

অসমতা Inequality



ভূমিকা

“=” ত্ৰিঃপাদ দ্বাৰা গঠিত গাণিতিক বাক্যকে সমীকৰণ বলে। সমীকৰণ বা সমতা আমাদেৰ ধাৰণা হয়েছে। আমাদেৰ দৈনন্দিন জীৱনে ও গাণিতশাস্ত্ৰে অসমতাৰ একটা গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা রয়েছে। যেমন: একজন মানুষেৰ হাত বা পায়ের আঙ্গুলগুলো পরস্পর সমান নয়। প্রকৃতিতে এক জাতীয় দুইটি বস্তুৰ বা প্ৰাণিৰ যেকোনো ধৰণেৰ পৰিমাণ হুবহু এক রকম হয় না। ফলে আমাদেৰ অসমতাৰ প্ৰয়োজন হয়।



ইউনিটেৰ উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- অসমতা কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- এক ও দুই চলকেৰ এক ঘাত বিশিষ্ট অসমতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- দুই চলক বিশিষ্ট সরল একঘাত অসমতা গঠন ও সমাধান করতে পারবেন,
- দুই চলক বিশিষ্ট অসমতাৰ লেখচিত্ৰ অঙ্কন করতে পারবেন।



ইউনিট সমাপ্তিৰ সময়

ইউনিট সমাপ্তিৰ সৰ্বোচ্চ সময় ৭ দিন

এই ইউনিটেৰ পাঠসমূহ

পাঠ ৪.১: অসমতা

পাঠ ৪.২: অসমতাৰ ব্যবহার

পাঠ ৪.৩: দুই চলক বিশিষ্ট অসমতাৰ লেখচিত্ৰ

পাঠ ৪.১ অসমতা



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- অসমতা কী কা ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- অসমতা গঠন করতে পারবেন,
- অসমতার সমাধান করতে পারবেন।

মুখ্য শব্দ	অসমতা, চলরাশি, অসমতার শ্রেণি
------------	------------------------------



মূলপাঠ

অসমতা: মনে করুন, দুইজন ছাত্রের বয়স যথাক্রমে 12 বছর ও 14 বছর। তাহলে এদের বয়সের সম্পর্ক হলো 12 বছর < 14 বছর অথবা 14 বছর > 12 বছর। তাই দুইটি বাস্তব সংখ্যা সমান নয়, এ সম্পর্ককে অসমতা বলা হয়। গাণিতিকভাবে '>', '≥', '<', '≤', '≠' ইত্যাদির মধ্যে যে কোনো একটি সম্পর্ক সূচক প্রতীক বা চিহ্ন দ্বারা গঠিত বাক্যকে অসমতা বলা হয়। ">" চিহ্নকে বৃহত্তর এবং "<" চিহ্নকে ক্ষুদ্রতর ও "≠" চিহ্নকে সমান নয় (অসমান) বলা হয় ">" চিহ্নের বামপাশের রাশিটি বৃহত্তর বা যোগ বোধক এবং "<" চিহ্নের বামপাশের রাশিটি ক্ষুদ্রতর বা, বিয়োগ বোধক সংখ্যা।

যেমন: $5 > 3$ বা, $5 - 3 > 3 - 3$ [উভয় দিকে "3" বিয়োগ করে]

$\therefore 2 > 0$

আবার $-13 < -5$ বা, $-13 + 5 < -5 + 5$ [উভয় পক্ষে 5 যোগ করে]

$\therefore -8 < 0$

বীজগণিতীয় চলরাশি একাধিক মাত্রা পরিগ্রহ করে বলে বীজগণিতীয় অসমতার ক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর বা বৃহত্তর চিহ্নের সাথে সমান চিহ্ন জুড়ে দিয়ে বৃহত্তর সমান বোঝাতে "≥" চিহ্ন এবং ক্ষুদ্রতর বা সমান বোঝাতে "≤" চিহ্ন ব্যবহৃত হয় এরূপ অসমতাকে অপ্রকৃত অসমতা এবং "<" বা ">" চিহ্ন যুক্ত অসমতাকে প্রকৃত অসমতা বলে।

অসমতার সমাধান: অসমতার সমাধান সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়ার অনুরূপ। তবে এ ক্ষেত্রে দু'টি ব্যতিক্রম ধর্ম রয়েছে। তাহলো,

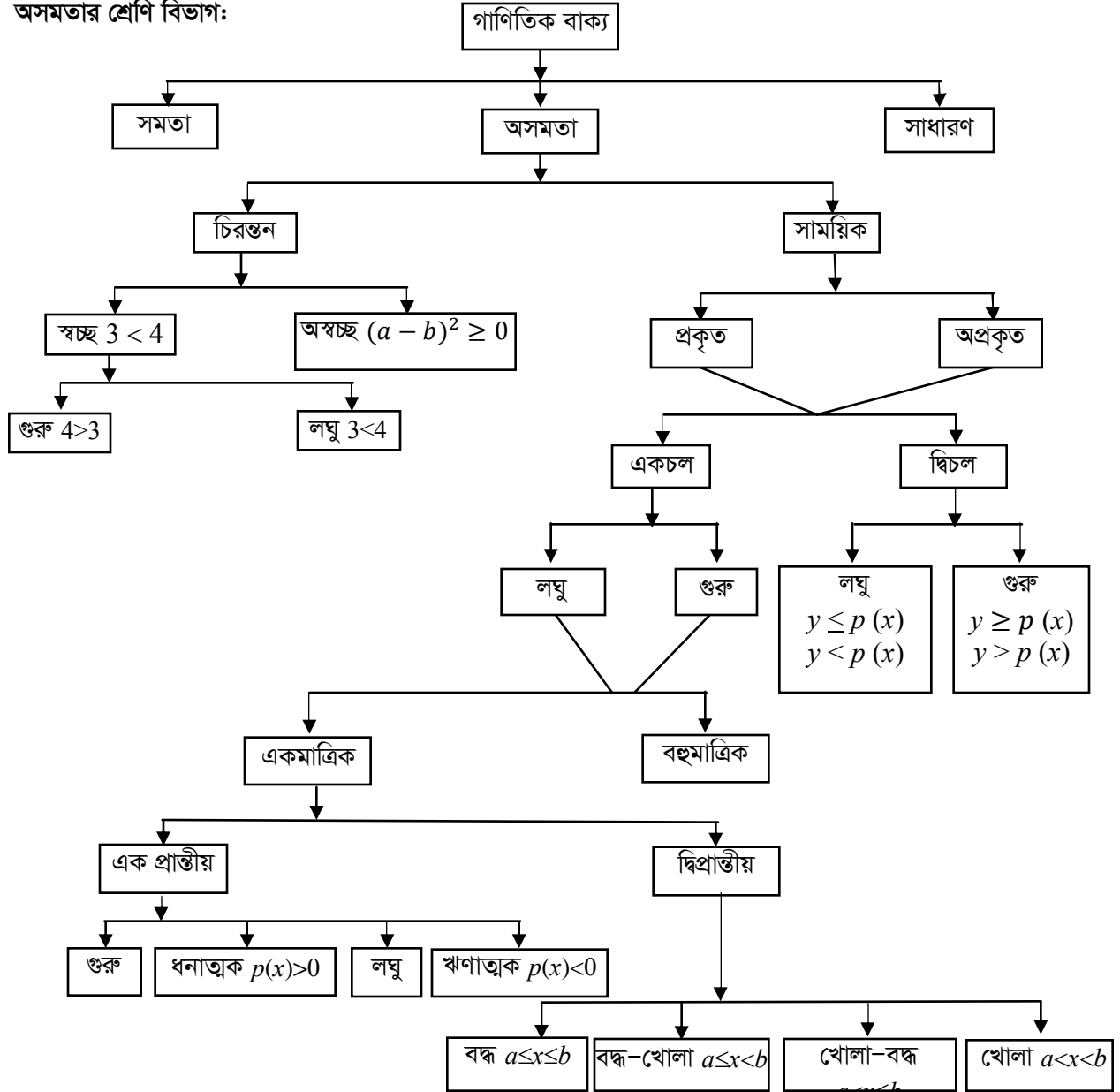
(ক) অসমতার দুই পক্ষকে ঋণাত্মক রাশি দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক বা চিহ্ন পাল্টে যায়।

যেমন: $x > 2$ হলে, $-x < -2$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

(খ) অসমতার উভয়পক্ষকে বিপরীত করণ করলে অসমতার দিক পরিবর্তিত হয়।

যেমন: $3 > 2$ বা $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ [বিপরীত করণ করে]

অসমতার শ্রেণি বিভাগ:



কতিপয় ধর্মাবলি: মনে করুন, $a, b, c \in \mathbb{R}$; এবং $a > b$ হলে

(i) $a + c > b + c$ [উভয় পক্ষে c যোগ করে]

(ii) $a - c > b - c$ [উভয় পক্ষ হতে c বিয়োগ করে]

(iii) $ac > bc$ [উভয় পক্ষকে c দ্বারা গুণ করে, যখন $c > 0$ অর্থাৎ c ধনাত্মক] এবং

(iv) $a > b$ হলে $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ [উভয় পক্ষকে c দ্বারা ভাগ করে, যখন $c > 0$ অর্থাৎ c ধনাত্মক]

(v) $a > b$ হলে $ac < bc$ যখন $(c < 0)$ অর্থাৎ, c ঋণাত্মক

(vi) $a > b$ হলে $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, যখন $c < 0$ অর্থাৎ c ঋণাত্মক

(vii) $a > b$ হলে $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ [বিপরীত করণ করে]

একটি বাস্তব ভিত্তিক উদাহরণের মাধ্যমে উক্ত ধর্মাবলির যথার্থতা যাচাই করা যায়।

$6 < 8$ অসমতাটি লক্ষ করুন:

(i) $6+2 < 8+2$ বা, $8 < 10$ [উভয় পক্ষকে 2 যোগ করে]

(ii) $6-2 < 8-2$ বা, $4 < 6$ [উভয় পক্ষকে 2 বিয়োগ করে]

(iii) $2 \times 6 < 8 \times 2$ বা, $12 < 16$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

(iv) $\frac{6}{2} < \frac{8}{2}$ বা, $3 < 4$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

(v) $6 \times (-2) > 8 \times (-2)$ বা, $-12 > -16$ [উভয় পক্ষকে “-2” দ্বারা গুণ করে]

(vi) $\frac{6}{-2} < \frac{8}{-2}$ বা, $-3 < -4$ [উভয় পক্ষকে “-2” দ্বারা ভাগ করে]

(vii) $6 < 8$ হলে $\frac{1}{6} > \frac{1}{8}$ [বিপরীত করণ করে]



**শিক্ষার্থীর
কাজ**

আপনাদের ক্লাশের যে সকল ছাত্রদের উচ্চতা 5 ফুটের চেয়ে বেশি এবং 5 ফুটের চেয়ে কম, তাদের উচ্চতা অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

উদাহরণ 1: $2x + 5 > 11$ অসমতাটির সমাধান করুন এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় দেখান।

সমাধান: $2x + 5 > 11$

বা, $2x + 5 - 5 > 11 - 5$ [উভয় পক্ষ হতে 5 বিয়োগ করে]

বা, $2x > 6$

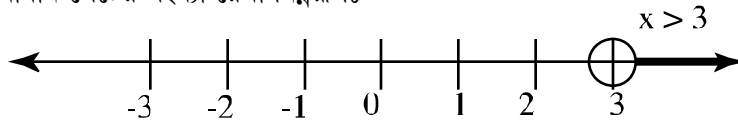
বা, $\frac{2x}{2} > \frac{6}{2}$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x > 3$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x > 3$

এবং সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$

আবার, সমাধান সেটের সংখ্যা রেখা নিম্নরূপঃ



উদাহরণ 2: $x - 2 < -4$ অসমতাটির সমাধান করুন এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় দেখান।

সমাধান: $x - 2 < -4$

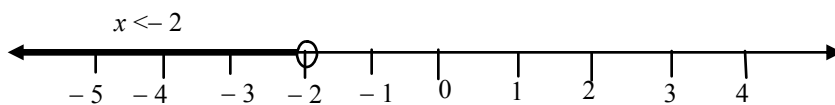
বা, $x - 2 + 2 < -4 + 2$ [উভয় পক্ষকে 2 যোগ করে]

$\therefore x < -2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $x < -2$

এবং সমাধান সেট $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$

আবার, সমাধান সেটের সংখ্যারেখা নিম্নরূপঃ



উদাহরণ ৩: $a(x + b) < c$ [$a \neq 0$]

সমাধান: a ধনাত্মক হলে $\frac{a(x+b)}{a} < \frac{c}{a}$ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } x + b < \frac{c}{a}$$

$$\therefore x < \frac{c}{a} - b$$

আবার, a ঋণাত্মক হলে $\frac{a(x+b)}{a} > \frac{c}{a}$ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } x + b > \frac{c}{a}$$

$$\therefore x > \frac{c}{a} - b$$

\therefore নির্ণেয় সমাধান (i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ এবং (ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়।

[বি. দ্র: $a = 0$ হলে প্রদত্ত অসমতাটির কোনো সমাধান থাকবে না।]



সারসংক্ষেপ

- অসমতার দুই পক্ষকে ঋণাত্মক রাশি দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক বা চিহ্ন পাল্টে যায়।
- অসমতার উভয়পক্ষকে বিপরীতকরণ করলে অসমতার দিক পরিবর্তিত হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.১

সমাধান করুন এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় দেখান:

1. $x - 3 < 6$

2. $x + 4 > -1$

3. $3x + 4 > 22$

4. $4(x + 2) > 3x + 8$

5. $2(3 - x) > 3(1 - x)$

6. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$

7. $5(3 - 2x) \leq 3(4 - 3x)$

8. $x < \frac{x}{5} + x$

9. $y \leq \frac{y}{3} + 4$

পাঠ ৪.২ অসমতার ব্যবহার



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- সমীকরণ ব্যবহার করে অসমতার সমস্যা সমাধান করতে পারবেন,
- বাস্তব সমস্যা সমাধানে অসমতা ব্যবহার করতে পারবেন।

মুখ্য শব্দ অসমতার ব্যবহার, সমীকরণ গঠন



মূলপাঠ

অসমতার ব্যবহার: সমীকরণ ব্যবহার করে যেমন সমস্যার সমাধান করা যায়, তেমনিভাবে একই প্রক্রিয়ায় অসমতা সম্পর্কিত সমাধান করা যায়। তবে অসমতা সম্পর্কিত সমস্যার ক্ষেত্রে প্রদত্ত শর্তগুলো ব্যবহার করে সমীকরণ গঠনপূর্বক '>', '≥', '<' এবং '≤' ইত্যাদি সম্পর্ক চিহ্ন বসিয়ে, সমীকরণটি সমাধান করলে আপনারা ফলাফল পেয়ে যাবেন।

উদাহরণ 1: শামীম 3 টাকা দরে x টি কলম এবং 6 টাকা দরে $(x + 2)$ টি খাতা কিনেছে। মোট ক্রয়মূল্য অনূর্ধ্ব 93 টাকা হলে, সে সর্বাধিক কয়টি কলম কিনেছে নির্ণয় করুন।

সমাধান: x টি কলমের ক্রয়মূল্য $3x$ টাকা

আবার, $(x + 2)$ টি খাতার ক্রয়মূল্য $6(x + 2)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $3x + 6(x + 2) \leq 93$

বা, $3x + 6x + 12 \leq 93$

বা, $9x + 12 \leq 93$

বা, $9x + 12 - 12 < 93 - 12$ [উভয় পক্ষ হতে 12 বিয়োগ করে]

বা, $9x \leq 81$

বা, $\frac{9x}{9} \leq \frac{81}{9}$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 9$

\therefore শামীম সর্বাধিক 9 টি কলম কিনেছে।

উদাহরণ 2: লাভিবের বয়স মীমের বয়সের $\frac{1}{4}$ অংশ। নিতু মীমের চেয়ে 4 বছরের বড়। তাদের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 22

বছর হলে, নিতুর বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।

সমাধান: মনে করুন, নিতুর বয়স x বছর

মীমের বয়স $x - 4$ বছর

এবং লাভিবের বয়স $\frac{x - 4}{4}$ বছর।

প্রশ্নমতে, $x + x - 4 + \frac{x - 4}{4} \leq 22$

বা, $2x - 4 + \frac{x - 4}{4} \leq 22$

বা, $\frac{8x - 16 + x - 4}{4} \leq 22$

বা, $\frac{9x - 20}{4} \leq 22$

বা, $9x - 20 \leq 88$ [4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $9x - 20 + 20 \leq 88 + 20$ [উভয় পক্ষে 20 যোগ করে]

বা, $9x \leq 108$

বা, $\frac{9x}{9} \leq \frac{108}{9}$ [উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 12$

\therefore নিতুর বয়স ≤ 12 বছর।

উদাহরণ 3: 140 টাকা কেজি দরে লেলিন x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন। সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করুন।

সমাধান: 140 টাকা দরে x কেজি আপেলের মূল্য $140x$ টাকা আবার, x খানা 50 টাকার নোটের মূল্যমান $50x$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $140x + 50x < 1000$

বা, $190x < 1000$

বা, $\frac{190x}{190} < \frac{1000}{190}$ [উভয় পক্ষকে 190 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 5.263$

$\therefore x < 5.26$ (প্রায়)

\therefore নির্ণেয় অসমতা: $140x + 50x < 1000$ এবং x এর সম্ভাব্যমান $0 < x < 5.26$



সারসংক্ষেপ

- অসমতা সম্পর্কিত সমস্যার ক্ষেত্রে প্রদত্ত শর্তগুলো ব্যবহার করে সমীকরণ গঠনপূর্বক '>', '>=', '<' এবং '<=' ইত্যাদি সম্পর্ক চিহ্ন বসিয়ে, সমীকরণটি সমাধান করা হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.২

[1-5 পর্যন্ত সমস্যাগুলো অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করুন।]

- একটি ছাত্রাবাসে রোজ $3x$ কেজি চাল এবং $(x - 4)$ কেজি ডাল লাগে। চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।
- একটি বালক ঘন্টায় x কি. মি. বেগে 3 ঘন্টা হাঁটল এবং ঘন্টায় $(x + 2)$ কি. মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘন্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি. মি. এর কম।
- একখন্ড কাঠের ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে. মি.। তা থেকে x সে. মি. দীর্ঘ এবং 4 সে. মে. প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তাকার কাঠ কেটে নেওয়া হলো।
- মেরী 20 টাকা দরে x সংখ্যক কলম ও 50 টাকা দরে $(x + 4)$ সংখ্যক ফলের চারা কিনলো। সে 500 টাকার কম খরচ করলো।
- মহানগর প্রভাতী 4 ঘন্টায় x কি. মি. এবং 5 ঘন্টায় $(x + 120)$ কি. মি. যায়। ট্রেনটির গড় গতিবেগ ঘন্টায় 100 কি. মি. এর বেশি নয়।
- পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে 6 বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
- শিপু 16 বছর বয়সে এস.এস.সি পরীক্ষা দিয়েছে। সে 18 বছর বয়সে এইচ.এস.সি পরীক্ষা দিবে। তার বর্তমান বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
- ঢাকা চিড়িয়াখানায় যতগুলো হরিণ আছে তার দ্বিগুণ বানর আছে। জিরাফ আছে 1টি। তিন প্রজাতির প্রাণির সংখ্যা মাত্র 15 টির অধিক নয়। হরিণের সংখ্যা অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
- একটি গাড়ির গতি প্রতি সেকেন্ডে 20 মিটার। গাড়িটি 10 কি. মি. যাওয়ার প্রয়োজনীয় সময় অসমতায় প্রকাশ করুন।
- কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার 4 গুণ, ঐ সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 10 যোগ করলে যা হয়, তা অপেক্ষা ছোট। সংখ্যাটির সম্ভাব্য মান অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন। এবং সংখ্যাগুলো নিম্নপক্ষে কী কী হতে পারে তাও নির্ণয় করুন।
- ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির দুইটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে x° ও $(x + 20)^\circ$ কোণ দুইটির যোগফল তৃতীয় কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে x এর মান নির্ণয় করুন।

পাঠ ৪.৩ দুই চলক বিশিষ্ট অসমতার লেখচিত্র



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- দুই চলক বিশিষ্ট সরল একঘাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবেন।

মুখ্য শব্দ একঘাত সমীকরণ, দুই চলক



মূলপাঠ

দুই চলক বিশিষ্ট সরল একঘাত সমীকরণ

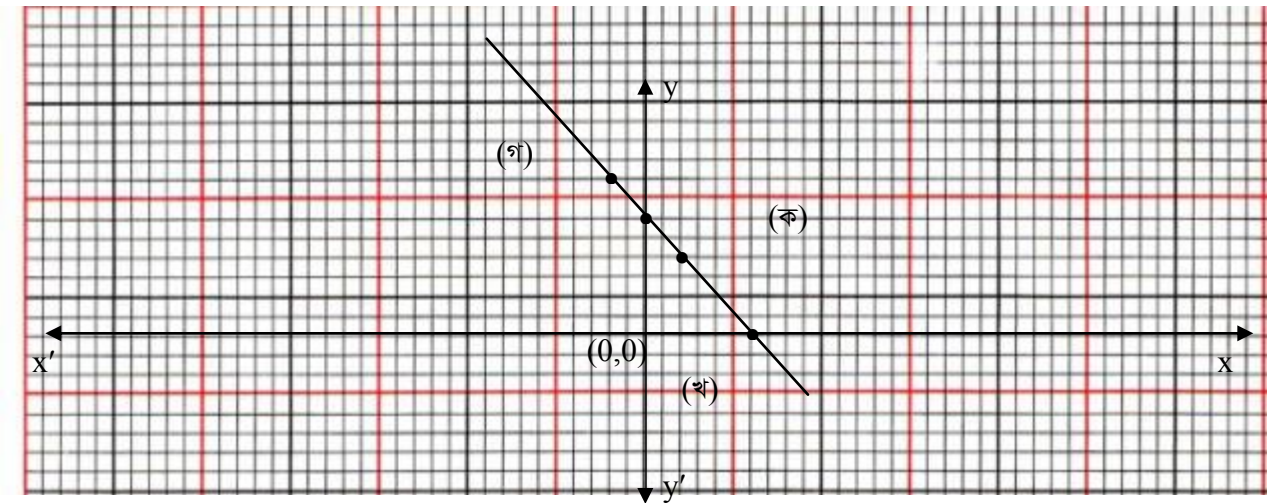
আপনারা দুই চলক বিশিষ্ট $ax + by + c = 0$ আকারের সরল সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করতে শিখেছেন যা একটি সরলরেখাকে নির্দেশ করে। স্থানাঙ্কায়িত xy সমতলে $ax + by + c = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রের যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে অর্থাৎ সমীকরণটির বামপক্ষে x ও y এর পরিবর্তে যথাক্রমে ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটি বসালে এর মান শূন্য হয়। অন্যদিকে, লেখচিত্রের বাহিরে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্কই সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে না অর্থাৎ ঐ বিন্দুর ভুজ ও কোটির জন্য $ax + by + c$ এর মান শূন্য অপেক্ষা বড় বা ছোট হয়। সমতলস্থ কোনো বিন্দু p এর ভুজ ও কোটি দ্বারা $ax+by+c$ রাশির x ও y কে প্রতিস্থাপন করলে রাশিটির যে মান হয়, তাকে p বিন্দুতে রাশিটির মান বলা হয় এবং উক্ত মানকে সাধারণত $f(p)$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়। p বিন্দু লেখস্থিত হলে $f(p) = 0$ এবং p বিন্দু লেখচিত্রের বহিঃস্থ হলে $f(p) > 0$ অথবা $f(p) < 0$ । বাস্তবে লেখচিত্রের বহিঃস্থ সকল বিন্দু লেখ দ্বারা দুইটি অর্ধতলে বিভক্ত হয়; একটি অর্ধতলের প্রত্যেক বিন্দুর p এর জন্য $f(p) > 0$ অপর অর্ধতলের প্রত্যেক বিন্দু p এর জন্য $f(p) < 0$ এবং লেখচিত্রের উপরস্থ প্রত্যেক বিন্দু p এর জন্য $f(p) = 0$

উদাহরণ 1: $x + y - 3 = 0$ সমীকরণটি বিবেচনা করুন।

সমাধান: সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়,

$$y = 3 - x$$

x	0	3	1	-1
y	3	0	2	4



xy সমতলে ছক-কাগজে ছোট বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক বলে $(0, 3)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ ও $(-1, 4)$ বিন্দুগুলোর সংস্থাপন করে যোগ করুন। ফলে একটি সরলরেখা উৎপন্ন হলো। তাহলে এটিই প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র।

লেখচিত্রটির বৈশিষ্ট্যঃ উক্ত লেখচিত্র রেখা সমগ্র তলটিকে তিনটি অংশে পৃথক করে। যথাঃ

১। রেখার (ক) চিহ্নিত পাশের বিন্দুসমূহের জন্য রাশিটির মান (0) শূন্য অপেক্ষা বড়।

২। রেখার (খ) চিহ্নিত পাশের বিন্দুসমূহের জন্য রাশিটির মান (0) শূন্য অপেক্ষা ছোট।

৩। রেখার (গ) চিহ্নিত বিন্দুসমূহের (লেখস্থিত) জন্য রাশিটির মান 0 (শূন্য) হয়।

১। অসমতার সমাধান: (ক) চিহ্নিত অংশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 3 >$ বা $x + y > 3$

২। অসমতার সমাধান: (খ) চিহ্নিত অংশের সকল বিন্দুর জন্য $x + y - 3 <$ বা $x + y < 3$

৩। (গ) চিহ্নিত অংশের $(0, 0)$ বিন্দুর জন্য $-3 < 0$ যা অসমতাকে সিদ্ধ করে। এ অবস্থায় অসমতার লেখচিত্র হবে রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে, সে পাশে।

দুই চলক বিশিষ্ট অসমতার লেখচিত্র

উদাহরণ 2: $2x - y < 6$ অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন করুন।

সমাধান: আমরা $2x - y = 6$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করবো।

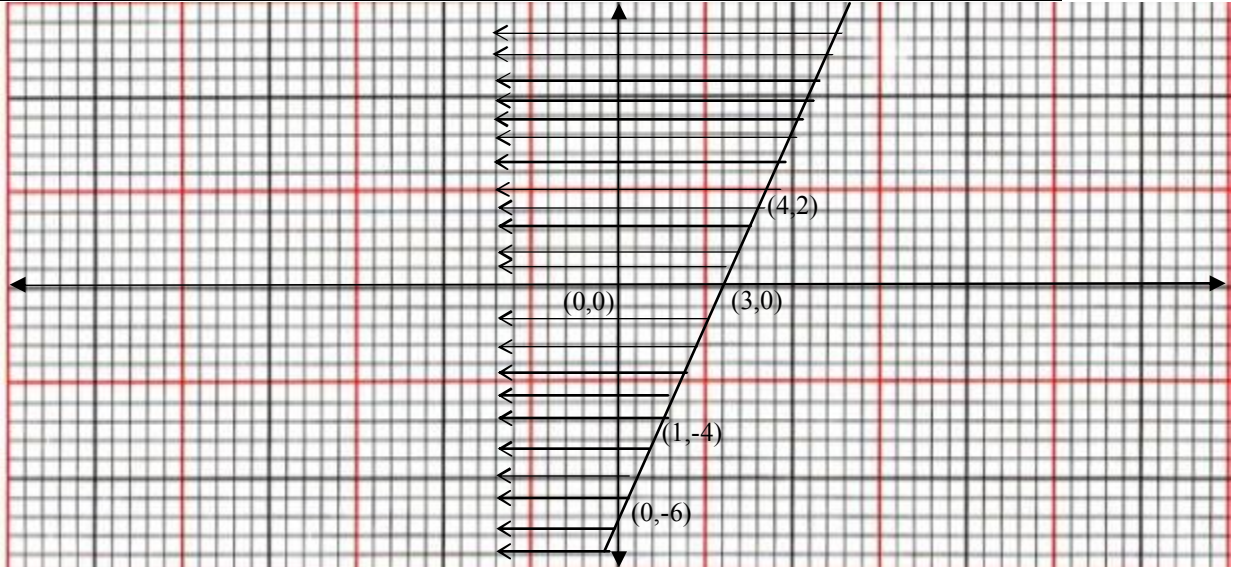
∴ সমীকরণটি থেকে পাই।

$$2x - y = 6$$

$$\text{বা, } 2x - 6 = y$$

∴ $y = 2x - 6$ এ সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন -

x	0	3	1	4
y	-6	0	-4	2



এখন, xy সমতলে ছক-কাগজে ছোট বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে ধরে $(0, -6)$, $(3, 0)$, $(1, -4)$, $(4, 2)$ বিন্দু গুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করুন।

আবার, মূলবিন্দু $(0, 0)$ তে $2x - y - 6 < 0$ অর্থাৎ রাশিটির মান -6 যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখচিত্র রেখাটির যে পাশে মূলবিন্দু রয়েছে, সেই পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $2x - y - 6 < 0$

চিত্রে দাগটেনে এ লেখ চিহ্নিত করা হলো।

উদাহরণ 3: $2x - y - 6 < 0$ অসমতার লেখচিত্র অঙ্কন করুন।

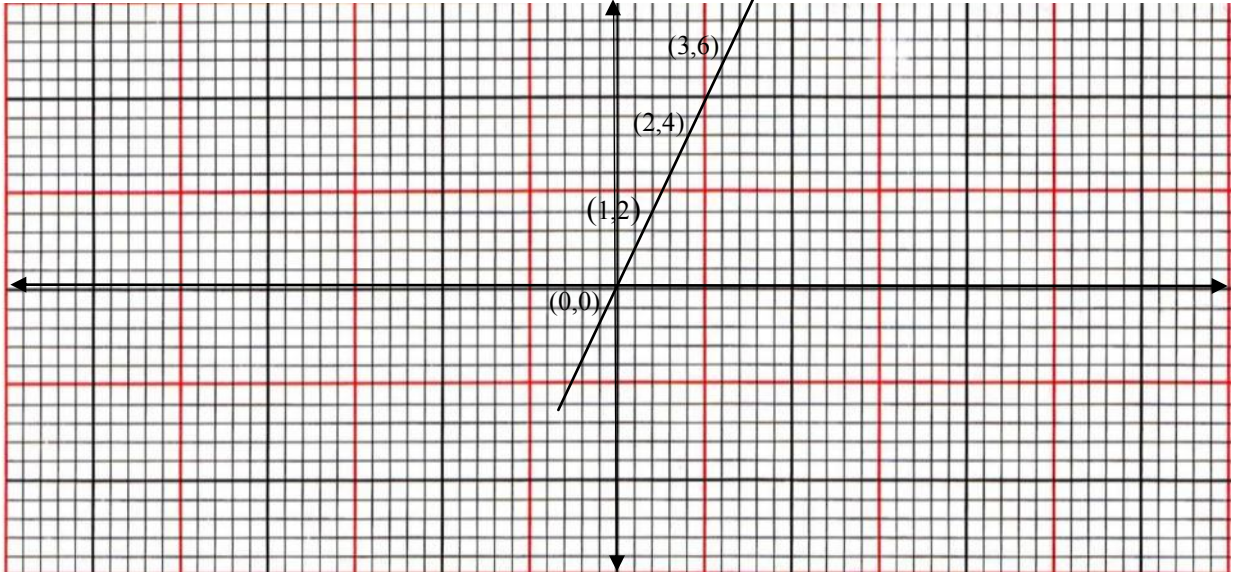
সমাধান: $y \leq 2x$ বা $y - 2x \leq 0$ আকারে লেখা যায়।

এখন, $y - 2x = 0$

$\therefore y = 2x$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করুন।

সমীকরণটি থেকে পাই,

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6



xy সমতলে স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজের ছোট বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের তিনগুণকে একক ধরে, $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$ বিন্দু গুলোকে স্থাপন করে। লেখচিত্র রেখাটি অঙ্কন করা হলো। $(1, 0)$ বিন্দুটি লেখচিত্র রেখার নিচের অংশে আছে। এই বিন্দুটি $y - 2x = 0 - 2 \times 1 = -2 < 0$, সুতরাং লেখচিত্র রেখাটি ও তার নিচের অংশ (অর্থাৎ যে অংশে $(1, 0)$ বিন্দুটি অবস্থিত) সমন্বয়ে সমতলের অংশটুকুই প্রদত্ত অসমতার লেখচিত্র।

উদাহরণ 4: $3x - 2y \leq 12$ অসমতার সমাধান সেটের বর্ণনা দাও ও চিত্রিত কর।

সমাধান: আমরা প্রথমে $3x - 2y = 12$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করুন। প্রদত্ত সমীকরণ থেকে পাই,

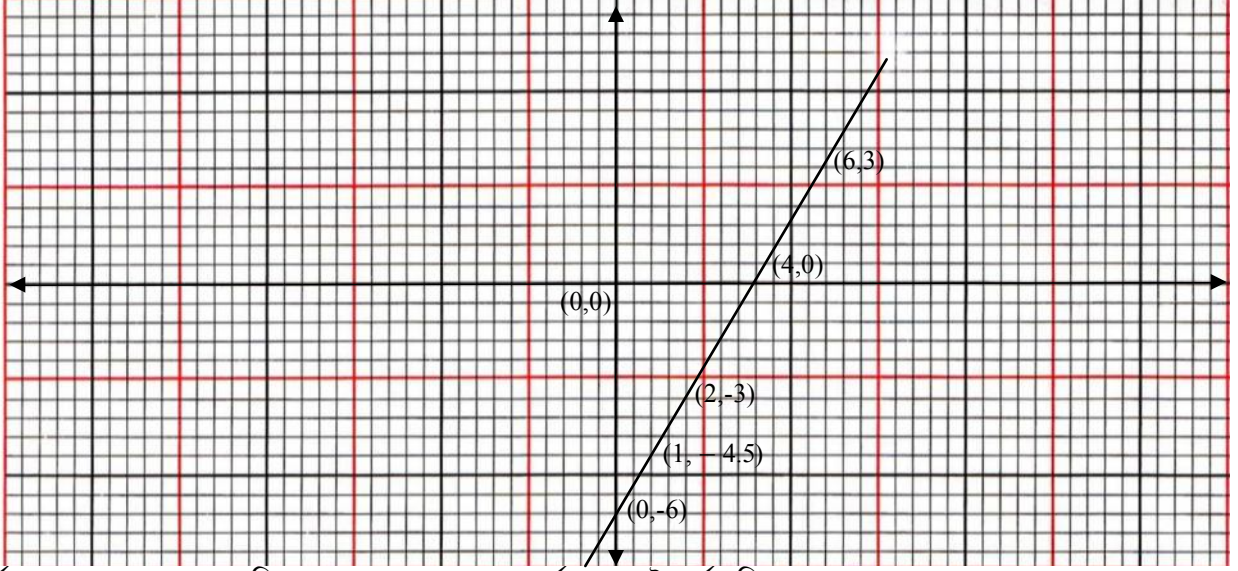
$$3x - 2y = 12$$

$$\text{বা, } -2y = -3x + 12$$

$$\text{বা, } 2y = 3x - 12 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

\therefore এ সম্পর্ক থেকে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করা হল:

x	0	2	4	1	6
y	-6	-3	0	-4.5	3



বর্ণনা: xy সমতলে স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে $(0, -6)$, $(1, -4.5)$, $(2, -3)$, $(4, 0)$, $(6, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখ-রেখাটি অঙ্কন করুন।

এখন, মূলবিন্দু $(0, 0)$ তে $3x - 2y - 12$ রাশির মান -12 , যা ঋণাত্মক। সুতরাং লেখ-রেখাটির যে পাশে মূল বিন্দু রয়েছে তার বিপরীত (নিচের দিকে) পাশের সকল বিন্দুর জন্যই $3x - 2y < 12$ বা, $3x - 2y - 12 < 0$

আবার, $3x - 2y - 12 = 0$ অসমতার সমাধান সেট $3x - 2y - 12 = 0$ সমীকরণের লেখ-রেখাস্থিত সকল বিন্দুর এবং লেখচিত্র রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর স্থানাঙ্ক সমন্বয়ে গঠিত।

উদাহরণ ৫: $x - y + 3 > 0$ এবং $2x - y - 6 \geq 0$ অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখ অঙ্কন করুন।

সমাধান: প্রথমে, $x - y + 3 = 0$ (i)

এবং $2x - y - 6 = 0$ (ii) {সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্র পাওয়া যাবে}

(i) নং থেকে পাই,

$$x - y + 3 = 0$$

$$\text{বা, } -y = -x - 3$$

$$\text{বা, } y = x + 3 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

এখানে,

x	0	3	-3	2	-2	-5	9
y	3	6	0	5	1	-2	12

(ii) নং থেকে পাই,

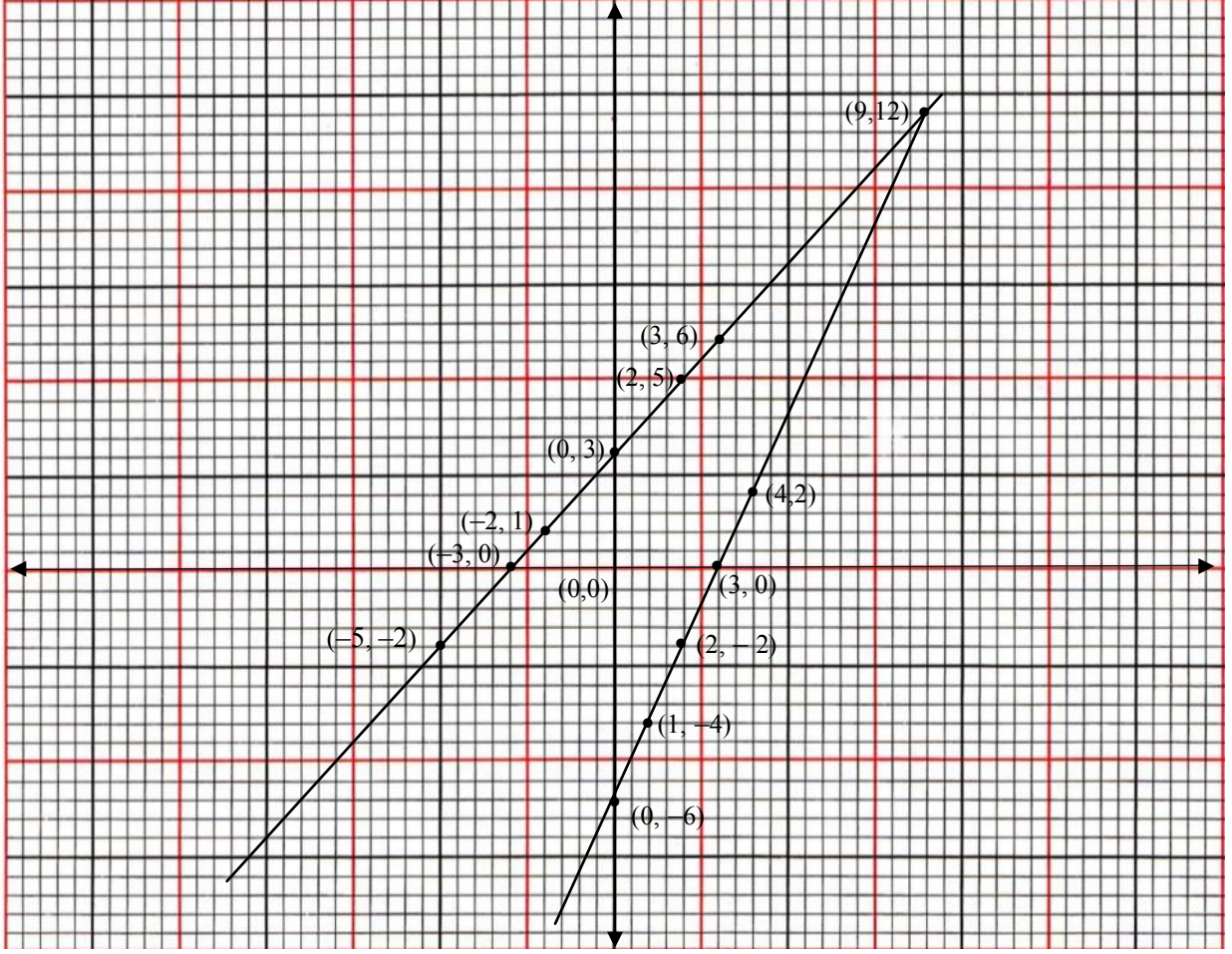
$$2x - y - 6 = 0$$

$$\text{বা, } -y = -2x + 6$$

$$\therefore y = 2x - 6 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

এখানে,

x	0	3	1	2	4	9
y	-6	0	-4	-2	2	12



বর্ণনা: xy সমতলে স্থানাঙ্কায়িত ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণকে একক ধরে (i) নং সমীকরণের জন্য প্রাপ্ত $(0, 3)$, $(-3, 0)$, $(2, 5)$, $(9, 12)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $x - y + 3 = 0$ সমীকরণের লেখ-রেখা এবং $(0, -6)$, $(3, 0)$, $(1, -4)$, $(2, -2)$, $(4, 2)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে $2x - y - 6 = 0$ সমীকরণের লেখ-রেখা অঙ্কন করুন।

আবার, মূলবিন্দু $(0, 0)$ তে $x - y + 3$ রাশির মান 3; যা ধনাত্মক। সুতরাং $x - y + 3 = 0$ এর লেখ রেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত সে পাশের সকল বিন্দুর জন্য এবং ঐ সকল বিন্দুর জন্য $x - y + 3 > 0$ ছক কাগজে দাগ টেনে চিত্রিত অংশই এই অসমতার সমাধান সেট।

আবার, $(0, 0)$ বিন্দুতে $2x - y - 6$ রাশির মান -6 ; যা ঋণাত্মক।

সুতরাং $2x - y - 6 = 0$ লেখরেখার যে পাশে মূলবিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশের সকল বিন্দুর এবং কেবল ঐ সকল বিন্দুর জন্য $2x - y - 6 \geq 0$, দাগ টেনে চিত্রিত অংশই অসমতার সমাধান সেট।

অতএব, এই দুই ভাবে চিত্রিত অংশের ছেদাংশের মধ্যে (i) নং রেখার কোনো অংশ অন্তর্ভুক্ত নয় কিন্তু (ii) নং রেখার সংশ্লিষ্ট অংশ অন্তর্ভুক্ত অসমতা দুটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৩

- নিচের প্রত্যেক অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন করুন:
 - $x + y > 10$
 - $2x - y < 0$

- (iii) $3x - 2y \leq 12$
 (iv) $3x - y \leq 0$
 (v) $y < -2x$
 (vi) $y < x + 2$
 (vii) $y > x \geq 4$
 (viii) $3x - 2y \geq 12$
 (ix) $x - y \geq 0$
 (x) $x \geq 4$
2. নিচের প্রত্যেক অসমতা যুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অংকন করুন:
- (i) $x + y - 3 > 0$ এবং $2x - y - 5 > 0$
 (ii) $x + 2y - 4 > 0$ এবং $2x - y - 3 > 0$
 (iii) $3x - 2y > 5$ এবং $x + 3y < 9$
 (iv) $5x - 3y - 9 > 0$ এবং $3x - 2y \geq 5$
 (v) $2x - 3y - 1 \geq 0$ এবং $2x + 3y - 7 \leq 0$
3. ঢাকা থেকে জেদ্দার বিমান পথের দূরত্ব 500 কি. মি.। জেট বিমানের সর্বোচ্চ গতিবেগ ঘন্টায় 900 কি. মি.। কিন্তু ঢাকা থেকে জেদ্দা যাওয়ার পথে প্রতিকূল দিকে ঘন্টায় 100 কি. মি. বেগে বায়ু প্রবাহের সম্মুখীন হতে হয়।
 (ক) বায়ুর প্রতিকূলে বিমানের গতিবেগ নির্ণয় করুন।
 (খ) ঢাকা জেদ্দার বিরতিহীন উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
 (গ) জেদ্দা থেকে ঢাকা ফেরার পথে উড্ডয়নের প্রয়োজনীয় সময় অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
4. দুইটি সংখ্যার ১ম সংখ্যাটির দ্বিগুণ থেকে ২য় সংখ্যাটি বিয়োগ করলে 6 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হয়।
 (ক) প্রদত্ত তথ্যটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।
 (খ) যদি 12 থেকে ১ম সংখ্যাটির দ্বিগুণ বিয়োগ করলে বিয়োগ ফল 8 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বা সমান হয়; তবে সংখ্যাটির সম্ভাব্যমান নির্ণয় করুন এবং সংখ্যারেখায় দেখান।
 (গ) “ক” নং এ প্রাপ্ত অসমতার সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন।



উত্তরমালা

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.১

1. $x < 9$:
2. $x > -5$:
3. $x > 6$:
4. $x > 0$:
5. $x > 0$:
6. $x > 1$:
7. $x < 3$:
8. $x > 0$:
9. $y < 6$:

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.২

1. $4x - 3 < 40; 0 < x < \frac{43}{4}$
2. $3x + \frac{x+2}{2} \leq 29; 0 < x \leq 8$
3. $4x < 32; 0 < x < 8$,
4. $20x + 50(x + 4) < 500; 0 < x < \frac{30}{7}$
5. $\frac{x+x+120}{9} \leq 100; 0 < x \leq 390$, w
6. পিতার বয়স ≤ 42 বছর।
7. শিপূর বর্তমান বয়স x বছর হলে, $16 < x < 18$
8. হরিণের সংখ্যা ≤ 50
9. সময় t হলে $t \geq 16$ মিনিট
10. সংখ্যাটি x হলে $x < 5, x = 1, 2, 3, 4$
11. $x > 35^0$