

জ্যামিতিক অঙ্কন

Geometric Constructions



ভূমিকা

কম্পাস ও রুলার ব্যবহার করে প্রদত্ত শর্তানুযায়ী যে চিত্র অঙ্কন করা হয়, তাহাই জ্যামিতিক অঙ্কন। সূক্ষ্মভাবে জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কনের মাধ্যমে একজন স্থপতি কোনো বাড়ির যেমন নকশা করেন তেমনি একজন প্রকৌশলী যন্ত্রের বিভিন্ন অংশের চিত্র আঁকেন। এ ধরনের জ্যামিতিক অঙ্কনে কম্পাস, স্কেল ও পেন্সিলের সাহায্য নেওয়া হয়। শিক্ষার্থীরা কম্পাস, স্কেল ও পেন্সিলের সাহায্যে জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কনের ফলে বুদ্ধিবৃত্তীয় বিকাশের সাথে সাথে মনোপেশিজ স্তরের বিকাশও ঘটে। জ্যামিতিক অঙ্কনের এ অংশে ত্রিভুজ ও বৃত্ত সংক্রান্ত কতিপয় সম্পাদ্য আলোচনা করা হয়েছে।



ইউনিটের উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে ত্রিভুজ সংক্রান্ত বিভিন্ন সম্পাদ্য আঁকতে ও প্রমাণ করতে পারবেন।
- প্রদত্ত তথ্য ও উপাত্তের ভিত্তিতে বৃত্ত সংক্রান্ত বিভিন্ন সম্পাদ্য আঁকতে ও প্রমাণ করতে পারবেন।



ইউনিট সমাপ্তির সময়

ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ১০ দিন

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ ৯.১: ত্রিভুজ সংক্রান্ত অঙ্কন

পাঠ ৯.২: বৃত্ত সংক্রান্ত অঙ্কন

পাঠ ৯.১ ত্রিভুজ সংক্রান্ত অঙ্কন



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকতে পারবেন।
- ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকতে পারবেন।
- ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকতে পারবেন।
- ত্রিভুজের উচ্চতা, ভূমির উপর মধ্যমা এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটি আঁকতে পারবেন।

মুখ্য শব্দ ভূমি, শিরঃকোণ, উচ্চতা, মধ্যমা, ভূমি সংলগ্ন কোণ

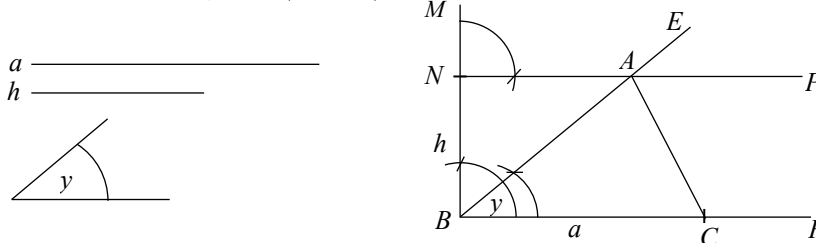


মূলপাঠ

সম্পাদ্য ৯.১

ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ ও উচ্চতা দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, ত্রিভুজের ভূমি a , ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ y এবং উচ্চতা h দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ: যে কোনো একটি রশ্মি BF হতে ভূমি a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিন। BC রেখাংশের B বিন্দুতে BM লম্ব অঙ্কন করুন। BM হতে $BN = h$ অংশ কেটে নিন। N বিন্দুতে BC এর সমান্তরাল NP অঙ্কন করুন।

আবার, B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle y$ এর সমান করে $\angle CBE$ অঙ্কন করুন। BE রেখাংশ NP কে A বিন্দুতে ছেদ করে। A, C যোগ করুন। তাহলে, $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : যেহেতু $NP \parallel BC$ (অঙ্কনানুসারে)

$\therefore \triangle ABC$ ত্রিভুজের উচ্চতা $BN = h$

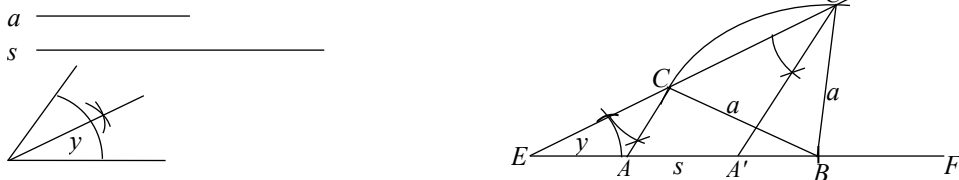
আবার, $BC = a$ এবং $\angle CBE = \angle y$

$\therefore \triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

সম্পাদ্য ৯.২

ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, ত্রিভুজের ভূমি a , শিরঃকোণ y এবং অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি s দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ: যে কোনো একটি রশ্মি EF হতে s এর সমান করে EB অংশ কেটে নিন। BE রেখাংশের E বিন্দুতে $\angle BEP = \frac{1}{2} \angle y$ অঙ্কন করুন।

আবার, B কে কেন্দ্র করে ভূমি a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করুন যা EP কে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে। B, C এবং B, C' যোগ করুন। C বিন্দুতে $\angle BEC$ এর সমান $\angle ECA$ এবং C' বিন্দুতে $\angle BEC$ এর সমান $\angle EC'A'$ অঙ্কন করুন। CA এবং $C'A'$ রেখাংশ BE কে যথাক্রমে A ও A' বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $\triangle ABC$ এবং $\triangle A'BC'$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: যেহেতু $\angle ACE = \angle AEC = \angle A'C'E = \frac{1}{2} \angle y$ [অঙ্কনানুসারে]

$$\therefore \angle BAC = \angle AEC + \angle ACE = \frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle y = \angle y$$

$$\angle BA'C' = \angle A'EC' + \angle A'C'E = \frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle y = \angle y$$

$$\text{এবং } AC = AE, A'C' = A'E$$

$$\triangle ABC \text{ এ } \angle BAC = \angle y, BC = a$$

$$\text{এবং } CA + AB = EA + AB = EB = s$$

$\therefore \triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

$$\text{আবার, } \triangle A'BC' \text{ এ } \angle BA'C' = \angle y, BC' = a$$

$$\text{এবং } C'A' + A'B = EA' + A'B = EB = s$$

$\therefore \triangle A'BC'$ ই অপর উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

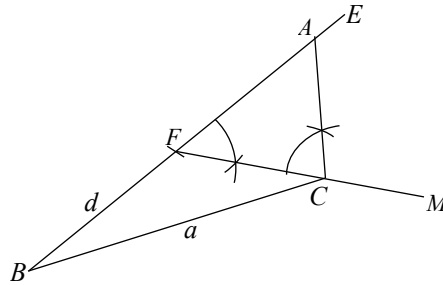
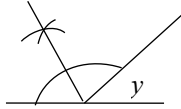
সম্পাদ্য ৯.৩

ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করুন ত্রিভুজের ভূমি a , শিরঃকোণ y এবং অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

$$a \text{ —————}$$

$$d \text{ —————}$$



অঙ্কনের বিবরণ: যেকোনো একটি রশ্মি BE হতে $BF = d$ অংশ কেটে নিন। F বিন্দুতে $\angle y$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেকের সমান মান $\angle EFM$ অঙ্কন করুন।

B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করুন যা FM রেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করে। B ও C যোগ করুন। FC রেখাংশের C বিন্দুতে $\angle EFC = \angle FCA$ অঙ্কন করুন যেন CA রেখাংশ BE কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে $\triangle ABC$ ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: $\angle AFC = \angle ACF$

$$\therefore AF = AC$$

$$AB - AC = AB - AF = BF = d$$

আবার, $\angle AFC = \angle ACF = \angle y$ এর সম্পূরক কোণের অর্ধেক।

$$\therefore \angle AFC + \angle ACF = \angle y \text{ এর সম্পূরক কোণ} = \text{বহিঃস্থ } \angle CAE = \angle CAB \text{ এর সম্পূরক কোণ।}$$

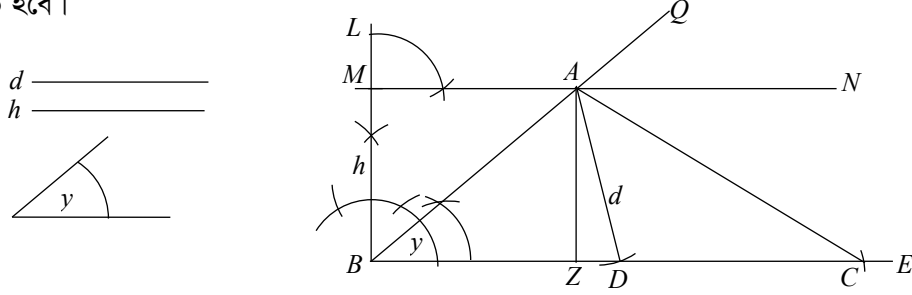
$$\therefore \angle A = \angle CAB = \angle y$$

$\therefore \triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

সম্পাদ্য ৯.৪

ত্রিভুজের উচ্চতা, ভূমির উপর মধ্যমা এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বাচন: মনে করুন ত্রিভুজের উচ্চতা h ভূমির উপর মধ্যমা d এবং ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ y দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ: যে কোনো একটি রশ্মি BE এর B বিন্দুতে $\angle EBQ = \angle y$ অঙ্কন করুন। B বিন্দুতে BE এর উপর BL লম্ব অঙ্কন করুন। BL হতে $BM = h$ অংশ কেটে নিন।

M বিন্দুতে BE এর সমান্তরাল করে MN রেখাংশ অঙ্কন করুন যা BQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন, A বিন্দুকে কেন্দ্র করে মধ্যমা d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করুন। ঐ বৃত্তচাপ BE কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BE হতে $BD = DC$ অংশ কেটে নিন। A, C যোগ করুন।

তাহলে, $\triangle ABC$ - ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ: A, D যোগ করুন। A থেকে BC এর উপর AZ লম্ব অঙ্কন করুন।

যেহেতু MN ও BE সমান্তরাল এবং MB ও AZ উভয়েই BE এর উপর লম্ব।

$\therefore MB = AZ = h =$ উচ্চতা।

$BD = DC \therefore D$ বিন্দুই BC এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore AD = d =$ ভূমির উপর অঙ্কিত মধ্যমা, অর্থাৎ BC ভূমি।

আবার, $\angle ABC = \angle y$ ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ।

$\therefore \triangle ABC$ - ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৯.১

- একটি ত্রিভুজের পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।
- কোন ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও তাদের বিপরীত বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।
- ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।
- ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।

পাঠ ৯.২ বৃত্ত সংক্রান্ত অঙ্কন



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে পারবেন যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র একটি নির্দিষ্ট সরলরেখায় অবস্থিত থাকে।
- একটি নির্দিষ্ট রেখাংশের সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে পারবেন যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়।
- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে পারবেন যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়।
- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে পারবেন যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং রেখার কোনো বিন্দু দিয়ে যায়।

মুখ্য শব্দ	বৃত্ত, নির্দিষ্ট বিন্দু, বহিঃস্থ বিন্দু।
------------	--

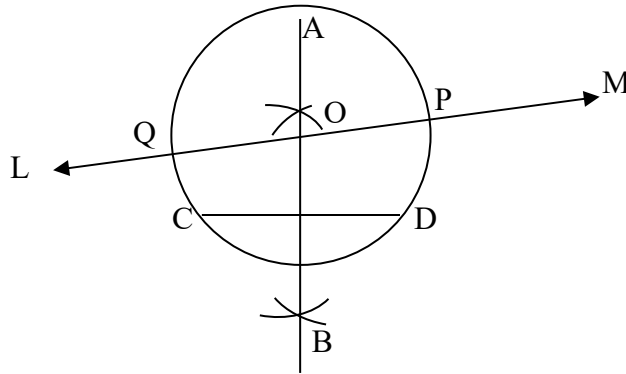


মূলপাঠ

সম্পাদ্য ৯.৫

এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন, যা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র একটি নির্দিষ্ট সরলরেখায় অবস্থিত।

বিশেষ নির্বাচন: মনে করুন, C ও D দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং LM একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা C ও D বিন্দু দিয়ে যায় এবং যার কেন্দ্র LM সরলরেখার উপর অবস্থান করে।



অঙ্কনের বিবরণ: C, D যোগ করুন। CD রেখাংশের সমদ্বিখন্ডক AB অঙ্কন করুন। AB রেখাংশ LM রেখাকে O বিন্দুতে ছেদ করে। এখন O কে কেন্দ্র করে OC অথবা OD ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত $CDPQ$ বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ: AB রেখা CD রেখার লম্বদ্বিখন্ডক। সুতরাং AB রেখাছ যেকোনো বিন্দু C ও D থেকে সমদূরবর্তী। অঙ্কনানুসারে, O বিন্দুটি AB ও LM এর উপর অবস্থিত।

আবার, OC ও OD সমান বলে O কে কেন্দ্র করে OC বা OD ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি C ও D বিন্দু দিয়ে যাবে এবং বৃত্তের কেন্দ্র O বিন্দুটি LM রেখার উপর অবস্থান করবে।

$\therefore O$ কে কেন্দ্র করে OC বা OD ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

অঙ্কনের বিবরণ: A, P যোগ করুন। AP এর লম্বদ্বিখন্ডক LM অঙ্কন করুন। O, A যোগ করুন। OA রেখাংশের বর্ধিতাংশ LM কে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন Q কে কেন্দ্র করে QA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত APC ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ: Q, P যোগ করুন। LM রেখাংশ বা QM রেখাংশ AP এর লম্বদ্বিখন্ডক।

$$\therefore QA = QP$$

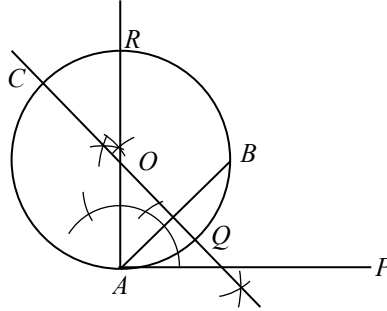
সুতরাং Q কে কেন্দ্র করে QA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা P বিন্দু দিয়ে যাবে। আবার, A বিন্দুটি দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখার উপর অবস্থিত এবং A বিন্দু উভয় বৃত্তের উপর অবস্থিত অর্থাৎ A বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় মিলিত হয়েছে। সুতরাং A বিন্দুতে বৃত্তদ্বয় স্পর্শ করে। সুতরাং Q কে কেন্দ্র করে QA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

সম্পাদ্য ৯.৮

একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং রেখার কোনো বিন্দু দিয়ে যায়।

বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, AP সরলরেখা A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং AP রেখার বহিঃস্থ B অপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু।

এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করতে হবে যা AP কে A বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং B বিন্দু দিয়ে যায়।



অঙ্কনের বিবরণ: AP এর উপর A বিন্দুতে AR লম্ব অঙ্কন করুন। B, A যোগ করুন এবং BA এর লম্বদ্বিখন্ডক OQ অঙ্কন করুন। OQ এবং AR রেখাদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। এখন, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি OQ রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ABC ই উদ্দিষ্ট বৃত্ত।

প্রমাণ: O, B যোগ করুন। AB রেখার লম্বদ্বিখন্ডক OQ এর উপর O বিন্দুটি অবস্থিত।

$$\therefore OA = OB$$

$\therefore O$ কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত B বিন্দু দিয়ে যায়।

আবার, OA ব্যাসার্ধ রেখার A প্রান্ত বিন্দুতে AP এর উপর AO লম্ব।

$\therefore AP$ রেখাংশ বৃত্তটিকে A বিন্দুতে স্পর্শ করে।

$\therefore O$ কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।



শিক্ষার্থীর
কাজ

- 3 সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র O এবং নির্দিষ্ট বিন্দু P থেকে O বিন্দুর দূরত্ব 6 সে.মি.। P বিন্দু থেকে উক্ত বৃত্তে স্পর্শক অঙ্কন করুন।
- 6 সে. মি., 12 সে.মি. ও 14 সে. মি. বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৯.২

- ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে-
 - তিনটি বাহু দেওয়া থাকলে
 - দুইটি বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে
 - দুইটি কোণ ও একটি বাহু দেওয়া থাকলে
 উপরের তথ্যের আলাকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) (i) ও (ii) (খ) (i) ও (iii) (গ) (ii) ও (iii) (ঘ) (i), (ii) ও (iii)
- বৃত্তের ব্যাস d হলে পরিধি কোনটি?

(ক) $2\pi r$ (খ) $2dr$ (গ) πd (ঘ) πr
- সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অপর দুই কোণের সমষ্টি কত?

(ক) 90° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 80°
- শুধু একটি বাহু দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি অঙ্কন করা যাবে?
 - বর্গক্ষেত্র
 - সমবাহু ত্রিভুজ
 - রম্বস
 উপরের তথ্যের আলাকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) (i) ও (ii) (খ) (i) ও (iii) (গ) (ii) ও (iii) (ঘ) (i), (ii) ও (iii)
- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে।
- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন যা একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং অপর একটি বৃত্তকে কোনো বিন্দুতে স্পর্শ করে।
- এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করুন যা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে কোনো বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে এর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে।
- ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এরূপ তিনটি বৃত্ত অঙ্কন করুন যেন তারা পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে।
- 6 সে.মি., 7 সে.মি. এবং 8 সে. মি. বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করে এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।
- ABC ত্রিভুজের অতিভুজ $AC = 10$ সে.মি. ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 14 সে.মি. হলে -
 - সমকোণী ত্রিভুজের সংজ্ঞা লিখুন।
 - প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করুন।
 - ABC ত্রিভুজের বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করুন।



উত্তরমালা

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৯.২

1. ঘ 2. গ 3. ক 4. ক