

## স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র ও আদর্শ স্কোর

### Normal Probability Curve & Standard Score

#### **ভূমিকা**

স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্রকে (Normal Probability Curve) সংক্ষেপে স্বাভাবিক রেখাচিত্র (Normal Curve) বলা হয়। আচরণ বিজ্ঞানে (যেমন- শিক্ষা বিজ্ঞান, মনোবিজ্ঞান ইত্যাদি) স্বাভাবিক রেখাচিত্র অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ একটি বণ্টন (distribution)। এর অনেকগুলো কারণ রয়েছে। প্রথমতঃ আচরণিক বিজ্ঞানের গবেষণায় পরিমাপকৃত অনেকগুলো চলকের (variable) বণ্টন স্বাভাবিকের কাছাকাছি অবস্থান করে। এরকম চলকের কয়েকটি উদাহরণ হল মানুষের উচ্চতা, ওজন, বুদ্ধিমত্তা, সাফল্য (achievement) ইত্যাদি। দ্বিতীয়তঃ পরীক্ষণ লক্ষ ফলাফল বিশ্লেষণের জন্য যেসব টেস্ট (test) ব্যবহৃত হয় যেগুলো নমুনার বণ্টন, নমুনার আকার (sample size) বৃদ্ধির সাথে স্বাভাবিক বণ্টনের রূপ নিতে থাকে। এরকম দুইটি টেস্ট হল, সাঙ্গন টেস্ট (sign test) ও ম্যানহাইটনে ইউ টেস্ট (Mann Whitney U-test)। এছাড়াও অনেক সিদ্ধান্তমূলক (inferno) টেস্টের জন্য নমুনার বণ্টন স্বাভাবিক হওয়া প্রয়োজন।

এরকম সিদ্ধান্তমূলক টেস্ট এর দুই একটি উদাহরণ হচ্ছে, z-টেস্ট (z-test), স্টুডেন্ট t-টেস্ট (Student's t-test) ও F-টেস্ট (F-test),

এই ইউনিটের ৪টি পাঠে আমরা স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র নিয়ে আলোচনা করব।

- পাঠ - ১ স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র : বৈশিষ্ট্য
- পাঠ - ২ স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র : ক্ষেত্রফল
- পাঠ - ৩ স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র ও Z -স্কোর
- পাঠ - ৪ স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র : ব্যবহার

পাঠ ১

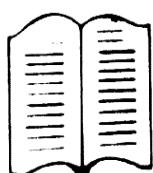
## স্বাভাবিক সন্তাননার রেখাচিত্র ৪ বৈশিষ্ট্য [Normal Probability Curve : Characteristics]

### উদ্দেশ্য



এই পাঠ শেষে আপনি —

- সন্তাননার সংজ্ঞা দিতে পারবেন
- স্বাভাবিক রেখাচিত্র কি তা বর্ণনা করতে পারবেন
- শিক্ষা পরিমাপে ব্যবহৃত রেখাচিত্রগুলোর নাম লিখতে পারবেন
- স্বাভাবিক রেখাচিত্রের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারবেন।



শিক্ষা ও মনোবিজ্ঞানিক পরীক্ষণ থেকে প্রাপ্ত data বা উপাত্তকে নানা রকমভাবে সংগঠিত বা সংক্ষিপ্তকরণ করা যায়।

প্রাপ্ত উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা (যেমন - গড় বা মধ্যক বা প্রচুরক) নির্ণয় করা যায়। এছাড়া নির্ণয় করা যায় উপাত্তের আদর্শ বিচুতি।

‘পরিসংখ্যান পরিচিতি’ (EDB 2304) কোর্স বই-এ আমরা উপাত্তের বন্টনের গড়, মধ্যক, প্রচুরক ও আদর্শ বিচুতি বের করেছি। কিন্তু উপাত্তের বন্টনের রেখাচিত্র কেমন হবে সে সম্বন্ধে কোন ধারণা প্রদান করা হয় নাই। বিভিন্ন পরীক্ষণ থেকে প্রাপ্ত উপাত্তের গড়, আদর্শ বিচুতি ভিন্ন হয় কিন্তু উপাত্তের বন্টনের রেখাচিত্রের আকৃতি কি বিভিন্ন রকম হবে, না তাদের একটি মৌলিক আকার আকৃতি থাকবে?

### সংজ্ঞা

বিভিন্ন বন্টনের একটি মৌলিক আকৃতি বা আকার বা রূপ থাকে। এই মৌলিক আকার বা রূপকে বলা হয় স্বাভাবিক বন্টন এবং বন্টনের এই রেখাচিত্রকে বলা হয় স্বাভাবিক বন্টনের রেখাচিত্র বা স্বাভাবিক সন্তাননার রেখাচিত্র।

### সন্তাননার সূত্র

স্বাভাবিক সন্তাননার রেখাচিত্রের ভিত্তি হল সন্তাননার সূত্র (law of probability) বা কোন ঘটনা ঘটার সন্তাননা।

কোন ঘটনা ঘটার সন্তাননা (probability) হল ঐ রকম সকল ঘটনার মধ্যে সুনির্দিষ্ট ঘটনাটি ঘটার প্রত্যাশিত সংখ্যা। গাণিতিকভাবে একে অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায়।



চিত্র ৪-১.১ শাপলা, ছক্কা

## উদাহরণ

- কোন অপক্ষপাতপূর্ণ (unbiased) একটি এক টাকার ধাতব মুদ্রাকে টস করলে শাপলা (head) পড়ার সম্ভাবনা হল  $\frac{1}{2}$  এবং পরিকল্পিত পরিবার ছবিটি (tail) পড়ার সম্ভাবনা  $\frac{1}{2}$ ।
- একটি ছক্কার গুটিকে চাললে এতে চৌকা (চারটি ফেঁটা) পড়ার সম্ভাবনা  $\frac{1}{6}$  (কারণ এতে মোট ৬টি পিঠ রয়েছে)।

সূতরাং, সম্ভাবনা হল মোট ঘটনা এবং ঐ রকম কোন সুনির্দিষ্ট ঘটনা ঘটার সম্ভাব্য সংখ্যার অনুপাত।

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{\text{মোট ঘটনা}}{\text{সুনির্দিষ্ট ঘটনা ঘটার সম্ভাব্য সংখ্যা}}$$

একটি এক টাকার ধাতব মুদ্রাকে টস করলে মোট দুইটি ঘটনা ঘটতে পারে। যেমন - শাপলা (head) পড়তে পারে, বা পরিকল্পিত পরিবার (tail) পড়তে পারে। অর্থাৎ মোট ঘটনার সংখ্যা ২। এতে শাপলা পড়ার সম্ভাব্য সংখ্যা ১। সূতরাং শাপলা পড়ার সম্ভাবনা হল  $\frac{1}{2}$ ।

দুইটি মুদ্রাকে যদি একসাথে টস করা হয় তাহলে —

1/8

1/8

1/8

1.00

একসাথে দুইটি হেড (শাপলা) পড়ার সম্ভাবনা কত? -----

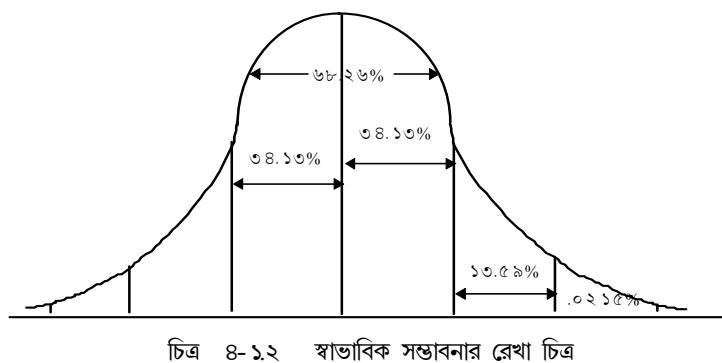
একটি হেড (head) ও একটি টেল পড়ার সম্ভাবনা (৪ টার মধ্যে ২ টি) কত? -----

দুইটি টেল (tail) পড়ার সম্ভাবনা (৪ টার মধ্যে ১ টি) কত? -----

$\therefore$       মোট সম্ভাবনা = কত? -----

এভাবে ৪টি, ৫টি, ৬টি বা ১০টি যে কোন সংখ্যক মুদ্রার জন্য হেড ও টেলের বিভিন্ন সম্ভাব্যের সমন্বয় আমরা নির্ণয় করতে পারি।

এভাবে মুদ্রা ও টস সংখ্যা যদি বেশি হয় তাহলে প্রাপ্ত বন্টনের রেখাচিত্রটি হবে ঘন্টাকৃতি। একে বলা হয় স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র বা সংক্ষেপে শুধুমাত্র স্বাভাবিক রেখাচিত্র।



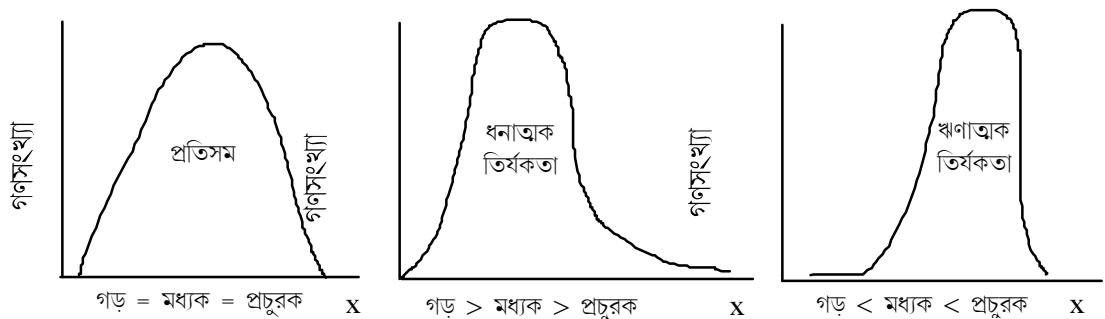
একদল শিক্ষার্থীর পরীক্ষার ফলাফল বা কোন একদল ব্যক্তির বুদ্ধিমত্তা বা যে কোন একগুচ্ছ স্কোর নিয়ে যদি লেখচিত্র অঙ্কন করা যায়, তাহলে দেখা যাবে প্রতিবারই এদের আকৃতি ভিন্ন হতে পারে। অল্পসংখ্যক স্কোর নিয়ে যদি ঘটনাসংখ্যা বন্টনের লেখচিত্র আঁকা হয়, তাহলে লেখচিত্রের আকৃতি খুবই অসম বা অনিয়মিত হবে। কিন্তু স্কোরসংখ্যা যদি রেশি হয় বা বহুসংখ্যক শিক্ষার্থীর পরীক্ষার নম্বর যদি হয় তাহলে লেখচিত্রটি হয় মসৃণ বা নিয়মিত বা স্বাভাবিক আকৃতির। এই মসৃণ লেখচিত্রের আকৃতি যে সব বিষয়ের উপর নির্ভর করে তাহলো —

- পরিমাপের উপকরণ বা যন্ত্রপাতির গুণাগুণ বা ধর্মের উপর
- যে বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা হচ্ছে তার বন্টনের উপর

### শিক্ষা মূল্যায়ন

শিক্ষা মূল্যায়ন ও পরিমাপে প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের অগ্রগতির মান বিশ্লেষণের সময় সাধারণত তিনি ধরনের লেখচিত্রের প্রয়োজন হয়। এগুলো হল —

- স্বাভাবিক সন্তাননার লেখচিত্র বা স্বাভাবিক লেখচিত্র
- ধনাত্মকভাবে ত্রিয়ক (বা বঙ্গিম) লেখচিত্র
- ঋণাত্মকভাবে ত্রিয়ক (বা বঙ্গিম) লেখচিত্র



চিত্র ৪-১৩ প্রতিসম, ধনাত্মক ও ঋণাত্মক লেখচিত্র

### স্বাভাবিক লেখচিত্র

অধিকসংখ্যক শিক্ষার্থীর উপর যদি কোন অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয় এবং যদি তাদের বয়স, শিক্ষা, পারিবারিক ও সাংস্কৃতিক পরিবেশ এক ধরনের হয় এবং এই পরীক্ষায় শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোর নিয়ে যদি লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়, তাহলে লেখচিত্রের আকৃতি স্বাভাবিক বন্টনের বা স্বাভাবিক সন্তাননার লেখচিত্রের আকৃতির মত হবে। দেখা যাবে যে, অধিকাংশ শিক্ষার্থীর নম্বর লেখচিত্রের মাঝখানের অংশটি দখল করে আছে। খুব অল্প সংখ্যক শিক্ষার্থী নিয়ে স্কোর এবং খুব অল্প সংখ্যক শিক্ষার্থী উচ্চ স্কোর লাভ করেছে।

আমরা এই পাঠে স্বাভাবিক লেখচিত্র নিয়ে কিছু আলোচনা করব।

প্রথমে দেখা যাক, স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখাচিত্র বলতে কি বুবায় —



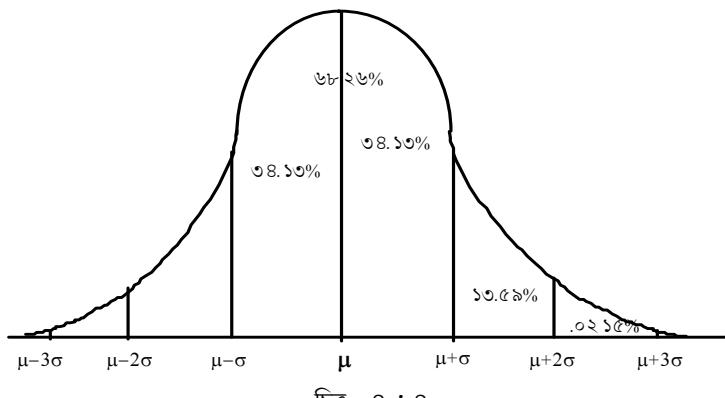
চিত্র 8- ১.৪

## বর্ণনা

## বৈশিষ্ট্য

ডানদিকের শেষ প্রান্তে সর্বোচ্চ ক্ষেত্রগুলো এবং বা দিকের শেষ প্রান্তে সর্বনিম্ন ক্ষেত্র থাকে। সর্বোচ্চ ক্ষেত্র এবং সর্বনিম্ন ক্ষেত্রের সংখ্যা খুবই কম। এ ধরনের লেখাচিত্র ঘন্টাকৃতি এবং এই ধরনের বন্টনে গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক একই বিন্দুতে থাকে। স্বাভাবিক বন্টনের গড়ের উপর একটি লম্ব টানলে বন্টনটি সমান দু'ভাগে ভাগ হয়ে যায়। নিচে স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখাচিত্রের বৈশিষ্ট্যগুলো প্রদত্ত হলো —

- স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র উপুড় করা ঘন্টার মত আকৃতি বিশিষ্ট 
- এই রেখাচিত্রের বক্ষিমতা ও তর্ফকতা শূন্য
- এই রেখাচিত্রের একাধিক শীর্ষবিন্দু থাকে না, শুধু একটি শীর্ষবিন্দু থাকে
- স্বাভাবিক রেখাচিত্র প্রতিসম। চিত্রটিকে এর মধ্যাঙ্ক বরাবর দুই ভাগ করা হলে একভাগ অপরভাগের সাথে হ্রবহু মিলে যাবে
- মধ্যাঙ্কের পাদবিন্দুতে গড় অবস্থান করে। এই বন্টনের গড়, মধ্যক ও প্রচুরক সমান
- এই রেখাচিত্রের উচ্চতা গড় এ সর্বোচ্চ
- রেখাচিত্রটি অসীমতটীয় এবং  $X$  অক্ষকে কখনই স্পর্শ করে না।
- এই রেখাচিত্রে  $X$  এর মান বৃদ্ধির সাথে  $Y$  এর মান বৃদ্ধি পায় এবং একটি নির্দিষ্ট অবস্থানের পর আবার  $Y$  এর মান কমতে থাকে
- রেখাচিত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হলে এর শতকরা ৯৯.৭৪ ভাগ ফ্রেক্টাল -৩ $\sigma$  থেকে +৩ $\sigma$  এর মধ্যে থাকে।
- এর বিস্তার ও উচ্চতার মধ্যে সবসময় একটি স্বাভাবিক আনুপাতিক সম্পর্ক বজায় থাকে।



চিত্র 8- ১.৪



## পাঠোভর মূল্যায়ন - ১

### ● বহু নির্বাচনী পত্র

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ : আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে  বৃত্তায়িত করুন)

১. কোন সম্পর্ক দ্বারা সন্তানের বোঝায় ?

$$\text{ক. সন্তানে} = \frac{\text{কোন সুনির্দিষ্ট ঘটনা ঘটার সংখ্যা}}{\text{মোট ঘটনার সংখ্যা}}$$

$$\text{খ. সন্তানে} = \frac{\text{মোট ঘটনার সংখ্যা}}{\text{কোন সুনির্দিষ্ট ঘটনা ঘটার সংখ্যা}}$$

$$\text{গ. সন্তানে} = \text{মোট ঘটনা} \times \text{সন্তানের ঘটনা}$$

$$\text{ঘ. মোট ঘটনা} = \text{সন্তানে} \times \text{সন্তানের ঘটনা}$$

২. স্বাভাবিক বন্টনের ক্ষেত্রে কোন তিনটি সমান?

ক. গড়, আদর্শ বিচুতি ও প্রচুরক

খ. প্রচুরক, মধ্যক ও গড় বিচুতি

গ. গড়, মধ্যক ও গড় বিচুতি

ঘ. গড়, মধ্যক ও প্রচুরক

৩. রেখাচিত্রের আকৃতি কোনটির উপর নির্ভর করে না?

ক. পরিমাপের উপকরণ

খ. যত্ত্বপ্রাপ্তির গুণাগুণ

গ. শিক্ষার্থীর বয়স

ঘ. পরিমাপকৃত বৈশিষ্ট্যের বন্টন

৪. শিক্ষা পরিমাপে যে তিনি ধরনের রেখাচিত্র ব্যবহার করা হয় নিচের শুন্যস্থানে তাদের নাম লিখুন। পরে বাঁদিকের সঠিক উত্তরের সাথে মিলিয়ে নিন।

ক. \_\_\_\_\_

খ. \_\_\_\_\_

গ. \_\_\_\_\_

- ক. স্বাভাবিক রেখাচিত্র
- খ. ধনাত্মক বক্ষিম রেখাচিত্র
- গ. ধনাত্মক বক্ষিম রেখাচিত্র



### সঠিক উত্তর :

১। ক, ২। খ, ৩। গ, ৪। বাম পাশে রয়েছে

পাঠ ২

## স্বাভাবিক রেখাচিত্র ও ক্ষেত্রফল

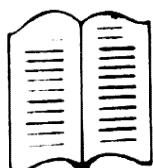
### [Area under the Normal Curve]

#### উদ্দেশ্য

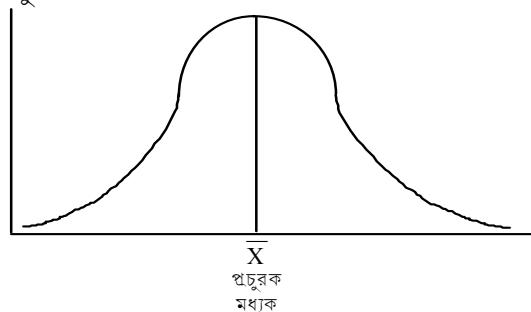


এই পাঠ শেষে আপনি —

- স্বাভাবিক রেখাচিত্রের ক্ষেত্রফলকে কোন প্রকৃতির এককে ভাগ করা হয় তা বলতে পারবেন
- স্বাভাবিক রেখাচিত্রের ক্ষেত্রফলের বন্টন উল্লেখ করতে পারবেন।



প্রথম পাঠে আমরা জানতে পারলাম স্বাভাবিক রেখাচিত্রের গড়, মধ্যক ও প্রচুরক সমান এবং এর মধ্যপক্ষের পাদবিন্দুতে অবস্থান করে। স্বাভাবিক বন্টনের গড়ের উপর একটি লম্ব টানলে রেখাচিত্রটি সমান দুই ভাগে ভাগ হয়ে যায়। ঐ লম্বের ডান ও বাম উভয় দিকে ৫০% ক্ষেত্র থাকে। স্বাভাবিক রেখাচিত্র যে ক্ষেত্রফল সীমাবদ্ধ করে তাকে আদর্শ বিচ্যুতির এককের ব্যবধানে ভাগ করা যায়। এই বন্টনে গাণিতিক গড়কে  $X$  অক্ষের মধ্যবিন্দু বা বন্টনের মূলবিন্দু বা কেন্দ্রবিন্দু হিসাবে গ্রহণ করা হয়। এই গড় বা মূল বিন্দু থেকে উভয় দিকের ক্ষেত্রফলকে আদর্শ বিচ্যুতির একটি ভাগ করা যেতে পারে।



চিত্র ৪-২-১

গড় এর মান ডান দিকের  $X$  অক্ষ রেখাকে  $\sigma$  এর এককে সমান তিন ভাগে ভাগ করা হয় এবং ডানদিকের জন্য + (যোগ চিহ্ন) বাঁদিকের জন্য - (বিয়োগ চিহ্ন) ব্যবহার করা হয়। এগুলো হয়  $+1\sigma$ , বা  $-1\sigma$ ,  $-2\sigma$ ,  $-3\sigma$ । সুতরাং  $X$  অক্ষ রেখাকে সমান ছয় ভাগে ভাগ করা হয়েছে। সমান ছয় ভাগে ভাগ করা হলেও কিন্তু এই ছয়টি বন্টনের ক্ষেত্রফল সমান নয়, অর্থাৎ স্কোরের সংখ্যা সর্বত্র সমান নয়। নিচে ক্ষেত্রফলের তালিকা দেওয়া হলো —

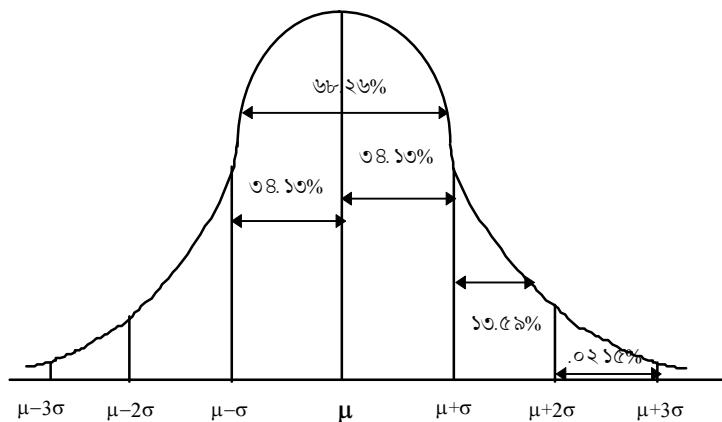
সারণী ৪-২-১

বন্টন	ক্ষেত্রফলের শতকরা অংশ
গড় এবং $+1\sigma$ এর মধ্যে	৩৪.১৩%
গড় এবং $-1\sigma$ এর মধ্যে	৩৪.১৩%
$1\sigma$ এবং $2\sigma$ এর মধ্যে	১৩.৫৯%
$-1\sigma$ এবং $-2\sigma$ এর মধ্যে	১৩.৫৯%
$2\sigma$ এবং $3\sigma$ এর মধ্যে	২.১৫%
$-2\sigma$ এবং $-3\sigma$ এর মধ্যে	২.১৫%
৩ $\sigma$ এর পরে	০.১৩%
-৩ $\sigma$ এর পরে	০.১৩%

$$\sigma \text{ (sigma) বন্টনটির আদর্শ বিচুতি, } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}} \text{ (অবিন্যস্ত ক্ষেত্রে)}$$

সুতরাং, এ থেকে দেখা যায় যে,

- গড় এবং  $\pm 1\sigma$  এর মধ্যে থাকে  $(38.13 + 38.13) \% = 68.26\%$
- গড় এবং  $\pm 2\sigma$  এর মধ্যে থাকে  $(38.13 + 13.59) \% = 87.72\%$
- গড় এবং  $\pm 2\sigma$  এর মধ্যে থাকে  $(87.72 + 87.72) \% = 95.44\%$
- গড় এবং  $\pm 3\sigma$  এর মধ্যে ক্ষেত্রফল থাকে  $(38.13 + 13.59 + 2.15)\% = 99.73\%$
- গড় এবং  $\pm 3\sigma$  এর মধ্যে থাকে  $(89.87 + 89.87) \% = 99.94\%$



চিত্র 8-২-২

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, স্বাভাবিক বন্টনের প্রায় সমস্ত ক্ষেত্রের বা স্বাভাবিক রেখাচিত্রের প্রায় সমস্ত ক্ষেত্রফল – ৩σ থেকে + ৩σ এর মধ্যে থাকে। – ৩σ থেকে + ৩σ এর বাইরে থাকে মাত্র ০.২৬% ক্ষেত্র।

এ ছাড়া দেখা যায় যে,

- $M \pm 1.68 \sigma$  এর মধ্যে থাকে ৯০% ক্ষেত্র বা ক্ষেত্রফল
- $M \pm 1.96 \sigma$  এর মধ্যে থাকে ৯৫% ক্ষেত্র বা ক্ষেত্রফল
- $M \pm 2.58 \sigma$  এর মধ্যে থাকে ৯৯% ক্ষেত্র বা ক্ষেত্রফল



## পাঠোভর মূল্যায়ন - ২

### • বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ : আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে  বৃত্তায়িত করুন)

১. স্বাভাবিক রেখাচিত্রের গড়ের উভয় পার্শ্বে শতকরা কতভাগ স্কোর থাকে?  
ক. ৪০  
খ. ৫০  
গ. ৬০  
ঘ. ১০০
২. স্বাভাবিক রেখাচিত্রের শতকরা ৯৯ ভাগ স্কেত্র থাকে কোনটির মধ্যে?  
ক. - ৩০ থেকে + ৩০  
খ. - ২.৫৮০ থেকে ২.৫৮০  
গ. - ১.৯৬০ থেকে + ১.৯৬০  
ঘ. - ৫০ থেকে + ৫০



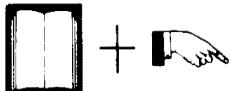
### সঠিক উত্তর :

১। খ, ২। খ

পাঠ ৩

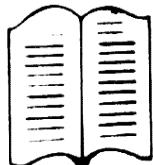
## আদর্শ স্কোর ও স্বাভাবিক রেখাচিত্র [Normal Curve & Standard Score]

### উদ্দেশ্য



এই পাঠ শেষে আপনি —

- আদর্শ স্কোর কি তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- Z-স্কোর নির্ণয় করতে পারবেন
- Z-স্কোরের বৈশিষ্ট্য লিখতে পারবেন



আসুন, একটি উদাহরণের মাধ্যমে আমরা এই পাঠটি শুরু করি। একদল শিক্ষার্থীর পরীক্ষা নেয়া হল। মনে করুন, ১০০ আইটেমের ঐ নের্বাক্তিক অভিজ্ঞায় একজন শিক্ষার্থী প্রিয়াৎকা পেল ৭০। সকল পরীক্ষার্থীর তুলনায় প্রিয়াৎকার পারদর্শিতা বা কৃতিত্বের গুণগত মান কি? এটা কি শুধুমাত্র প্রিয়াৎকার স্কোর (৭০) থেকে ধারণা করা যায়?

না, যায় না।

কারণ, এই স্কোরটি পরীক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বরের সর্বনিম্ন নম্বর হতে পারে। এই ৭০ স্কোরটির তাংপর্য বা অর্থ খুঁজে পেতে হলে আপনাকে আরও কিছু তথ্য জানতে হবে।

আপনাকে জানতে হবে পরীক্ষার্থী দলের নম্বরের গড় বা মধ্যক কত?

মনে করুন, এদের নম্বরের গড় ৬০। সুতরাং, বলতে পারছেন যে, ৭০, গড় স্কোর ৬০ এর চেয়ে ভাল।

কিন্তু কতটুকু ভাল তা আপনি বলতে পারেন কি?

আমরা জানি যে, কেন্দ্রীয় প্রবণতার সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পরিমাপ হচ্ছে গড় এবং বিচুতি বা বিষমতা পরিমাপের সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পরিমাপ হচ্ছে আদর্শ বিচুতি (standard deviation)। স্কোর ৭০ যে বিশেষ বণ্টনের সদস্য সে বণ্টনটির গড় ও আদর্শ বিচুতি জানা থাকলে স্কোর ৭০ এর সঠিক অর্থ বা তাংপর্য বের করা যায়। ধরা যাক, বণ্টনটির গড় ৬০ এবং আদর্শ বিচুতি ৫।

স্কোর	গড়	আদর্শ বিচুতি
৭০	৬০	৫

### সংজ্ঞা

পরিসংখ্যানবিদ ও সাইকোমেট্রিশিয়ানগণ (psychometrician) কোন স্ট্যান্ডার্ড টেস্টের স্কোর বা নম্বরকে প্রকাশ করার এমন একটি ব্যবস্থা করেছেন যেখানে ব্যাখ্যাদানকারীর নিকট স্কোরগুচ্ছের গড় ও আদর্শ বিচুতি জানা আছে। যখন গড় ও আদর্শ বিচুতির মাধ্যমে কোন অশোধিত স্কোরকে নতুন এক প্রকার স্কোরে রূপান্তরিত করা হয় তখন তাকে বলা হয় আদর্শ স্কোর বা Z-স্কোর (z-score)।

## আদর্শ স্কোর

কোন বন্টনের কোন নির্দিষ্ট স্কোরকে আদর্শ স্কোর বা z-স্কোরে রূপান্তরিত করতে নিচের সূত্রটি ব্যবহাত হয় —

$$z = \frac{X - M}{\sigma} \quad (\text{সূত্র } 8-3.1)$$

যেখানে,  $z$  = আদর্শ স্কোর বা z-স্কোর

$X$  = যে স্কোরকে আদর্শ স্কোরে রূপান্তরিত করতে হবে সে স্কোর

$M$  = স্কোরগুচ্ছের গড়

এবং  $\sigma$  = আদর্শ বিচুতি

$z$ -স্কোর হল এমন ধরনের সরল আদর্শ স্কোর, যেখানে কোন অশোধিত (raw) স্কোরকে প্রকাশ করা হয় স্কোরটি গড় থেকে কত আদর্শ বিচুতি দূরে থাকে তার মাধ্যমে। গড় থেকে ১ আদর্শ বিচুতি উপরের কোন অশোধিত স্কোরের আদর্শ স্কোর বা  $z$ -স্কোর হল  $+1$ , গড় থেকে দুই আদর্শ বিচুতি উপরের কোন অশোধিত স্কোরের  $z$ -স্কোর হল  $+2$ ।

## উদাহরণ

ধরুন, কোন বন্টনে গড় ৬০ এবং আদর্শ বিচুতি ৫। কোন শিক্ষার্থীর অশোধিত স্কোর ৬৫ হলে তার আদর্শ স্কোর কত? এখানে  $65 = 60 + 5 = \text{গড়} + 1 \text{ আদর্শ বিচুতি}$ । সুতরাং এখানে  $z = +1$

$$\text{অর্থাৎ, } z = \frac{65 - 60}{5} = \frac{5}{5} = +1$$



এবার আপনি নিজের গাণিতিক তথ্য ব্যবহার করে হিসাবটি করুন। বাম দিকের শূন্যস্থানে লিখুন পরে ডান দিকের শুন্দি উভয়ের সাথে মিলিয়ে নিন।

প্রশ্ন ১ঃ উপরোক্ত দলের কোন শিক্ষার্থী ৭০ নম্বর পেল। তার আদর্শ স্কোর বা  $z$  = কত?

উত্তর ১ঃ  $z = \dots$

গড় সম্বন্ধে আমরা কি জানি?

$\therefore z = ?$

$$\begin{aligned} &= 60 + 2 \times 5 \\ z &= \text{গড়} + 2 \text{ আদর্শ বিচুতি} \\ \therefore z &= +2 \end{aligned}$$

৮-৩.১ সূত্রের সাহায্যে এর মান নিম্নোক্তরূপে বের করা হয় —

$$\begin{aligned} z &= \frac{70 - 60}{5} = \frac{10}{5} = +2 \\ \text{অর্থাৎ, } z &= 2 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২ঃ কখন  $z$  শূন্য হবে?

উত্তর ২ঃ কোন শিক্ষার্থীর  $z$ -স্কোর শূন্য হলে বুঝতে হবে শিক্ষার্থীটি গড় নম্বরের সমান নম্বর পেয়েছে।  $z$  এর মান বিয়োগবোধক হলে বুঝতে হবে যে, এই স্কোর বা নম্বরটি গড় নম্বরের নিচে।  $z = -1$  বলতে সেই অশোধিত স্কোর বোঝায় যা গড় নম্বরের চেয়ে এক আদর্শ বিচুতি বা ১০ নিচে রয়েছে।

## ব্যাখ্যা

পশ্চ ৩ টি গড় নম্বর = ৬০, আদর্শ বিচ্যুতি = ৫,  $z = -2$  / ক্ষেত্রটি কত?

$$\text{উত্তর } z \text{ আমরা জানি, } z = \frac{X - M}{\sigma}$$

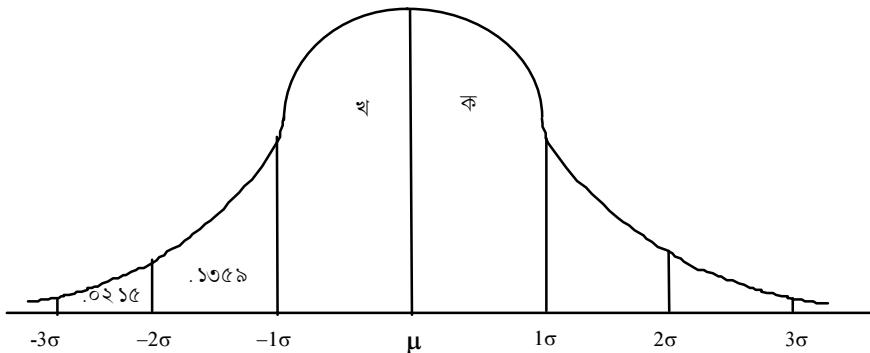
$$\text{অর্থাৎ, } X = M + z \sigma$$

$$X = 50$$

$$\therefore X = \dots$$

$z = -2$  বলতে যে অশোধিত ক্ষেত্রকে বোঝায় তা গড় ক্ষেত্রের ২টি নিচে রয়েছে। অর্থাৎ গড় নম্বর ৬০ এবং আদর্শ বিচ্যুতি ৫ হলে  $z = -2$  সমান হল  $(60 - 2 \times 5) = 60 - 10 = ৫০$ ।

$z$  ক্ষেত্রের মাধ্যমে স্বাভাবিক রেখাচিত্রের ক্ষেত্রফল কিভাবে ভাগ করা যায়?



চিত্র ৪-৩.১

কোন অশোধিত ক্ষেত্রগুচ্ছের মান ৬০ এবং আদর্শ বিচ্যুতি ৩ হলে ৫৭ অশোধিত ক্ষেত্রের জন্য  $z$ -ক্ষেত্রে মান হবে  $-1$ ।

উপরের চিত্র থেকে দেখা যায় যে,  $z = 0$  থেকে  $z = 1$  পর্যন্ত শতকরা ৩৪.১৩ টি ক্ষেত্র থাকে স্বাভাবিক রেখাচিত্রে অর্থাৎ, ৩৪.১৩% ক্ষেত্রফল (চিত্রে ‘ক’ অংশ) এবং  $z = 0$  থেকে  $z = -1$  এ থাকে ৩৪.১৩% ক্ষেত্র। সুতরাং,  $z = -1$  থেকে  $z = +1$  পর্যন্ত থাকে শতকরা ৬৮.২৬% ক্ষেত্র বা স্বাভাবিক শতকরা ৬৮.২৬% ক্ষেত্রফল।  $z = -2$  থেকে  $z = +2$  পর্যন্ত থাকে শতকরা  $(47.72\% + 47.12\%)$  যা ৯৫.৮৪% ক্ষেত্র বা ক্ষেত্রফল।  $z = -3$  থেকে  $z = +3$  পর্যন্ত থাকে শতকরা  $(2.15 + 13.59 + 34.13 + 34.13 + 13.59 + 2.15)\% = ৯৯.৭৪\%$  ক্ষেত্র বা ক্ষেত্রফল।

### Z-ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য

$z$ -ক্ষেত্রের তিনটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য রয়েছে —

- $z$ -ক্ষেত্রের বন্টনের আকৃতি অশোধিত ক্ষেত্রের বন্টনের আকৃতির অনুরূপ। অশোধিত ক্ষেত্রকে  $z$ -ক্ষেত্রে রূপান্তর করা হলে বন্টনের আকৃতির কোন পরিবর্তন ঘটেনা। তাছাড়া ক্ষেত্রগুলোর আপেক্ষিক অবস্থানও পরিবর্তিত হয় না। শুধু ক্ষেত্রের মান (score-value) পরিবর্তিত হয়।
- $z$ -ক্ষেত্রের গড় সব সময়ই শূন্য। অশোধিত ক্ষেত্রের গড়ে অবস্থিত ক্ষেত্রের ও  $z$ -ক্ষেত্রের গড়ে অবস্থিত ক্ষেত্র একই। অশোধিত ক্ষেত্রের গড়ের মান শূন্য।
- $z$ -ক্ষেত্রের আদর্শ বিচ্যুতি সব সময় ১।



## পাঠ্যতর মূল্যায়ন - ৩

### ● বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ : আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে  বৃত্তায়িত করুন)

১. আদর্শ স্কোর বা z-স্কোরকে কিসের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়?
  - ক. গড় ও গড় বিচুতি
  - খ. মধ্যক ও গড় বিচুতি
  - গ. গড় ও আদর্শ বিচুতি
  - ঘ. মধ্যক ও আদর্শ বিচুতি
২. একদল শিক্ষার্থীর গড় নম্বর ৪০ এবং নম্বরের বর্ণনের আদর্শ বিচুতি ৫। কোন শিক্ষার্থী ৬০ নম্বর পেলে তার z-স্কোর কত?
  - ক. ৮
  - খ. ১২
  - গ. ৪
  - ঘ. ৫
৩. z-স্কোরের বৈশিষ্ট্য কোনটি?  
এই স্কোরের —
  - ক. গড় শূন্য ও আদর্শ বিচুতি শূন্য
  - খ. গড় এক ও আদর্শ বিচুতি এক
  - গ. গড় এক ও আদর্শ বিচুতি শূন্য
  - ঘ. গড় শূন্য, আদর্শ বিচুতি এক



### সঠিক উত্তর :

১। গ, ২। গ, ৩। ঘ

পাঠ ৪

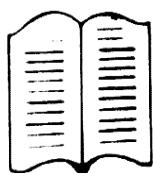
## স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র ও ব্যবহার [Uses of Normal Probability Curve]

### উদ্দেশ্য



এই পাঠ শেষে আপনি —

- স্বাভাবিক রেখাচিত্রের ব্যবহার কোথায় হয় তা উল্লেখ করতে পারবেন
- স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহার করে কিভাবে স্কোরের শতমিক অবস্থান (percentile rank) বের করা যায় তা বর্ণনা করতে পারবেন।



আমরা আগেই জেনেছি যে, শিক্ষামূলক পরিমাপ ও গবেষণায় স্বাভাবিক রেখাচিত্র খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই ইউনিটের ভূমিকায় আমরা দেখেছি এই রেখাচিত্রের গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহারের কথা। আপনাদের নিচয়ই জানতে ইচ্ছে করছে যে, স্বাভাবিক রেখাচিত্রের আর কি ব্যবহার রয়েছে।

এই পাঠে আমরা শিক্ষা, মনোবিজ্ঞান ও সমাজবিজ্ঞানে স্বাভাবিক রেখাচিত্রের যেসব ব্যবহার রয়েছে তা নিয়ে আলোচনা করব।

#### • অশোধিত স্কোরকে আদর্শ স্কোর বা z-স্কোরে রূপান্তর

অশোধিত স্কোরকে আদর্শ স্কোরে রূপান্তরের জন্য স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহৃত হয়। [কোন বন্টনের গড় ও আদর্শ বিচুতি জানা থাকলে ঐ বন্টনের যে কোন অশোধিত স্কোরকে কিভাবে আদর্শ আদর্শ স্কোরে রূপান্তরিত করা যায় তা আপনারা পাঠ-৩ এ পড়ছেন।]

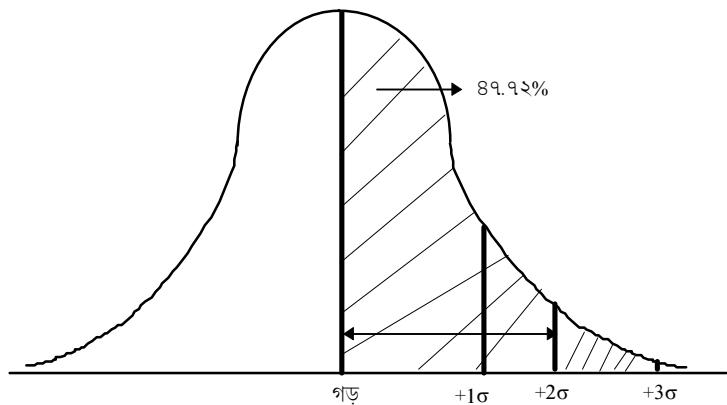
#### • স্কোরের শতমিক অবস্থান নির্ণয়

স্কোরের শতমিক অবস্থান নির্ণয়ে স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহৃত হয়। এইজন্য অশোধিত স্কোরকে z-স্কোরে রূপান্তরিত করতে হয়। কোন স্কোরের শতমিক অবস্থান বলতে বোঝায় ঐ স্কোরের নিচে (ছোট) কতটি স্কোর আছে। মনে করা যাক, কোন পরীক্ষায় একজন শিক্ষার্থীর স্কোর ৮৫। ঐ পরীক্ষায় স্কোরের গড় ৭৫ এবং আদর্শ বিচুতি ৫।

$$\text{ঐ স্কোরের } z = \frac{৮৫ - ৭৫}{৫} = + ২।$$

গড় হতে  $z = + ২$  পর্যন্ত স্বাভাবিক রেখাচিত্রের মধ্যে স্কোর সংখ্যা শতকরা ৪৭.৭২ বা ৪৮টি।

সুতরাং ঐ শিক্ষার্থীর শতমিক অবস্থান ৪৮।



চিত্র ৮-৪.১

- **মতামত, ৱেটিং, বা র্যাংকিং ইত্যাদিকে সংখ্যামানে রূপান্তর**  
আমরা অনুমান করি যে, মতামত, ৱেটিং, র্যাংকিং মনোভাব ইত্যাদি স্বাভাবিক বণ্টিত। এসবের সমতূলকে সংখ্যামানে রূপান্তর স্বাভাবিক রেখাচিত্রের সাহায্যে করা যায়।
  
- **কোন বন্টনকে স্বাভাবিককরণ (normalize) করতে স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহৃত হয়।**  
মনস্তত্ত্বিক টেস্ট বা ইনভেন্টরি আদর্শায়িত করতে এটি একটি গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ।
  
- **নমুনার কোন বৈশিষ্ট্য থেকে সমগ্রকের বৈশিষ্ট্য সাধারণীকরণ**  
গবেষণার অনুমিত সিদ্ধান্ত (hypothesis) যাচাইয়ে স্বাভাবিক রেখাচিত্রের গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার রয়েছে। কোন আকস্মায়িকতা প্রকল্পের (Chance hypothesis) বিপরীতে কোন পরিমাপের তাৎপর্য যাচাইয়ের ক্ষেত্রে স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহৃত হয়। ফলে যে সমগ্রক থেকে নমুনা নেওয়া হয়েছে তা সম্পর্কে সাধারণীকরণ করা যায়। নমুনার পরিমাপ থেকে সমগ্রক সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায়।
  
- **অভীক্ষার আদর্শায়ন**  
স্বাভাবিক রেখাচিত্রের সাহায্যে শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাকে আদর্শায়িত (Standardized) করা যায়। এছাড়া এর সাহায্যে কোন অভীক্ষার পদ বা প্রশ্নের মধ্যকার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য (Internal Consistency) নির্ণয় করা যায়।
  
- **অভীক্ষার কাঠিন্যমান নির্ণয়**  
এই রেখাচিত্রের সাহায্যে অভীক্ষার কাঠিন্যমান নির্ণয় করা যায়।

- মানুষের দৈহিক বৈশিষ্ট্য (উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি), মানসিক বৈশিষ্ট্য (বুদ্ধিমত্তা, দৃষ্টিভঙ্গ ইত্যাদি) ও শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্য (পরীক্ষার নম্বর) স্বাভাবিক সন্তাননা ব্যটনের নিয়ম মেনে চলে, তাই স্বাভাবিক রেখাচিত্রের মাধ্যমে এসব সম্পর্কে ধারণা লাভ করা যায়।

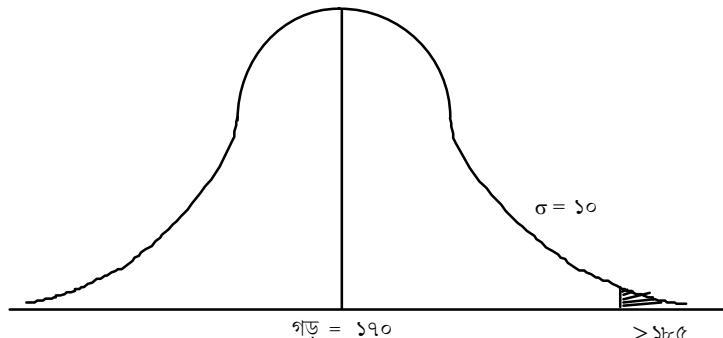
## উদাহরণ ১

মনে করুন, আপনার বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণীর বালকদের উচ্চতার গড় হল ১৭০ সেমি এবং আদর্শ বিচুতি ১০ সেমি। এক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি —

- আনুমানিক ৬৮% শিক্ষার্থীর উচ্চতা  $170 - 10 = 160$  এবং  $170 + 10 = 180$  সেমি এর মধ্যে।
- আনুমানিক ৯৫% শিক্ষার্থীর উচ্চতা  $170 - (2 \times 10) = 150$  এবং  $170 + (2 \times 10) = 190$  সেমি এর মধ্যে।
- আনুমানিক ৯৯.৭% শিক্ষার্থীর উচ্চতা  $170 - (3 \times 10) = 140$  এবং  $170 + (3 \times 10) = 200$  সেমি এর মধ্যে।

## উদাহরণ ২

দৈবচয়ন পদ্ধতি বা এর মাধ্যমে চিহ্নিত দশম শ্রেণীর একজন শিক্ষার্থীর উচ্চতা ১৮৫ সেমি এর অধিক হওয়ার সন্তাননা কত?



চিত্র ৪-৪.২

[ $X = 185$  এর ডান পাশের ক্ষেত্রফল হল সঠিক উত্তর। আরো সূক্ষ্মভাবে জানতে হলে আমাদের স্বাভাবিক সন্তাননা চলক সারণীর সাহায্য গ্রহণ করতে হবে (পরিশিষ্ট দ্রষ্টব্য)]

প্রথমে  $z$  এর মান বের করতে হবে,

$$z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{185 - 170}{10} = 1.5$$

পরিশিষ্ট অংশের সংশ্লিষ্ট সারণীর সাহায্যে আমরা দেখলাম যে, ১৮৫ এর বাম দিকের ফ্রেক্ষফল হল  $0.9302$ ।

সুতরাং, ১৮৫ এর ডানদিকের ফ্রেক্ষফল হল  $1 - 0.9302 = 0.0698$

সুতরাং, আমরা বলতে পারি যে, মোট শিক্ষার্থীর শতকরা  $6.68$  ভাগ শিক্ষার্থীর উচ্চতা ১৮৫ সেমি এর বেশি হওয়ার সন্তাননা রয়েছে।



## পাঠোভর মূল্যায়ন - ৪

### অ) সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন

- স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখাচিত্রের পাঁচটি ব্যবহার লিখুন।  
 ক. \_\_\_\_\_  
 খ. \_\_\_\_\_  
 গ. \_\_\_\_\_  
 ঘ. \_\_\_\_\_  
 �ঙ. \_\_\_\_\_

### আ) বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ : আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে  বৃত্তায়িত করুন)

#### সমাধান

$$Z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{85 - 85}{3} = 1$$

∴ গড় হতে + ১σ পর্যন্ত  
স্বাভাবিক লেখাচিত্রের মধ্যে  
শতকরা ক্ষেত্র হল ৩৪.১৩ বা  
৩৪। সুতরাং ঐ শিক্ষার্থীর  
শতমিক অবস্থান ৩৪।

- একদল শিক্ষার্থীর কোন পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গড় ৪৫ এবং আদর্শ বিচ্যুতি ৩,  
এ পরীক্ষায় কোন শিক্ষার্থী ৪৮ নম্বর পেলে তার শতমিক অবস্থান কত?  
 ক. ৬৮  
 খ. ৫০  
 গ. ৩৪  
 ঘ. ৯৫



### সঠিক উত্তর :

- অ) ১। পাঠ ৪ দ্রষ্টব্য  
আ) ২। গ



## চূড়ান্ত মূল্যায়ন - ইউনিট ৪

### ● বহু নির্বাচনী প্রশ্ন

সঠিক উত্তর নির্দেশমূলক অক্ষরটিকে বৃত্তায়িত করুন। (উদাহরণ : আপনার পছন্দসই উত্তরটি ক হলে একে **ক** বৃত্তায়িত করুন)

১. মনে করুন, কয়েকদল শিক্ষার্থীর পরীক্ষা নেওয়া হল। তাদের দল অনুযায়ী প্রাপ্ত নম্বরের বেলায় কোন বাক্যটি সত্য?  
 ক. এদের আদর্শ বিচুতি একই হবে  
 খ. এদের নম্বরের গড়ে কোন পার্থক্য আকারে  
 গ. এদের বিভিন্ন বন্টনের মৌলিক রূপ একই থাকে  
 ঘ. বিভিন্ন বন্টনের রেখাচিত্রের মৌলিক রূপ বিভিন্ন থাকে
২. স্বাভাবিক বন্টনের বিশেষ বৈশিষ্ট্য কি?  
 ক. এটি অপ্রতিসম  
 খ. এটি একাধিক চূড়া বিশিষ্ট  
 গ. এর গড়, মধ্যক ও প্রচুরক সমান  
 ঘ. এর কোন মৌলিক রূপ নেই
৩. স্বাভাবিক বন্টনের রেখাচিত্র কেমন?  
 ক. অপ্রতিসম  
 খ. প্রতিসম  
 গ. খাজ কাটা  
 ঘ. সরল রৈখিক
৪. Z-স্কোরের বৈশিষ্ট্য কোনটি?  
 ক. এর গড় শূন্য ও আদর্শ বিচুতি এক  
 খ. গড় এক ও আদর্শ বিচুতি শূন্য  
 গ. গড় শূন্য এবং আদর্শ বিচুতি ও শূন্য  
 ঘ. গড় ও আদর্শ বিচুতি সমান
৫. কোন এককে স্বাভাবিক রেখাচিত্রের ক্ষেত্রফলকে ভাগ করা হয়?  
 ক. গড় বিচুতি  
 খ. আদর্শ বিচুতি  
 গ. স্কোরের পাল্লা  
 ঘ. শ্রেণী ব্যবধান
৬. স্বাভাবিক রেখাচিত্রের প্রায় দুই ত্রুটীয়াৎশ স্কোর থাকে কোনটির মধ্যে?  
 ক. - ১০ থেকে + ১০  
 খ. - ২০ থেকে + ২০  
 গ. M থেকে + ১০  
 ঘ. M থেকে - ১০

৭. স্বাভাবিক রেখাচিত্রে প্রায় ১০০% স্কোর থাকে কত আদর্শ বিচুতির পাল্লায়?
- ক. -২ থেকে +২
  - খ. -১ থেকে +১
  - গ. -১ থেকে +১.৯৬
  - ঘ. -৩ থেকে +৩
৮. কোন বন্টনের গড় ৫০ এবং আদর্শ বিচুতি ২। এই বন্টনে কোন ছাত্রের নম্বর ৪৬ হলে তার Z-স্কোর কত।
- ক. ১
  - খ. -১
  - গ. ২
  - ঘ. -২
৯. গবেষণার কোন কাজে স্বাভাবিক রেখাচিত্র ব্যবহার করা হয়?
- ক. উপকরণ তৈরি
  - খ. প্রকল্প যাচাই
  - গ. তথ্য সংগ্রহ
  - ঘ. ফলাফল প্রকাশ
১০. কোন একটি বিষয়ে মোট ঘটনা ঘটতে পারে ১২টি। সেখানে কোন নির্দিষ্ট ঘটনা ঘটল দুইটি। সুনির্দিষ্ট ঘটনাটি ঘটার সম্মানা কত?
- ক.  $\frac{1}{6}$
  - খ.  $\frac{1}{12}$
  - গ.  $\frac{1}{28}$
  - ঘ.  $\frac{1}{3}$



### সঠিক উত্তর :

১। গ, ২। গ, ৩। খ, ৪। ক, ৫। খ, ৬। ক, ৭। ঘ, ৮। ঘ, ৯। খ, ১০। ক