১০

সম্ভাবনা বিন্যাস
Probability Distribution

সম্ভাবনা যুক্ত চলক হলো এমন এক ধরনের চলক যা একটি নির্দিষ্ট সম্ভাবনা গ্রহণ করে। সুনির্দিষ্টভাবে বলতে গেলে- কোনো সম্ভাবনাযুক্ত ফলাফল সমূহের নমুনা তথ্য বিশ্বের সাথে এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যে যদি X ঐ সম্ভাবনাযুক্ত চলক হয় তবে প্রতিটি সংখ্যা a এর ক্ষেত্রে আমরা $P[X \leq a]$ এর মান নির্ধারণ করতে পারি। সম্ভাবনাযুক্ত চলকের বিভিন্ন সম্ভাব্যমান ও প্রতিটি মানের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট সম্ভাবনার মান একত্রে সম্ভাবনা নিবেশন বা Probability distribution প্রস্তুত করে। এ অধ্যায়ে আমরা সম্ভাবনা নিবেশন সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করবো।

এ ইউনিটের পাঠগুলো হচ্ছে ঃ

- পাঠ-১০.১ ঃ সম্ভাবনা বিন্যাস: সংজ্ঞা ও চলকের ব্যবহার
- পাঠ-১০.২ ঃ স্বাভাবিক ও দ্বিপদী বিন্যাস : সংজ্ঞা ও পারস্পরিক সম্পর্ক
- পাঠ-১০.৩ ঃ নমুনা গড় ও ভেদাঙ্ক : দ্বিপদী ও স্বাভাবিক
- পাঠ-১০.৪ ঃ পৈসুর সম্ভাবনা বিন্যাস

পাঠ-১০.১

সম্ভাবনা বিন্যাসঃ সংজ্ঞা ও চলকের ব্যবহার
(Definition of Probability Distribution and its Use)

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- সম্ভাবনা বিন্যাসের সংজ্ঞা
- সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যবহার
- সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যাখ্যা

সাধারণত একটি দৈব চলক যখন বিভিন্ন মান গ্রহণ করে এবং উহার সম্ভাবনাসমূহ উক্ত চলকের বিন্যাস দ্বারা নির্দেশিত হয় তখন সেই উক্ত বিন্যাস হলো সম্ভাবনা বিন্যাস এবং এ বিন্যাসকে ফাংশনের সাহায্যে উপস্থাপন করা যায়।

সম্ভাবনাযুক্ত বিভিন্ন চলকের সম্ভাব্যমান ও প্রতিটি মানের সঙ্গে যুক্ত সম্ভাবনার মান একত্রে যে নিবেশন তৈরি করে তাকে সম্ভাবনা নিবেশন বলে। কোনো সম্ভাবনা চলক X এর সম্ভাব্য মান X_i; $i=$১, ২...n এবং তাদের সম্ভাবনা মান সমূহ যথাক্রমে P_i(i=১, ২....n) হলে সম্ভাবনা বিন্যাস হবে-

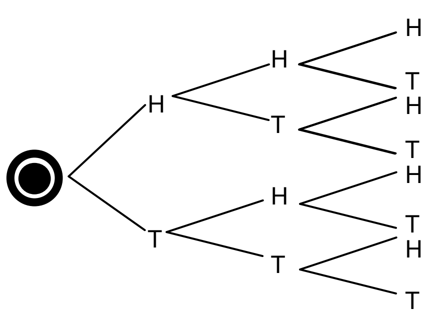
সম্ভাবনাযুক্ত বিভিন্ন চলকের সম্ভাব্যমান ও প্রতিটি মানের সঙ্গে যুক্ত সম্ভাবনার মান একত্রে যে নিবেশন তৈরি করে তাকে সম্ভাবনা নিবেশন বলে।

i)বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে যদি $P[X=X_i]= P_i \geq 0$ পাওয়া যায় তাহলে Xকে বিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা চলক বলা হবে এবং উহা দ্বারা গঠিত নিবেশনকে বিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা নিবেশন বলে।

ii)অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে যদি সম্ভাবনাযুক্ত চলক X কোনো নির্দিস্ট সীমানা (a, b) এর মধ্যে অবিচ্ছিন্নভাবে কোনো মান গ্রহণ করে অর্থাৎ $a \leq X_i \leq b$; i=১, ২....n হয়।

তাহলে X কে অবিচ্ছিন্ন চলক বলে এবং উহা দ্বারা গঠিত নিবেশনকে অবিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা নিবেশন বলে।

একটি উদাহরণের মাধ্যমে সম্ভাবনা বিন্যাসকে নিম্নরূপে ব্যাখ্যা করা যায়। ধরা যাক একটি মুদ্রা নিক্ষেপন পরীক্ষায় ৩ বার নিক্ষেপে হেড (H) আসবে তার সম্ভাবনা বিন্যাস নির্ণয় করতে হবে। এখানে X=০, ১, ২, ৩ হেড আসার সংখ্যা X এর সম্ভাব্য মান হলো ০, ১, ২, ৩ হেড আসার অনুকুল ঘটনা যা চিত্রের সাহায্যে দেখানো হলো-



HHH
HHT
HTH
HTT
THH
THT
TTH
TTT

P[X]	অনুকূল ফলাফল
$\frac{১}{৮}$	HHH
$\frac{১}{৮}$	HHT
$\frac{১}{৮}$	HTH
$\frac{১}{৮}$	HTT
$\frac{১}{৮}$	THH
$\frac{১}{৮}$	THT
$\frac{১}{৮}$	TTH
$\frac{১}{৮}$	TTT

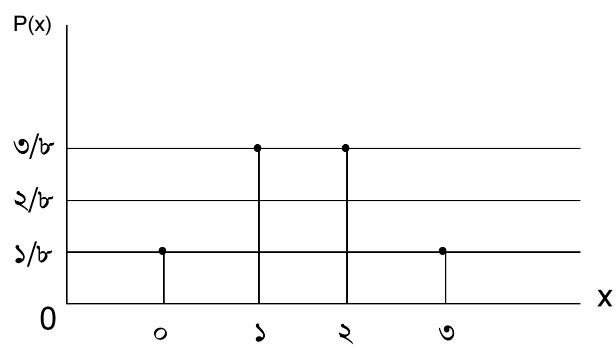
তিনবার নিক্ষেপের ফলে অনুকূল ফলাফল সম্ভাবনার মান (অনুকূল)

হেডের সংখ্যা X	P(X)
০	$\frac{১}{৮}$
১	$\frac{৩}{৮}$
২	$\frac{৩}{৮}$
৩	$\frac{১}{৮}$

এখন, নির্ণেয় সম্ভাবনা বিন্যাস হবে -

হেডের সংখ্যা X	০	১	২	৩
সম্ভাবনা P(x)	$\frac{১}{৮}$	$\frac{৩}{৮}$	$\frac{৩}{৮}$	$\frac{১}{৮}$

এবং সম্ভাবনা বিন্যাসের লেখচিত্রটি হবে নিম্নরূপ -



চিত্র - সম্ভাবনা বিন্যাস

অনুশীলন (Activity): দুটি ছক্কা নিক্ষেপের সম্ভাবনা বিন্যাস তৈরি করুন যখন দুটি বিন্দুর সমষ্টি ৫-এর নিচে হয়।

সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যবহার:

পরিসংখ্যান বিষয়ে সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যবহার খুবই গুরুত্বপূর্ণ। নিম্নে সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করা হলো-

১। যে সব ক্ষেত্রে সফলতার সম্ভাবনা খুবই কম এবং চেষ্টার সংখ্যা অনেক সেসব ক্ষেত্রে সম্ভাবনা বিন্যাস ব্যবহার করা হয়।

২। অসীম ও সসীম রাশি উভয় ক্ষেত্রেই সম্ভাবনা বিন্যাস ব্যবহার করা হয়।
৩। সম্ভাবনা বিন্যাসের দ্বারা তথ্যের বন্টন ব্যবস্থা পরীক্ষা করা যায়।
৪। সম্ভাবনা বিন্যাস দ্বারা Statistic সমূহ উত্তম রূপে যাচাই করা যায়।
৫। ছোট নমুনার ক্ষেত্রেও সম্ভাবনা বিন্যাসের মাধ্যমে যাচাই করা যায়।
৬। কল-কারখানায় উৎপাদিত দ্রব্যের নিয়ন্ত্রণ মাত্রা পরীক্ষা করা যায়।

সারমর্ম ঃ সম্ভাবনাযুক্ত চলক হলো এমন এক ধরনের চলক যা সর্বদা একটি নির্দিষ্ট সম্ভাবনা গ্রহণ করে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১০.১

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। দৈব চলকের সাথে সম্পর্ক আছে

ক. সংশ্লেষণের খ. নির্ভরণের
গ. সম্ভাবনার ঘ. সূচকের

২। সম্ভাবনা বিন্যাস ফাংশনের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়।

শূন্যস্থান পূরণ করুন ঃ

৩। সম্ভাবনা বিন্যাসের দ্বারা তথ্যের বন্টন ব্যবস্থা-------- করা যায়।

৪। ছোট নমুনার ক্ষেত্রে------- দ্বারা যাচাই করা যায়।

পাঠ-১০.২

স্বাভাবিক ও দ্বিপদী বিন্যাস : সংজ্ঞা ও পারস্পরিক সম্পর্ক
(Normal and Binomial Distribution : Definition and its relation)

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- স্বাভাবিক বিন্যাসের সংজ্ঞা
- বর্নোলী বিন্যাসের সংজ্ঞা
- স্বাভাবিক ও বর্নোলী বিন্যাসের সম্পর্ক

পরিসংখ্যান বিষয়ে স্বাভাবিক বিন্যাস খুবই গুরুত্বপূর্ণ একটি বিন্যাস। এ বিন্যাসটির বৈশিষ্ট্য হল সিমেট্রিক। অন্যদিকে জে বর্নোলী (১৭০০ সালে) দ্বিপদী বিন্যাস সম্পর্কে ধারণা দেন। তাঁর নাম অনুসারে এ বিন্যাসটির বর্নোলী বিন্যাস বলা হয়। কোনো একটি ঘটনার সফলতা বিফলতার সম্ভাবনার ওপর ভিত্তি করে এ বিন্যাসের উৎপত্তি।

স্বাভাবিক বিন্যাস (Normal Distribution) :

স্বাভাবিক বিন্যাস একটি অবিচ্ছিন্ন চলকের বিন্যাস। ডি ময়ভার ১৭৩৩ সালে স্বাভাবিক বা পরিমিতি বিন্যাসটি উদ্ভাবন করেন।

ডি ময়ভার ১৭৩৩ সালে স্বাভাবিক বা পরিমিতি বিন্যাসটি উদ্ভাবন করেন। স্বাভাবিক বিন্যাস একটি অবিচ্ছিন্ন চলকের বিন্যাস। X অবিচ্ছিন্ন চলককে স্বাভাবিক বিন্যাস বলা হবে যখন X এর সম্ভাবনা ঘনত্ব অনপেক্ষ হবে-

$$f(x;\mu\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\lambda}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\ ;\ -\alpha\leq x\leq+\alpha \text{ এবং } \sigma^2>0$$

যেখানে μ= গড়, σ^2= ভেদাঙ্ক, e=২.৭১৮২৮ π=৩.১৪১৫৭। স্বাভাবিক বিন্যাসকে $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ ভাবে প্রকাশ করা হয়।

দ্বিপদী বিন্যাস (Binomial Distribution)

দ্বিপদী বিন্যাস হলো এমন একটি প্রচেষ্টা পদ্ধতি যেখানে একটি পরীক্ষণ বারবার অনুষ্ঠিত হবে এবং প্রতিটি প্রচেষ্টায় পরীক্ষণে মাত্র দুটি ঘটনা (সফলতা ও বিফলতা) বিদ্যমান থাকবে।

দ্বিপদী বিন্যাস হলো এমন একটি প্রচেষ্টা পদ্ধতি যেখানে একটি পরীক্ষণ বারবার অনুষ্ঠিত হবে এবং প্রতিটি প্রচেষ্টায় পরীক্ষণে মাত্র দুটি ঘটনা (সফলতা ও বিফলতা) বিদ্যমান থাকবে। অর্থাৎ বারবার প্রচেষ্টাসমূহকে বর্নোলী প্রচেষ্টা বলে। ধরা যাক, একটি পরীক্ষা সম্পূর্ণ নিরপেক্ষভাবে n সংখ্যক বার পরিচালনা করা হলো। এখানে সফলতার সম্ভাব্য সংখ্যা হবে ০, ১, ২, ৩ ..... n। এ সংখ্যাগুলোকে দ্বিপদী চলক বলে। এখন এ চলকগুলোকে X এবং বিভিন্ন মানের সম্ভাবনা যদি বের করা হয় তাহলে X এর যে বিন্যাস পাওয়া যাবে তাকে দ্বিপদী বিন্যাস বলে। যদি P সফলতার সম্ভাবনা এবং q বিফলতার সম্ভাবনা হয় তবে দ্বিপদী বিন্যাসের সম্ভাবনা অপেক্ষক হলো $P(X=x)=N_{Cx}\,P^x q^{n-x}$; X=০, ১, ২ .....n এবং $0<P<1$.

দ্বিপদী বিন্যাসের স্বত:সিদ্ধ :

দ্বিপদী বিন্যাস কতগুলো স্বত:সিদ্ধের ওপর ভিত্তি করে সংগঠিত হয়-

ক) পরীক্ষণটি নিরপেক্ষভাবে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যক বার অর্থাৎ n সংখ্যক বার অনুষ্ঠিত হবে।
খ) প্রতিটি প্রচেষ্টায় দুটি ঘটনার সফলতা ও বিফলতা থাকতে হবে।
গ) সফলতা ও বিফলতার সম্ভাবনার সমষ্টি সর্বদা '১' হবে।

দ্বিপদী বিন্যাস ও স্বাভাবিক বিন্যাসের সম্পর্ক :

দ্বিপদী বিন্যাসের সফলতার সম্ভাবনা p অথবা বিফলতার সম্ভাবনা q যদি খুব ছোট না হয় এবং n যদি খুব বড় হয় অর্থাৎ $n\rightarrow\alpha$ হয় তখন দ্বিপদী বিন্যাস স্বাভাবিক বিন্যাসে পরিণত হয় অর্থাৎ

$$\underset{n \rightarrow \alpha}{\text{Limit}}\, f(X;\, n\, p)=f(Z)dz=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\text{ ; } -\alpha\leq z\leq+\alpha$$ এখানে np=০ এবং npq=১

সারমর্ম ঃ দ্বিপদী বিন্যাসের পরীক্ষণে সর্বদা দুটি ঘটনার সফলতা ও বিফলতা বর্তমান থাকবে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১০.২

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। দ্বিপদী বিন্যাস উদ্ভাবন করেন

ক. R. A Fisher খ. Winner
গ. জে বর্নৌলী ঘ. Dars and Giri

২। দ্বিপদী বিন্যাসের একটি ঘটনার সংখ্যা

ক. ৫টি খ. ৩টি
গ. ২টি ঘ. ৪টি

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন :

৩। দ্বিপদী বিন্যাস একটি সম্ভাবনা বিন্যাস।

৪। স্বাভাবিক বিন্যাস একটি অবিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা বিন্যাস।

শূন্যস্থান পূরণ করুন :

৫। প্রতিটি প্রচেষ্টায় দুটি ঘটনা -- ও -- থাকবে।

৬। ঘটনার সফলতা ও বিফলতার সম্ভাবনার যোগফল --।

পাঠ-১০.৩

নমুনা গড় ও ভেদাঙ্ক : দ্বিপদী ও স্বাভাবিক

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- দ্বিপদী বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক
- স্বাভাবিক বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক

দ্বিপদী বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক (Mean and Variance of Binomial Distribution):

পূর্ব পাঠে আমরা জেনেছি দ্বিপদী বিন্যাসের সম্ভাবনা অনপেক্ষ-

$P(X=x)= n_{C_X}\, p^x q^{n-x}$; x=০, ১, ২, ...n এবং p+q=১

আমরা জানি

$$\text{গড় } \mu=E(x)= \sum_{i=0}^{n} x\, p(X=x)$$

$$=\sum_{i=0}^{n} X\, n_{C_X}\, p^x q^{n-x}$$

$$=\sum_{i=0}^{n} \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

$$=\sum_{i=0}^{n} \frac{n(n-১)!}{x(x-১)!(n-x)!} p.p^{x-১} q^{n-x}$$

$$=np\sum_{i=0}^{n} X \frac{(n-১)!}{x(n-১)!(n-x)!} p^{x-১} q^{n-x}$$

$$=np\times ১$$

$$\because \sum_{i=0}^{n} \frac{(n-১)!}{(x-১)!(n-x)!} p^{x-১} q^{n-x} = ১=(p+q)^{n-১}$$

$$\therefore \text{গড় } \mu=np$$

আমরা জানি ভেদাঙ্ক,

$$V(x)=E(x^২)-\{E(x)\}^২$$

$$\text{এখানে, } E(x^২)= \sum_{i=0}^{n} x^২\, n_{C_X}\, P^x q^{n-x}$$

$$=\sum_{i=0}^{n} \{x(x-১)+x\}\, n_{C_X}\, P^x q^{n-x}$$

$$= \sum_{i=0}^{n} (x-১)\, n_{C_X}\, P^x q^{n-x+২} + \sum_{i=0}^{n} (x)\, n_{C_X}\, P^x q^{n-x}$$

$$=n(n-১)p^২ \sum_{i=0}^{n} {}^{n-২}c_{x-২}\, P^{n-২} q^{n-x+২} + np\sum_{i=0}^{n} {}^{n-১}c_{x-১}\, P^{n-১} q^{n-x}$$

$$=n(n-১)p^২(p+q)^{n-২}+np(p+q)^{n-১}$$

$= x(n-১)p^২+np \quad \because\ p+q=১$

$(x^২)=n(n-১)p^২+np$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $V(x)=n(n-১)p^২+np-(np)^২$

$=n^২p^২-np^২+np+n^২p^২$

$= np-np^২$

$= np(১-p)$

$=npq$

$\because p+q=১$

$= q=১-p$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক $= npq$

স্বাভাবিক বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক :

আমরা জানি, স্বাভাবিক বিন্যাসের সম্ভাবনা অনপেক্ষ, $f(x;\mu,\alpha)=\frac{1}{\alpha\sqrt{2\pi}}e^{-\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)^2}$; $-\alpha\leq x\leq+\alpha$

এখন গড়, $\mu=\int_{-\alpha}^{+\alpha} x\, f(x;\mu,\sigma^২)dx$

$=\int_{-\alpha}^{+\alpha}(\mu+z\sigma)\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz \qquad Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$

$=\mu\int_{-\alpha}^{+\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz+\int_{-\alpha}^{+\alpha}z\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

$=\mu+\sigma\int_{-\alpha}^{+\alpha}z\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz \qquad \Rightarrow x=\mu+\sigma z$

$=\mu+\sigma\times 0 \qquad \Rightarrow dx=\sigma dz$

$=\mu \qquad \int_{-\alpha}^{+\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz=১$

$\because \int_{-\alpha}^{+\alpha} z\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz=০$

$\therefore$ গড় $=\mu$

ভেদাঙ্ক $= E(x^২)-\{E(x)\}^২$ এখন

$E(x^২)= x^২\int_{-\alpha}^{+\alpha}f(x;\mu,\sigma^২)dz$

$=\int_{-\alpha}^{+\alpha}(\mu+\sigma z)^২\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\sigma dz\ ; \quad z=\frac{x-\mu}{\sigma}$

$=\mu^২+\sigma^২\int_{-\alpha}^{+\alpha}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz \qquad \Rightarrow x=\mu+\sigma z$

$=\mu^২+\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\alpha}^{\alpha}z^২e^{-z^২/2dz}$

$=\mu^২+\sigma^২ \qquad \Rightarrow dx=\sigma dz$

$\therefore E(X^২)=\mu^২+\sigma^২ \qquad \int_{-\alpha}^{+\alpha}\frac{১}{\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz=?$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক $V(x)= \mu^২+\sigma^২-(\mu)^২$ [$\because$ $E(x)= =\mu$]

$= \mu^২ +\sigma^২- \mu^২$

$= \sigma^২$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক $=\sigma^২$

সারমর্ম ঃ দ্বিপদী বিন্যাসের গড় $=np$ ও ভেদাঙ্ক$= npq$ এবং স্বাভাবিক বিন্যাসের গড় $= \mu$ এবং ভেদাঙ্ক $=\sigma^২$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১০.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। দ্বিপদী বিন্যাসের গড়

ক. ১ খ. np

গ. $\frac{১}{np}$ ঘ. npq

২। স্বাভাবিক বিন্যাসের ভেদাঙ্ক

ক. np খ. npq

গ. $\sigma^২$ ঘ. μ

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন :

৩। দ্বিপদী বিন্যাসের ভেদাঙ্ক npq

৪। স্বাভাবিক বিন্যাসের ভেদাঙ্ক$= \mu$

শূন্যস্থান পূরণ করুন :

৫। $f(x;\mu,\alpha)$ = ----------

৬। দ্বিপদী বিন্যাস $p(X=x)$ = ------------

পাঠ-১০.৪

পৈসুর সম্ভাবনা বিন্যাস
(Possion Distribution)

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- পৈসু বিন্যাসের সংজ্ঞা
- পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক
- পৈসু বিন্যাসের ধর্ম

কোনো কোনো সম্ভাবনা বিন্যাসের ক্ষেত্রে যখন কোনো নমুনার আকার জানা থাকে না এবং এ নমুনার আকার যদি অসীম হয় এবং সাফল্যের সম্ভাবনা খুবই কম, এসব ক্ষেত্রে পৈসুর বিন্যাস ব্যবহার করা হয়। কারণ এখানে বিফলতার সংখ্যা জানার প্রয়োজন হয় না।

দ্বিপদী বিন্যাসের চেষ্টার সংখ্যা খুব বেশি এবং প্রতিবার চেষ্টায় সফলতার সম্ভাবনা খুব কম হলে অর্থাৎ $n\to\alpha$ এবং $p\to 0$ তখন দ্বিপদী বিন্যাস পৈসু বিন্যাসে পরিণত হয়। চেষ্টার সংখ্যা $n\to\alpha$ এবং প্রতিবার চেষ্টার সফলতার সম্ভাবনা $p\to 0$ হয় তাহলে পৈসু বিন্যাস

দ্বিপদী বিন্যাসের চেষ্টার সংখ্যা খুব বেশি এবং প্রতিবার চেষ্টায় সফলতার সম্ভাবনা খুব কম হলে অর্থাৎ $n\to\alpha$ এবং $p\to 0$ তখন দ্বিপদী বিন্যাস পৈসু বিন্যাসের পরিণত হয়।

$$P(X=x)=\frac{e^{-m}m^x}{x!} \qquad X=০, ১, ২,..... \alpha$$

এখানে m=np; m কে পৈসু বিন্যাসের পরামান বলে এবং e=২.৭১৮২৮

পৈসু বিন্যাসের গড় :

আমরা জানি

গড়= $E(X)=\sum_{i=0}^{\alpha} x\frac{e^{-m}m^x}{x!}$ এখানে

পৈসু সম্ভাবনা অনপেক্ষ $P(X=x)=\frac{e^{-m}m^x}{x!}$ $x=0, 1, 2$

$\therefore$ গড় $E(X)=0.\frac{e^{-m}m^0}{0!}+1.\frac{e^{-m}m^1}{1!}+2.\frac{e^{-m}m^2}{2!}.............$

$=0+e^{-m}+m\frac{e^{-m}}{1!}+m^2e^{-m}+......$

$=e^{-m}m[1+\frac{m}{1!}+.....]$

$=me^{-m}[e^m] \qquad \because e^m=1+\frac{m}{1!}+....$

$=m$

অর্থাৎ গড় $(\bar{x})=m$

পৈসু বিন্যাসের ভেদাঙ্ক :

ভেদাঙ্ক, $V(x)=E(x^2)-\{E(x)\}^2$

এখানে, $E(x^2)=\sum_{x=0}^{\alpha} x^2 P(X=x)$

$=\sum_{x=0}^{\alpha} \{x(x-1)+x\} P(X=x)$

$=\sum_{x=0}^{\alpha} x(x-1) P(X=x)+\sum_{x=0}^{\alpha} x P(X=x)$

$=0.(0-1) P(X=x)+1.(1-1) P(X=x)+....2(2-1)P(X=x)+3(3-1)P(X=x)+.... m$

$=2. \frac{e^{-m} m^{-2}}{2!}+6\frac{e^{-m} m^{-3}}{3!}+....+m$

$m^2e^{-m} [1+\frac{m}{1!}+....]+m$

$=m^2+m$ $\qquad 1+\frac{m}{1!}+.....=e^m$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক, $V(x)=E(x^2)-\{E(x)\}^2$

$= m^2+m-(m)^2$

$=\cancel{m}^2+m-\cancel{m}^2$

$=m$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক $V(x)=m$

পৈসু বিন্যাসের ধর্ম :

১। পৈসু একটি বিচ্ছিন্ন চলকের সম্ভাবনা বিন্যাস।

২। পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক সমান।

৩। দুটি স্বাধীন পৈসু চলকের যোগফল একটি পৈসু চলক।

৪। পৈসু চলকের পরামান একটি।

সারমর্ম ঃ পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক সমান।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন : ১০.৪

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। পৈসু বিন্যাসের পরামান হলো

ক. np　　খ. X

গ. m　　ঘ. e

২। পৈসু বিন্যাসের সম্ভাবনার সমষ্টি

ক. ১০০　　খ. ১

গ. $\frac{১}{১০০}$　　ঘ. .১০০

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন :

৩। পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্কের মান অসমান।

৪। পৈসু বিন্যাস একটি সম্ভাবনা বিন্যাস।

শূন্যস্থান পূরণ করুন :

৫। পৈসু বিন্যাসের গড় ------------।

৬। $\sum_{x=0}^{\alpha} \frac{e^{-m} m^{x}}{x!}$ -----------|

চূড়ান্ত মূল্যায়ন - ইউনিট ১০

সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নাবলী

১। সম্ভাবনা বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। কয়েকটি বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা বিন্যাসের নাম লিখুন।

২। বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন সম্ভাবনা বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। সম্ভাবনা বিন্যাসের ব্যবহার সম্পর্কে লিখুন।

৩। দ্বিপদী ও স্বাভাবিক বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। দ্বিপদী ও স্বাভাবিক বিন্যাসের সম্পর্কটি লিখুন।

৪। দ্বিপদী বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন।

৫। কখন একটি দ্বিপদী বিন্যাস স্বাভাবিক বিন্যাসে পরিণত হয়, লিখুন। স্বাভাবিক বিন্যাসের গড় নির্ণয় করুন।

৬। স্বাভাবিক বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। স্বাভাবিক বিন্যাসের ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন।

৭। পৈসু বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন।

৮। দ্বিপদী বিন্যাস কখন পৈসু বিন্যাসে পরিণত হয়, লিখুন। পৈসু বিন্যাসের ধর্মগুলো লিখুন।

উত্তরমালা - ইউনিট ১০

পাঠ ১০.১

১। গ　　২। সত্য　　৩। পরীক্ষা　　৪। সম্ভাবনা বিন্যাসের

পাঠ ১০.২

১। গ　　২। গ　　৩। সত্য　　৪। সত্য

৫। সফলতা , বিফলতা　　৬। ১

পাঠ ১০.৩

১। খ　　২। গ　　৩। সত্য　　৪। মিথ্যা

৫। $f(x;\mu,\alpha)=\frac{1}{\sqrt[\alpha]{2\pi}}e^{-\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)^2}$; $-\alpha \leq x \leq +\alpha$

৬। $n_{C_X}\ p^x\ q^{n-x}$; x=০, ১, ২, ...n

পাঠ ১০.৪

১। গ　　২। খ　　৩। মিথ্যা　　৪। সত্য　　৫। m　　৬। m