষ্ট কোন সংখ্যা যোগ করা যায় বা প্রত্যেকটি স্কোর থেকে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা বিয়োগ করা যায় অথবা কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করা যায় তাহলে মধ্যকও সমভাবে বাড়ে অথবা কমে।

অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়:

$$\text{মধ্যক} = \frac{n+1}{2} \text{তম পদ}$$

উদাহরণ-১

বিজোড় সংখ্যক স্কোরের ক্ষেত্রে, যেমন- ১৫, ১৮, ২২, ১৪, ১৩, ২০, ২৫

উপরের স্কোরগুচ্ছকে ক্রমানুযায়ী সাজালে হবে: ১৩, ১৪, ১৫, ১৮, ২০, ২২, ২৫

এখানে, স্কোরের সংখ্যা (n) = ৭

সুতরাং মধ্যক হবে-

$$\frac{7+1}{2} \text{তম} = ৪\text{র্থ পদটি অর্থাৎ যে কোন দিক দিয়ে গণনা করলে মধ্যক হবে ৪র্থ স্কোরটি।}$$

সুতরাং এই স্কোরগুচ্ছের মধ্যক = ১৮

উদাহরণ - ২

জোড় সংখ্যক স্কোরের ক্ষেত্রে, যেমন: ১৫, ১৮, ২২, ১১, ১৪, ১৩, ২৯, ২০, ২৫, ২৭

উপরের স্কোরগুলোকে ক্রমানুযায়ী সাজালে হবে- ১১, ১৩, ১৪, ১৫, ১৮, ২০, ২২, ২৫, ২৭, ২৯

এখানে স্কোরের সংখ্যা (n) = ১০, সুতরাং মধ্যক হবে-

$$\frac{10+1}{2} \text{তম} = ৫.৫\text{তম পদটি, অর্থাৎ যে কোন একদিক থেকে গণনা করা হলে ৫ম এবং ৬ষ্ঠ পদের মধ্যবর্তী স্থানে}$$

$$\text{মধ্যকটি পাওয়া যাবে। সুতরাং এই স্কোরগুচ্ছের মধ্যক} = \frac{১৮ + ২০}{২} = \frac{৩৮}{২} = ১৯$$

বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়ের ধাপসমূহ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ফ্রিকোয়েন্সী
৮১-৯০	৩
৭১-৮০	৬
৬১-৭০	৮
৫১-৬০	১৫
৪১-৫০	১১
৩১-৪০	৫
২১-৩০	২

উপরে প্রদত্ত বিন্যস্ত স্কোরগুলোর মধ্যক নির্ণয়ের জন্য নিচের সূত্রটি ব্যবহার করা হয়:

$$\text{মধ্যক} = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \times i$$

L = যে শ্রেণি ব্যবধানে মধ্যক পড়ে সেই শ্রেণি ব্যবধানের প্রকৃত নিম্নসীমা
 $\frac{N}{2}$ = মোট স্কোর সংখ্যার অর্ধেক
 F = যে শ্রেণি ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার নিচের সকল (ছোট) শ্রেণিগুলোর ফ্রিকোয়েন্সির যোগফল
 f_m = যে শ্রেণি ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার ফ্রিকোয়েন্সি
 i = শ্রেণি ব্যবধানের দৈর্ঘ্য

মধ্যক নির্ণয়ের ধাপসমূহ:

১। প্রথমে $\frac{N}{2}$ বের করতে হবে। (এখানে, N = ৫০, $\frac{N}{2} = ২৫$)

- ২। এরপর বর্গটনটির নিচ থেকে অর্থাৎ সবচেয়ে ছোট স্কোরের শ্রেণি ব্যবধান থেকে ক্রমশ বড় স্কোরের শ্রেণি ব্যবধানের পৌনঃপুণগুলো যোগ করে মধ্যক যে শ্রেণি ব্যবধানে অবস্থিত তা নির্ণয় করতে হবে। অর্থাৎ দেখতে হবে $\frac{N}{2}$ কোন শ্রেণিতে পড়ে। এটি হল মধ্যক শ্রেণি (এখানে, ৫১-৬০)।
- ৩। এরপর মধ্যক শ্রেণির প্রকৃত নিম্নসীমা L বের করতে হবে। ($L = ৫০.৫০$)
- ৪। এরপর যে শ্রেণি ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার নিচের সকল ফ্রিকোয়েন্সির যোগফল (F) বের করতে হবে। (এখানে, $F = ১৮$)
- ৫। এরপর যে শ্রেণি ব্যবধানে মধ্যকটি অবস্থিত তার ফ্রিকোয়েন্সি f_m বের করতে হবে। (এখানে, $f_m = ১৫$)
- ৬। এরপর শ্রেণি ব্যবধানের দৈর্ঘ্য i বের করতে হবে। এখানে, $i = ১০$
- ৭। এরপর সূত্র প্রয়োগ করে মধ্যক নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{মধ্যক} = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \times i = 50.5 + \frac{25 - 18}{15} \times 10 = 50.5 + 4.66 = 55.16$$

মধ্যক ব্যবহার করতে হয়-

- ১। যখন দীর্ঘ হিসাব করার সময় থাকে না। গড়ের তুলনায় সহজে ও তাড়াতাড়ি মধ্যক নির্ণয় করা যায়।
- ২। যখন বর্গটনের মধ্যে কতগুলো স্কোর উপরের অর্ধেকে আছে আর কতগুলো স্কোর নিচের অর্ধেকেও আছে তা বিশেষভাবে জানার প্রয়োজন পড়ে।
- ৩। যখন বর্গটনটির ঠিক মধ্যবিন্দু জানার দরকার হয়।
- ৪। যখন বর্গটনটি অসম্পূর্ণ থাকে বা তার প্রাপ্তে অনির্দিষ্ট প্রকৃতির স্কোর থাকে এবং গড় বের করা সম্ভব হয় না।
- ৫। যখন বর্গটনের প্রাপ্ত সীমায় খুব উচ্চমানের বা নিম্নমানের স্কোর অধিক সংখ্যায় থাকে। বর্গটনের প্রাপ্ত খুব বড় বা ছোট স্কোর যদি বেশি সংখ্যায় থাকে তবে গড় তাদের দ্বারা প্রভাবিত হয়ে অস্বাভাবিকভাবে খুব বড় বা ছোট হতে পারে। কিন্তু মধ্যক এ জাতীয় স্কোর দ্বারা বিশেষ প্রভাবিত হয় না।

প্রচুরক

স্কোরগুচ্ছের মধ্যে যে স্কোরটির ফ্রিকোয়েন্সি সবচেয়ে বেশি অর্থাৎ যে স্কোরটি সবচেয়ে বেশিবার আসে তা হল প্রচুরক। প্রচুরক দুই প্রকার-

- ১। স্থূল প্রচুরক
- ২। প্রকৃত প্রচুরক

স্থূল প্রচুরক

অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছের স্থূল প্রচুরক হল সেই স্কোরটি যেটি স্কোরগুচ্ছের মধ্যে সবচেয়ে বেশিবার আসে। যেমন: ৮ জন শিক্ষার্থী যথাক্রমে ১৫, ২০, ২৪, ২৫, ২৫, ২৫, ২৬, ২৭ নম্বর পেল। এখানে সবচেয়ে বেশিবার এসেছে ২৫, সুতরাং স্থূল প্রচুরক হল ২৫।

আবার বিন্যস্ত স্কোরের ক্ষেত্রে যে শ্রেণি ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি সবচেয়ে বেশি সে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু হল প্রচুরক। যেমন—

শ্রেণি ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৪০-৪৪	১
৩৫-৩৯	২
৩০-৩৪	৫
২৫-২৯	১
২০-২৪	১

এখানে ৩০-৩৪ শ্রেণি ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি সবচেয়ে বেশি। সুতরাং ৩০-৩৪ এর মধ্যবিন্দু ৩২ হল প্রচুরক।

প্রকৃত প্রচুরক

কোন ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনের প্রকৃত প্রচুরক বলতে বুঝায় সেই বিন্দুটি যেখানে বন্টনের সবচেয়ে বেশি পরিমাণ স্কোর কেন্দ্রীভূত হয়। সেটিকে স্কোরের কেন্দ্রীকতার শীর্ষ বলা চলে।

প্রচুরক নির্ণয়ের গাণিতিক পদ্ধতি

বিন্যস্ত স্কোরের প্রচুরক জানতে হলে গাণিতিক পদ্ধতি ব্যবহার করতে হয়। এক্ষেত্রে গড় ও মধ্যকের মান জানা প্রয়োজন হয়। কার্ল পিয়ারসন (Karl Pearson) এর সূত্র অনুসারে,

$$\text{প্রচুরক} = ৩ \text{ মধ্যক} - ২ \text{ গড়}$$

প্রচুরক ব্যবহার করতে হয়—

- ১। যখন একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ খুব তাড়াতাড়ি নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়।
- ২। যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার মোটামুটি একটি পরিমাপ হলেই কাজ চলে যায়।
- ৩। যখন জানার প্রয়োজন হয় যে, কোন স্কোরটি সবচেয়ে বেশিবার বন্টনের মধ্যে রয়েছে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপের মধ্যে সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পরিমাপ হল গড়। গড়ের পরেই মধ্যক। মোড খুব একটি নির্ভরযোগ্য পরিমাপ নয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৫ (খ)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১. মধ্যক নির্ণয়ের সময় বিবেচ্য বিষয় কোনটি?
ক. স্কোরের আকার খ. স্কোরের সংখ্যা
গ. স্কোরের নিম্নপ্রাপ্ত ঘ. স্কোরের উচ্চপ্রাপ্ত
২. ৭ জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বর হল ২৩, ৪২, ৩৬, ৭২, ৫০, ৬৮, ৫১। নম্বরগুলোর মধ্যক কত?
ক. ২৩ খ. ৩৬
গ. ৫০ ঘ. ৭২
৩. বন্টনে খুব বড় বা ছোট স্কোর যদি বেশি সংখ্যায় থাকে তবে কোনটি প্রভাবিত হয়?
ক. গড় খ. মধ্যক
গ. প্রচুরক ঘ. শ্রেণি ব্যবধান
৪. কোন পরীক্ষায় ৩ জন ছাত্র পেল ১০ নম্বর, ৫ জন ছাত্র পেল ১৫ নম্বর, ৮ জন ছাত্র পেল ২০ নম্বর, ২ জন ছাত্র পেল ২৫ নম্বর, এখানে কোন নম্বরটি প্রচুরক?
ক. ১০ খ. ১৫
গ. ২০ ঘ. ২৫

কী সঠিক উত্তর: ১। খ; ২। গ; ৩। ক; ৪। গ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১. একগুচ্ছ স্কোরের মধ্যক বলতে কী বোঝায়?
২. প্রচুরক কাকে বলে?
৩. অবিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করুন।
৪. বিন্যস্ত স্কোরের মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করুন।
৫. প্রকৃত প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করুন।

রচনামূলক প্রশ্ন

১. মধ্যকের ব্যবহার উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।
২. কোন কোন ক্ষেত্রে প্রচুরক ব্যবহার করার প্রয়োজন পড়ে?

পাঠ ৭.৬(ক): উপাত্তের বিষমতা ও তার পরিমাপ



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- বিষমতা বলতে কী বোঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- বিষমতা পরিমাপের প্রকারভেদ উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- বিষমতা পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা বর্ণনা করতে পারবেন।



বিষমতার পরিমাপ

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ স্কোরগুচ্ছ সম্বন্ধে একটি সামগ্রিক ধারণা দেয়। স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানলেই এর সম্পূর্ণ বৈশিষ্ট্য জানা হয় না। আমরা যদি কোন বিষয়ে দুই দল শিক্ষার্থীর মধ্যে তুলনা করতে চাই, তখন তাদের স্কোরগুচ্ছের গড়মান দিয়ে তুলনা করতে পারি। কিন্তু দুইটি দলের গড় এক হলেও এদের গঠন প্রকৃতির মধ্যে পার্থক্য থাকতে পারে। একটি দলের স্কোরগুলো সামঞ্জস্যপূর্ণ হতে পারে এবং অপর দলের স্কোরগুলো যথেষ্ট বৈষম্যপূর্ণ বা চরম প্রকৃতির হতে পারে। যে দলে চরম প্রকৃতির স্কোর যত বেশি থাকবে, সে দলের গড় মান তত বেশি প্রভাবিত হবে। তাই গড় ছাড়াও দল দুটির মধ্যে তুলনা করার জন্য স্কোরগুলোর প্রকৃতি বা বৈশিষ্ট্য জানার প্রয়োজন রয়েছে।

একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি বুঝতে সুবিধা হবে- ধরা যাক, কোন বিদ্যালয়ে দশম শ্রেণীর গণিত বিষয়ে ১০০ নম্বরের একটি অভীক্ষা প্রয়োগ করা হল। অভীক্ষাটিতে ১০ জন ছেলে ও ১০ জন মেয়ের নিম্নরূপ দুইটি স্কোরগুচ্ছ পাওয়া গেল:

মেয়েদের স্কোর	৩০	৩৫	৪০	৪৫	৫০	৫৫	৫৭	৬০	৬৩	৬৫	গড় স্কোর ৫০
ছেলেদের স্কোর	১০	২০	৩৫	৪৪	৪৮	৫০	৬৮	৭০	৭৫	৮০	গড় স্কোর ৫০

এক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে স্কোরগুচ্ছ দুইটির গড় একই অর্থাৎ ৫০। কিন্তু দল দুটির গড় মান একই হলেও উভয় দলের বৈশিষ্ট্য একই রকম নয়। মেয়েদের স্কোরগুলো গড়ের (অর্থাৎ ৫০ এর) উপরে ও নিচে যতদূর ছড়িয়ে আছে তার চেয়ে ছেলেদের স্কোরগুলো গড়ের (অর্থাৎ ৫০ এর) উপরে ও নিচে বেশিদূর পর্যন্ত ছড়িয়ে আছে। তাই দল দুটির মধ্যে সঠিক ও নির্ভরযোগ্য তুলনা করার জন্য গড় ছাড়াও অন্য কোন পরিমাপ জানার প্রয়োজন আছে। গড়ের চারপাশে স্কোরগুলোর ছড়িয়ে থাকার প্রবণতাকে স্কোরগুচ্ছের বিষমতা বলে। সুতরাং কোন স্কোরগুচ্ছের প্রকৃত স্বরূপ ও বৈশিষ্ট্য জানতে হলে কেবল তাদের কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানলেই চলবে না, তাদের বিষমতার পরিমাপও জানা দরকার হয়।

বিষমতা পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ জানা থাকা সত্ত্বেও নিম্নলিখিত কারণে বিষমতার পরিমাপ জানা প্রয়োজন:

- ১। বিষমতার পরিমাপ দ্বারা শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোরগুলোর বিস্তৃতি সম্পর্কে একটা সাধারণ ধারণা পাওয়া যায়।
- ২। বিষমতার পরিমাপ সম্পর্কিত তথ্য দ্বারা গড়ের প্রতিনিধিত্ব যাচাই করা যায়।
- ৩। এটি কোন তুল্যংক (Norm or Standard)-এর প্রেক্ষিতে প্রাপ্ত তথ্যের তুলনামূলক বিচারে সহায়তা করে।
- ৪। বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রাপ্ত শিক্ষাগত পরিমাপের পারস্পরিক তুলনা করতে এ পরিমাপগুলো সাহায্য করে।
- ৫। এছাড়া এ পরিমাপগুলোর সাহায্যে প্রাপ্ত তথ্যের নির্ভরযোগ্যতা ও সম্ভাব্য ভুলের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

বিষমতার প্রকারভেদ

বিষমতার পরিমাপ চার প্রকার:

- ১। বিস্তৃতি বা রেঞ্জ (Range): স্কোরগুচ্ছের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম স্কোরের অন্তরফলকে স্কোরগুচ্ছের বিস্তৃতি বলে।
- ২। চতুর্থাংশ বিচ্যুতি(Quartile Deviation-QD): স্কোরগুচ্ছের মধ্যবর্তী শতকরা ৫০ ভাগ স্কোরের অর্ধেককে চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বলে।
- ৩। গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation-MD): স্কোরগুচ্ছের গড় থেকে প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতির গড়কে গড় বিচ্যুতি বলে।
- ৪। আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation-SD): আদর্শ বিচ্যুতিকে প্রামাণ্য ব্যবধানও বলা হয়। স্কোরগুচ্ছের গড় থেকে স্কোরগুলোর বিচ্যুতির বর্গসমূহের গড়ের বর্গমূলকে আদর্শ বিচ্যুতি বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৬ (ক)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১. গড়ের চারপাশে স্কোরগুচ্ছের ছড়িয়ে থাকার প্রবণতাকে কী বলে?

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা
- খ. বিষমতা
- গ. গড় বিচ্যুতি
- ঘ. বিস্তৃতি

২. কোন পরিমাপ নির্ণয়ের জন্য স্কোরগুচ্ছের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম স্কোরের মান জানা প্রয়োজন?

- ক. মধ্যক
- খ. বিস্তৃতি
- গ. গড় বিচ্যুতি
- ঘ. চতুর্থাংশ বিচ্যুতি

৩. চতুর্থাংশ বিচ্যুতি স্কোরগুচ্ছের কোনটির উপর নির্ভর করে?

- ক. নিচের শতকরা ২৫ ভাগ স্কোর
- খ. মধ্যবর্তী শতকরা ২৫ ভাগ স্কোর
- গ. মধ্যবর্তী শতকরা ৫০ ভাগ স্কোর
- ঘ. উপরের শতকরা ৫০ ভাগ স্কোর

সঠিক উত্তর: ১। খ; ২। খ; ৩। গ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

- ১। বিষমতার পরিমাপ বলতে কী বোঝায়?
- ২। বিষমতার পরিমাপ কত প্রকার ও কী কী?

রচনামূলক প্রশ্ন

- ১। কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানা থাকা সত্ত্বেও বিষমতার পরিমাপ জানা প্রয়োজন কেন?

পাঠ ৭.৬ (খ): বিষমতার পরিমাপ ও আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- আদর্শ বিচ্যুতি কী তা বলতে পারবেন;
- আদর্শ বিচ্যুতির সূত্র উপস্থাপন করতে পারবেন;
- অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে পারবেন এবং
- বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে পারবেন।



বিষমতার নির্ভরযোগ্য ও সর্বোৎকৃষ্ট পরিমাপ হলো আদর্শ বা প্রামাণ্য বিচ্যুতি (Standard Deviation)। এটি নিখুঁত ও গাণিতিকভাবে বেশি গ্রহণযোগ্য। আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করার জন্য প্রথমে স্কোরগুচ্ছের 'গড়' বের করতে হয়। এরপর গড় থেকে প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতি বের করতে হয়। বিচ্যুতিগুলো ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক চিহ্ন যুক্ত হয়। গাণিতিক চিহ্নের এই অসুবিধা দূর করার জন্য সকল বিচ্যুতি (d) কে বর্গ করে নেওয়া হয়। বর্গ করার ফলে সকল d^2 ধনাত্মক হয়ে যায়। d^2 গুলোর যোগফলকে মোট স্কোর সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করে গড় বর্গ বিচ্যুতি (variance) পাওয়া যায়। এই গড় বর্গ বিচ্যুতির বর্গমূলকেই আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation বা SD) বলা হয় যা সাধারণত গ্রীক অক্ষর σ (সিগমা) দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

স্কোরগুলো যখন অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকে, তখন আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয়ের সূত্র হলো: $SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$

এখানে, d = স্কোরগুলোর গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি

N = স্কোরগুলোর মোট সংখ্যা

উদাহরণ-১: সূত্রের সাহায্যে নিচের স্কোরগুলোর আদর্শ বিচ্যুতি বের করুন—

৬৫, ৩০, ৫২, ৭১, ৪২

আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের জন্য নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করুন:

- স্কোরের মোট সংখ্যা (N) নির্ণয় করুন।
- স্কোরগুলোর গড় (M) নির্ণয় করুন।
- গড় থেকে প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতি ($d = X - M$) নির্ণয় করুন।
- প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতির বর্গ (d^2) নির্ণয় করুন।
- বিচ্যুতির বর্গগুলোর যোগফল ($\sum d^2$) নির্ণয় করুন।

- সূত্রে $(SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}})$ মান বসিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

স্কোর (X)	স্কোরগুলোর গড় ($M = \frac{\sum X}{N}$)	বিচ্যুতি ($d = X - M$)	বিচ্যুতির বর্গ (d^2)
৬৫	৫২	১৩	১৬৯
৩০		-২২	৪৮৪
৫২		০	০
৭১		১৯	৩৬১
৪২		-১০	১০০
$\sum X = ২৬০$			

সূত্রে মান বসিয়ে পাই,

$$\text{আদর্শ বিচ্যুতি (SD)} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}} = \sqrt{\frac{1114}{5}} = \sqrt{222.8} = 14.9$$

বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

আমরা দুইটি পদ্ধতি অবলম্বন করে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি (σ) বের করতে পারি। একটিতে স্কোরগুলোর গড় নির্ণয় এবং আরো অনেকগুলো কাজ করতে হয় বলে একে দীর্ঘ বা সরাসরি পদ্ধতি বলা হয় এবং অন্য পদ্ধতিতে একটি কল্পিত গড় ব্যবহার করে সংক্ষিপ্ত পদক্ষেপ নিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি (σ) বের করা হয় বলে একে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি বলা হয়।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র: $SD = i \times \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$

এখানে,

Sd= আদর্শ বিচ্যুতি

i = শ্রেণি ব্যবধানের দৈর্ঘ্য

f = ফ্রিকোয়েন্সি

d = অনুমিত গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের ধাপ বিচ্যুতি

N = মোট স্কোর সংখ্যা

উদাহরণ-২: সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নিচের স্কোর বণ্টন হতে আদর্শ বিচ্যুতি বের করুন।

শ্রেণি ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৮১-৯০	১
৭১-৮০	৪
৬১-৭০	৭
৫১-৬০	১২
৪১-৫০	৮
৩১-৪০	৬
২১-৩০	২

সমাধান:

স্কোর	ফ্রিকোয়েন্সি (f)	ধাপ বিচ্যুতি (d)	fd	fd ²
৮১-৯০	১	৩	৩	৯
৭১-৮০	৪	২	৮	১৬
৬১-৭০	৭	১	৭	৭
৫১-৬০	১২	০	০	০
৪১-৫০	৮	-১	-৮	৮
৩১-৪০	৬	-২	-১২	২৪
২১-৩০	২	-৩	-৬	১৮
শ্রেণি ব্যবধান (i = ১০)	Σf = N = ৪০		Σfd = -৮	Σfd ² = ৮২

$$SD = i \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} = 10 \sqrt{\frac{82}{40} - \left(\frac{-8}{40}\right)^2} = 10 \sqrt{2.05 - .04}$$

$$= 10 \sqrt{2.01} = 10 \times 1.4177 = 14.18$$

৮ পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৬ (খ)

বহু নির্বাচনি প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১. বিষমতার কোন পরিমাপটি বেশি নিখুঁত ও গাণিতিকভাবে গ্রহণযোগ্য?

- ক. গড় বিচ্যুতি
- খ. আদর্শ বিচ্যুতি
- গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি
- ঘ. দীর্ঘ পদ্ধতি

২. আদর্শ বিচ্যুতি সূত্র, $sd = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$ এর ক্ষেত্রে d দ্বারা কোনটি বোঝায়?

- ক. স্কোরগুলোর গড় শ্রেণি ব্যবধান
- খ. স্কোরগুলোর গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি
- গ. স্কোরগুলোর যোগফল থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি
- ঘ. স্কোরগুলোর একটি থেকে আরেকটির বিচ্যুতি

৩. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের জন্য কোনটি করা হয়?

- ক. শ্রেণি ব্যবধান ব্যবহার
- খ. প্রকৃত গড় ব্যবহার
- গ. কল্পিত গড় ব্যবহার
- ঘ. বিষমতার ব্যবহার

🔑 সঠিক উত্তর: ১। খ; ২। খ; ৩। গ।

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

১। অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয়ের সূত্র লিখুন এবং প্রতীকগুলোর অর্থ বুঝিয়ে দিন।

২। আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সময় বিচ্যুতির (d-এর) বর্গ করা হয় কেন?

রচনামূলক প্রশ্ন

১। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র লিখুন এবং সূত্রের প্রতীকগুলোর অর্থ বুঝিয়ে দিন।

পাঠ ৭.৭: গুণগত উপাত্ত বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যা: উপাত্ত নিবেশন ও বিশোধন



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- উপাত্ত নিবেশন কখন ও কিভাবে শুরু করা প্রয়োজন তা বলতে পারবেন;
- উপাত্ত নিবেশন সিস্টেম বলতে কি বোঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- উপাত্ত বিশোধন করার প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- উপাত্ত বিশোধন করার পদ্ধতিগুলো বর্ণনা করতে পারবেন।



সাধারণত প্রথম পর্যায়ে সংগৃহীত তথ্য (উপাত্ত) কাঁচা বা অবিন্যস্ত ফরমেটে থাকে। কাঁচা তথ্য বা উপাত্তের উদাহরণ হিসেবে জরিপের হার্ডকপি, মাঠ পর্যায়ের নোট, পর্যবেক্ষণের ভিডিও ইত্যাদির উল্লেখ করা যায়।

বৈশিষ্ট্যগত কারণে কাঁচা ডেটা বা উপাত্ত খুব কার্যকর নয়। কাজেই উপাত্ত একটি যৌক্তিক বিন্যাসে নিবেশন বা এন্ট্রি করা প্রয়োজন যাতে সহজেই তা বোঝা ও বিশ্লেষণ করা যায়। যেমন- পরিমাণগত উপাত্ত মাইক্রোসফট এক্সেল বা অন্য কোন স্প্রেডশীট সফটওয়্যার প্যাকেজ ফরমেটে এবং গুণগত উপাত্ত মাইক্রোসফট ওয়ার্ডের মতো একটি ওয়ার্ড প্রসেসিং প্রোগ্রামে নিবেশন করা যায়।

উপাত্ত সংগ্রহ ও সংরক্ষণের কাজ শুরু করার আগেই সেগুলো সংগঠিত করার জন্য একটি সিস্টেম উদ্ভাবন করা প্রয়োজন। উদাহরণস্বরূপ গুণগত উপাত্ত সংরক্ষণ ও কাঠামোবদ্ধ করার বেলায় অর্থাৎ প্রতিটি সাক্ষাৎকার, লক্ষ্যদল, পর্যবেক্ষণ স্থান ইত্যাদির জন্য আলাদা আলাদা ফাইল তৈরি করা, প্রতিটি অংশগ্রহণকারীর প্রতিক্রিয়া স্বতন্ত্র আইডি নম্বর এবং আইটেম বা প্রশ্ন অনুসারে সংগঠিত করা ইত্যাদি বিশেষ একটি সিস্টেম অবলম্বনের কথা আগে থেকে ঠিক করা সুফলদায়ক হবে বলে মনে করা যায়। গুণগত উপাত্ত সংরক্ষণ প্রক্রিয়াটি খুব ক্লাস্তিকর এবং সময়ক্ষেপনকারী হতে পারে, তাই সেই অনুযায়ী পরিকল্পনা ও প্রস্তুতি দরকার।

উপাত্ত বিশোধন বা ডাটা স্কিনিং

ক্রটি-বিচ্যুতির জন্য উপাত্ত পরীক্ষা ও সংশোধন করার কাজকে “উপাত্ত বিশোধন বা পরিষ্কারকরণ” বলা হয়। তথ্য পরিষ্কার করা গুরুত্বপূর্ণ, কারণ “অশুদ্ধ উপাত্ত” গুরুতরভাবে ফলাফল প্রভাবিত করতে পারে।

উপাত্ত সংগ্রহ ও সংরক্ষণের মত তথ্য পরিষ্কারকরণের কাজেও সময়ক্ষেপন হতে পারে, তাই সেভাবেই পরিকল্পনা নিশ্চিত করা দরকার। তিনটি সর্বাধিক ব্যবহৃত বিশোধন পদ্ধতি হল: স্পট-চেকিং, আই-বলিং এবং লজিক চেকিং। তবে সেরা পদ্ধতিটি হল এই তিনটি পদ্ধতির সবগুলোই ব্যবহার করা যাতে নিশ্চিত হওয়া যায় যে, সমস্ত সম্ভাব্য ক্রটিগুলো ধরা পড়েছে। এখানে পদ্ধতি তিনটির ব্যাখ্যা দেয়া হল—

স্পট চেকিং (Spot checking)

এই কৌশলে ইলেকট্রনিকভাবে ধারণকৃত ডাটাগুলোকে কাঁচা ডেটার সাথে তুলনা করে দেখা হয় ডাটা এন্ট্রি এবং কোডিং করার সময় কোন প্রকার ত্রুটি বা বিচ্যুতি হয়েছে কিনা। পরিমাণগত জরিপ উপাত্ত স্পট চেক করতে অংশগ্রহণকারীদের পূরণকৃত উত্তরপত্র দৈবচয়ন করে ইলেকট্রনিক স্পেডশীটের ডেটার সাথে সেগুলোর তুলনা করা হয়। গুণগত তথ্যগুলোর জন্য এই পদ্ধতিটি ব্যবহার করে দেখা যেতে পারে যে অংশগ্রহণকারীদের বক্তব্য বা কথাগুলো সঠিকভাবে সঠিক ব্যক্তিটির জন্য লিপিবদ্ধ করা হয়েছে কিনা।

স্পট পরীক্ষণের প্রথম রাউন্ডে যদি কোন ত্রুটি খুঁজে পাওয়া যায় তবে কাঁচা ডেটার আরো এক রাউন্ড দৈবচয়ন করে অর্থাৎ randomly পরীক্ষা করতে হবে। যদি আরো ত্রুটি পাওয়া যায় তাহলে এটি স্পষ্ট যে এটি একটি বিচ্ছিন্ন ঘটনা নয়, তাহলে প্রতিটি রেকর্ড সঠিকভাবে প্রবেশ করা হয়েছে কিনা তা নিশ্চিত করার জন্য সমস্ত কাঁচা ডেটা চেকিং করতে হবে।

আই বলিং (Eye balling)

এই কৌশলটি ডেটা এন্ট্রি বা ভুল কোডিং-এর ত্রুটি পর্যালোচনার সাথে জড়িত। উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, কোন প্রশ্নগুচ্ছের একটি আইটেমে অংশগ্রহণকারীগণের “হ্যাঁ” প্রতিক্রিয়ার জন্য ১ এবং “না” প্রতিক্রিয়ার জন্য ০ মান নির্ধারণ করা ছিল। সুতরাং ০ এবং ১ ব্যতীত অন্য কোন সংখ্যা নমুনা স্পেডশীটের ঐ আইটেমের জন্য একটি স্পষ্ট ত্রুটি হবে। এই ধরনের ত্রুটি খুঁজে পাওয়া গেলে মূল কাঁচা তথ্য সমীক্ষায় ফিরে যেতে হবে এবং অংশগ্রহণকারীর উত্তর সঠিকভাবে লিখতে হবে।

লজিক চেক (Logic check)

এই কৌশলটি রেকর্ডকৃত তথ্যগুলো সতর্কতার সাথে পর্যালোচনা করে যাতে বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তরের মধ্যে “অর্থবহতা বা যৌক্তিকতা” থাকে। উদাহরণস্বরূপ, যদি দেখা যায় স্পেডশীটের ৩৫ নং উত্তরদাতা ৩ নং প্রশ্নের উত্তরে তার বৈবাহিক অবস্থা সম্পর্কে লিখেছে “অবিবাহিত” তবে এই অংশগ্রহণকারীর ৪ নং প্রশ্নের উত্তরে সন্তান সংখ্যার উল্লেখ থাকলে তা অযৌক্তিক হবে। এখানে এই অংশগ্রহণকারীর লজিক্যাল প্রতিক্রিয়া হবে শুধুমাত্র “প্রযোজ্য নয়”।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৭

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

- ১। উপাত্ত নিবেশন করার প্রয়োজনীয়তা কী?
- ২। উপাত্ত নিবেশন কখন ও কীভাবে শুরু করা প্রয়োজন?
- ৩। উপাত্ত নিবেশন সিস্টেম বলতে কী বোঝায়?
- ৪। উপাত্ত বিশোধন বলতে কী বোঝায়?
- ৫। উপাত্ত বিশোধন করার পদ্ধতিগুলোর নাম উল্লেখ করুন।

রচনামূলক প্রশ্ন

- ১। উপাত্ত বিশোধন করার পদ্ধতিগুলো বর্ণনা করুন। সর্বোত্তম উপায় কোনটি এবং কেন?

পাঠ ৭.৮: গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া



উদ্দেশ্য

এই পাঠ অধ্যয়ন শেষে আপনি—

- গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ করতে কী বোঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- গুণগত তথ্য বিশ্লেষণের ধাপগুলো উল্লেখ করতে পারবেন;
- অর্থপূর্ণ প্যাটার্ন ও থিম শনাক্তকরণের প্রয়োজনীয়তা বলতে পারবেন;
- ডেটা হ্রাস করণের প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ করতে পারবেন এবং
- যুক্তিসঙ্গত সিদ্ধান্ত নেওয়ার জন্য করণীয় উল্লেখ করতে পারবেন।



গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ বলতে বিবৃত বা উদ্ধৃত তথ্যাবলির থিম ও প্যাটার্ন শনাক্ত করা, পরীক্ষা করা, ব্যাখ্যা করা এবং কিভাবে থিম ও প্যাটার্নগুলো গবেষণা প্রশ্নের উত্তর (research questions) দিতে সহায়তা করে তা নির্ধারণ করা বোঝায়।

গুণগত বিশ্লেষণের কোন সর্বজনীন নিয়ম নেই। এটি একটি নমনীয় প্রক্রিয়া যা মূল্যায়নকারী ও গবেষণা প্রেক্ষিতের উপর নির্ভরশীল। গবেষণার অগ্রগতি ও নতুন উপাত্ত বিকাশের সাথে সাথে এটির পরিবর্তন ও সংগতি সাধন হয়। অতএব, গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ করার জন্য যে ধাপ বা পদক্ষেপগুলো এখানে উল্লেখ করা হল সেগুলো দৃঢ়ভাবে অনুসরণ করতে হবে এমন নয়। যদিও পদক্ষেপগুলো নিচে ক্রমানুসারে উল্লেখ করা হয়েছে, এগুলোর একটি অপরটি থেকে বিচ্ছিন্ন নয়। এটা মনে রাখা গুরুত্বপূর্ণ যে গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ একটি চলমান, নমনীয় ও চক্রাকার প্রক্রিয়া যা ডেটা সংগ্রহ, এন্ট্রি ও বিশ্লেষণের সকল পর্যায়ে রয়েছে।

ধাপ-১: উপাত্ত প্রসেস ও রেকর্ডকরণ

উপাত্ত সংগ্রহ শেষ হলেই অবিলম্বে তার প্রক্রিয়াকরণ এবং বিস্তারিত নোটকরণ গুরুত্বপূর্ণ। এই নোটে যা অন্তর্ভুক্ত হতে পারে তা হল—

- গবেষকের কাছে আটকে থাকা (পেভিং) বিষয়গুলো
- সময়/তারিখ বিবরণ
- অন্যান্য পর্যবেক্ষণ রেকর্ড

মিথক্রিয়া থেকে হাইলাইট নোট করার কাজটি মনে মিথক্রিয়া সতেজ থাকার সময় করা গুরুত্বপূর্ণ যাতে প্রতিক্রিয়া এবং মতামত সঠিকভাবে লিপিবদ্ধ করা সম্ভব হয়।

ধাপ-২: উপাত্ত সংগ্রহের শুরু থেকেই বিশ্লেষণ শুরুকরণ

প্রথম তথ্যটি সংগ্রহ থেকেই গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ শুরু করা উচিত, তথ্যটি পর্যালোচনা করে দেখা উচিত এটি কোন থিম বা প্যাটার্ন নির্দেশ করে কিনা। কারণ পরবর্তী সংগৃহীত তথ্যগুলোতে থিমটি প্রদর্শিত হচ্ছে কিনা তা দেখা গুরুত্বপূর্ণ।

ধাপ-৩: ডেটা হ্রাসকরণ

গুণগত গবেষণা সাধারণত বিপুল তথ্য যোগান দেয়, কিন্তু এর সবগুলোই অর্থপূর্ণ নয়। তথ্য সংগ্রহ করার পরে অর্থপূর্ণ তথ্য শনাক্ত এবং ফোকাস করার জন্য তথ্য হ্রাসকরণ করা প্রয়োজন।

অর্থপূর্ণ তথ্য যাচাই করার জন্য গবেষণা প্রশ্নগুলো বার বার পড়া এবং এগুলোকে কাঠামো হিসেবে ব্যবহার করা উচিত। উপরন্তু এ কাজে নিজ অন্তর্দৃষ্টি এবং অন্যান্য বিশেষজ্ঞের উপর নির্ভর করা উচিত।

ধাপ-৪: অর্থপূর্ণ প্যাটার্ন ও থিম শনাক্তকরণ

গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ করার জন্য প্রথমে অর্থপূর্ণ প্যাটার্ন ও থিমগুলোকে শ্রেণিবদ্ধ করতে হবে। এই প্রক্রিয়াটি গুণগত তথ্য বিশ্লেষণের মূল। এই প্রক্রিয়াটি সাধারণত দুটি প্রাথমিক উপায়ে পরিচালিত হয়—

- কন্টেন্ট বিশ্লেষণ (*Content analysis*)
- থিম্যাটিক বিশ্লেষণ (*Thematic analysis*)

বিশ্লেষণের ধরন কোনটি হবে তা নির্ভর করে গবেষণা প্রশ্নাবলির প্রকৃতি এবং সংগৃহীত উপাত্তের উপর। একটি গবেষণা কখনও এক ধরনের বিশ্লেষণ, আবার অন্য সময় উভয় ধরনের বিশ্লেষণ ব্যবহার করতে পারে।

কন্টেন্ট বিশ্লেষণ পরিচালিত হয়—

- নির্দিষ্ট শব্দ বা কন্টেন্ট এর তথ্য কোডিং করে
- তাদের প্যাটার্ন শনাক্ত করে
- তাদের অর্থ ব্যাখ্যা করে

থিম্যাটিক বিশ্লেষণের বেলায় থিমগুলো শ্রেণিবদ্ধ করা হয় যাতে এগুলো গবেষণা প্রশ্নগুলোর (*research questions*) উত্তর দিতে সাহায্য করে।

থিমগুলো হতে পারে—

- সরাসরি গবেষণা প্রশ্ন থেকে বিবর্তিত বা ডাটা সংগ্রহ শুরুর আগেই সেট করা বা প্রি-সেট করা
- গবেষণা পরিচালিত হওয়ার পরে স্বাভাবিকভাবে তথ্য থেকে উদ্ভূত।

ধাপ-৫: ডেটা প্রদর্শন

থিম বা বিষয়বস্তু প্যাটার্ন শনাক্ত করার পরে ডেটা একত্রিত, সংগঠিত ও সংকুচিত করে প্রদর্শন করা যাতে তা উপসংহার তৈরির কাজ সহজতর করে। এমন একটি প্রদর্শনীতে গ্রাফিক, সারণি/ম্যাট্রিক্স বা পঠনীয় কোন কিছু প্রদর্শন হতে পারে।

প্রদর্শন আপনাকে ডেটা সম্পর্কে নতুনভাবে চিন্তা এবং ব্যবস্থা করতে সহায়তা করে। এই প্রক্রিয়া আপনাকে গ্রুপগুলোর অভ্যন্তরে এবং পরস্পরের মধ্যে সম্পর্ক ও প্যাটার্ন শনাক্ত করতে সহায়তা করে।

ধাপ-৬: সিদ্ধান্ত গ্রহণ ও যাচাইকরণ

সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং যাচাই গুণগত তথ্য বিশ্লেষণের চূড়ান্ত পদক্ষেপ। যুক্তিসঙ্গত সিদ্ধান্ত নেওয়ার জন্য এ পর্যায়ে যা প্রয়োজন হবে তা হল-

- পিছনে ফিরে যাওয়া এবং ফলাফলের অর্থ কী তা ব্যাখ্যা করা;
- ফলাফল কীভাবে গবেষণা প্রশ্নগুলোর উত্তর দিতে সাহায্য করে তা নির্ধারণ করা;
- ফলাফলের প্রভাব (implications) উপস্থাপন করা

উপর্যুক্ত সিদ্ধান্তগুলো নিশ্চিত করতে উপাত্ত পুনর্বার (প্রয়োজন হলে একাধিক বার) পর্যবেক্ষণ করে যাচাই করতে হবে।

৮ পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ৭.৮

সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

- ১। গুণগত তথ্য বিশ্লেষণ করতে কী বোঝায়?
- ২। গুণগত তথ্য বিশ্লেষণের ধাপগুলো উল্লেখ করুন।
- ৩। ডেটা হ্রাসকরণের প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ করুন।
- ৪। সিদ্ধান্ত নেওয়ার সময় কোন বিষয়গুলো বিবেচনা করা প্রয়োজন?

রচনামূলক প্রশ্ন

- ১। অর্থপূর্ণ প্যাটার্ন ও থিম কিভাবে শনাক্ত করা হয় উল্লেখ করুন।