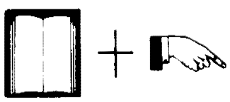
ইউনিট ৭ ভেদাংক বিশ্লেষণ ও পরীক্ষণের ডিজাইন (Analysis of Variance & Design of Experiments)

যে কোন পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণে ভেদাংক বিশ্লেষণ একটি শক্তিশালী পদ্ধতি। আর, এ, ফিশার সর্ব প্রথম ভেদাংক বিশ্লেষণের পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। কৃষি, জীববিজ্ঞান, সামাজিক বিজ্ঞান ইত্যাদি ক্ষেত্রে গবেষণার জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ পদ্ধতি ও পরিক্ষণের ডিজাইন প্রয়োগ করতে হয়। ভেদাংক বিশ্লেষণ এবং পরীক্ষণের ডিজাইন অঙ্গাঙ্গীভাবে জড়িত। ডিজাইন পরিসংখ্যানিক না হলে যেমন ভেদাংক বিশ্লেষণ অসুবিধাজনক তেমনি ভেদাংক বিশ্লেষণ ছাড়া পরীক্ষণে ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত বিশ্লেষণ সম্ভব নয়। আর, এ, ফিশার উদ্ভাবিত এ পদ্ধতিগুলো যদিও প্রথমে কৃষি গবেষণায় ব্যবহৃত হত, বর্তমানে এদের ব্যবহার ব্যাপকভাবে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিস্তার লাভ করছে। এ ইউনিটে বিভিন্ন পাঠে ভেদাংক বিশ্লেষণ, পরীক্ষণের ডিজাইন, সম্পর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন, দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন, লাতিন বর্গ ডিজাইন ইত্যাদি বিষয়ে বিস্তারিতভাবে আলোচনা করা হয়েছে।

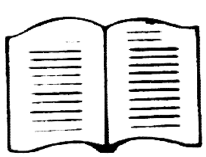
পাঠ ৭.১ ভেদাংক বিশ্লেষণ (Analysis of variance)



এ পাঠ শেষে আপনি -

- ভেদাংক বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ভেদাংক বিশ্লেষণের অনুমানসমূহ বলতে পারবেন।
- ভেদাংক বিশ্লেষণের রৈখিক মডেল সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- ভেদাংক বিশ্লেষণ পদ্ধতি সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- ভেদাংক বিশ্লেষণ সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

ভেদাংক বিশ্লেষণ (Analysis of Variance)



তথ্যসমূহের মোট ভেদাংককে শ্রেণিবিন্যাস অনুসারে কয়েকটি ভাগে ভাগ করাকে ভেদাংক বিশ্লেষণ বলে। আর, এ, ফিশার এর মতে "ভেদাংক বিশ্লেষণ হলো একগুচ্ছ কারণের জন্য সৃষ্টিকৃত ভেদাংক থেকে বিভিন্ন চিহ্নিতকরণের জন্য সৃষ্টিকৃত ভেদাংক পৃথকীকরণ"।

উদাহরণস্বরূপ তিন জাতের ধান উৎপাদনে কোন ধানে কী পরিমাণ সার প্রয়োগ করলে ভালো ফলন হবে পরীক্ষা করার নিমিত্তে পরীক্ষাকার্য পরিচালনার সময় দেখা যাবে প্রতি খন্ড জমিতে একই ধরনের পরীক্ষণে বিভিন্ন ধরনের উৎপাদন পরিলক্ষিত হয়। ফলে ধরে নেয়া হয় যে ধানের উৎপাদনের ভেদাংক আছে সারের বিভিন্নতার কারণে, ধানের জাতের বিভিন্নতার কারণে এবং কিছু অনিয়ন্তিত ক্রটির কারণে। অর্থাৎ

ধানের উৎপাদনের মোট ভেদাংক = সারের বিভিন্নতার কারণে ভেদাংক + জাতের বিভিন্নতার কারণে ভেদাংক + ক্রটির কারণে ভেদাংক।

মোট ভেদাংককে বিভিন্ন কারণের আলোকে কয়েকটি ভাগে ভাগ করে বিশ্লেষণ করাকে ভেদাংক বিশ্লেষণ বলে।

অতএব মোট ভেদাংককে বিভিন্ন কারণের আলোকে কয়েকটি ভাগে ভাগ করে বিশ্লেষণ করাকে ভেদাংক বিশ্লেষণ বলে।

ভেদাংক বিশ্লেষণের পদ্ধতি

মনেকরি একটি পরিমিত বিন্যাস ঘ(μ,σ^2) থেকে x_i, একটি দৈব নমুনা। অর্থাৎ আমাদের হাতে n সংখ্যক উপাত্তমান আছে এবং এগুলো গুণগত নিদানে m গ্রুপে বিভক্ত। যেমন x যদি ফসলের উৎপাদন হয় তবে m গ্রুপ/জাতের ফসলের উৎপাদন বুঝাবে। মনেকরি, প্রত্যেক গ্রুপে অবলোকনের সংখ্যা P। সুতরাং $mp = n$। উপাত্তগুলোকে X_{ij} $(i = 1, 2 .... m, j = 1, 2, ... P)$ দ্বারা চিহ্নিত করা যায়। X_{ij} হলো i তম গ্রুপের j তম মান এবং এদেরকে নিম্নলিখিতভাবে সাজিয়ে

লেখা যায়। গ্রুপ বা জাতের ফসল উৎপাদনের মধ্যে পার্থক্য আছে কি না দেখতে হবে। এদেরকে চর্যা (treatment) বলা হয়।

	গ্রুপ ১	গ্রুপ ২		গ্রুপ m	
1	X_{11}	X_{21}	…	X_{m1}	
2	X_{12}	X_{22}	…	X_{m2}	
.	.	.		.	
.	.	.		.	
.	.	.		.	
.	.	.		.	
P	X_{1P}	X_{2P}	…	X_{mP}	
মোট	$X_{1.}$	$X_{2.}$	…	$X_{m.}$	
গড়	$\overline{X}_{1.}$	$\overline{X}_{2.}$	…	$\overline{X}_{m.}$	$\overline{X}_{..}$

উপরিউক্ত উপাত্তসমূহের মোট বর্গ সমষ্টি হলো -

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{P}(X_{ij}-\overline{X})^2$$; এখানে $\overline{X}$ উপাত্তগুলোর গড়।

এখন গ্রুপগুলো বা চর্যাগুলো একই জাতের হলে এবং যে এককগুলোতে চর্যাগুলো প্রয়োগ করা হয়েছে তা একই ধরনের হলে অর্থাৎ কোন ফসলের বীজগুলোর মধ্যে যদি পার্থক্য না থাকে এবং জমির খন্ডের উর্বরতা ইত্যাদি যদি একই ধরনের হয় তবে সেক্ষেত্রে মোট বর্গ সমষ্টি (Total S.S.) শূন্য হওয়া উচিত। কিন্তু বাস্তবে দেখা যায় চর্যাগুলো সাধারণত বিভিন্ন জাতের হয় এবং সে কারণে চর্যাগুলোর গড় পরিমাণের মধ্যে মধ্যে ভেদাংক পাওয়া যাবে অর্থাৎ $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$ .... $\overline{X}_m$ এর মধ্যে ভেদাংক আছে। আবার পরীক্ষা কাজে কিছু অনিয়ন্ত্রিত ত্রুটির কারণেও ভেদাংক হতে পারে। সুতরাং এখানে মোট ভেদাংকের দুটি উৎস থাকতে পারে।

> পরীক্ষা কাজে কিছু অনিয়ন্ত্রিত ত্রুটির কারণেও ভেদাংক হতে পারে। সুতরাং এখানে মোট ভেদাংকের দুটি উৎস থাকতে পারে।

- চর্যার বিভিন্নতা
- অনিয়ন্ত্রিত ত্রুটি

অতএব মোট বর্গ সমষ্টিকে উৎস অনুসারে বিভাজন করে পাই

$$S\ S\ (\text{Total}) = \sum_{i}^{m}\sum_{j}^{P}(X_{ij}-\overline{X})^2$$

$$= \sum_i\sum_j\left\{(X_{ij}-\overline{X}_{i.})+(\overline{X}_{i.}-\overline{X}_{..})\right\}^2$$

$$= \sum\sum(X_{ij}-\overline{X}_{i.})^2 + P\sum_i(\overline{X}_{i.}-\overline{X}_{..})^2 + 2\sum\sum(X_{ij}-\overline{X}_{i.})+(\overline{X}_{i.}-\overline{X}_{..})$$

$$= \sum_i\sum_j(X_{ij}-\overline{X}_{i.})^2 + P\sum_i(\overline{X}_{i}-\overline{X}_{..})^2 + 0$$

$\therefore$ মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যার বর্গ সমষ্টি + ত্রুটির বর্গ সমষ্টি

এখানে প্রত্যেকটি বর্গ সমষ্টিকে প্রত্যেকটির স্বাধীনতা মান (df) দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেকটির ভেদাংক পাওয়া যাবে। এভাবে মোট ভেদাংককে ভেদাংকের উৎস অনুসারে চর্যার ভেদাংকে এবং ত্রুটির ভেদাংকে ভাগ করার পদ্ধতিকে ভেদাংক বিশ্লেষণ বলে। ভেদাংক বিশ্লেষণ এক শ্রেণিকৃত, দ্বিশ্রেণিকৃত, ত্রিশ্রেণিকৃত হতে পারে। কৃষি, জীববিজ্ঞান, সমাজবিজ্ঞান ইত্যাদি ক্ষেত্রে গবেষণার জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণের ব্যাপক ব্যবহার হয়। নিম্নে এই কিছু আলোচনা করা হলো।

ভেদাংক বিশ্লেষণের ব্যবহার

- কৃষিক্ষেত্রে নতুন কোন কৃষিপণ্য আবিষ্কৃত হলে বা নতুন চাষাবাদ আবিষ্কৃত হলে বা নতুন সার আবিষ্কৃত হলে এগুলোর কার্যকারিতা যাচাই এর জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ খুবই প্রয়োজন। অর্থাৎ কোন কিছুর তুলনামূলক পার্থক্য বা কোনটার প্রভাব বেশি নির্ণয়ের জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ দরকার হয়।
- পশু গবেষণার ক্ষেত্রে কোন কোন খাদ্য প্রয়োগ করলে পশুর আকার বড় হবে বা এদের দুধের পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে তুলনামূলক আলোচনার জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ করতে হয়।
- কোন ল্যাবরেটরী পরীক্ষায় যেমন কোন ঔষধ কোম্পানীতে একই রোগের জন্য কয়েক প্রকার ঔষধ থাকলে কোনটির কার্যকারিতা কেমন তা যাচাই করার জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ প্রয়োজন।
- পরিসংখ্যানিক গবেষণার যে কোন কিছু যাচাই কিংবা তুলনামূলক পার্থক্য নির্ণয়ে ভেদাংক বিশ্লেষণ প্রয়োজন হয়।

কোন ল্যাবরেটরী পরীক্ষায় যেএ কোন ঔষধ কোম্পানীতে একই রোগের জন্য কয়েক প্রকার ঔষধ থাকলে কোনটির কার্যকারিতা কেমন তা যাচাই করার ভেদাংক বিশ্লেষণ প্রয়োজন।

উদাহরণ

(১) আউশ, আমন ও ইরি তিনটি জাতের ধানের মধ্যে কোন্ ধানটি বেশি উৎপাদনক্ষম যাচাইয়ের জন্য একটি পরীক্ষা পরিচালনা করা হয়েছে। পরীক্ষার কাজ সম্পূর্ণ দৈব চয়ন ভিত্তিতে নেয়া হয়েছে। নিচে সংগৃহীত উপাত্ত সারণি দেয়া হলো। ভেদাংক বিশ্লেষণ করুন।

	আউশ	আমন	ইরি
ধানের উৎপাদন	১২	১০	১৫
	১৩	৯	১৪
	১১	১২	১৪
মোট	৩৬	৩১	৪৩

এখানে নমুনার মোট মানের সংখ্যা ৯ এবং সকল মানের সমষ্টি ১১০

সর্বমোট বর্গ সমষ্টি $= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(X_{ij} - \overline{X}..)^{2}$

$= \sum\sum X_{ij}^{2} - \frac{(\sum\sum x_{ij})^{2}}{9}$

$=$ ১২^{২} + ১৩^{২} + ... + ১৪^{২} + ১৪^{২} $- \frac{(110)^{2}}{9}$

= ১৩৭৬.০০ - ১৩৪৪.৪৪

= ৩১.৫৬

ধানের বিভিন্নতার কারণে বর্গ সমষ্টি $= \sum(\bar{X}_i. - \bar{X}..)^2$

$$= \frac{\sum X_i.^2}{3} - \frac{(\sum\sum X_{ij})^2}{\text{[illegible]}}$$

$$= \frac{1}{3}(\text{[illegible]})\ \text{[illegible]}$$

$= ২৪.২২$

$\therefore$ অনিয়ন্ত্রিত ত্রুটির কারণে বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - ধানের বিভিন্নতার কারণে বর্গ সমষ্টি

= ৩১.৫৬ - ২৪.২২

= ৭.৩৪

সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য (Critical difference)

সবচেয়ে কম ব্যবধান যুক্ত চর্যার প্রভাবকে সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য বলা হয়।

যদি দুই বা ততোধিক চার্যার প্রভাবের ব্যবধান তাৎপর্যপ র্ণ ফল নিরিক্ষণের দ্বারা প্রকাশ পায় অর্থাৎ যদি নাস্তিক কল্পনা (null hypothesis) বাতিল হয় তবে কোন দুটি চর্যার প্রভাবের জন্য নাস্তিক কল্পনা বাতিল হয় তা নির্ণয় করা প্রয়োজন। এজন্য দু'টি করে চর্যার প্রভাব t - test এর সাহায্য নিয়ে বের করা হয়। সবচেয়ে কম ব্যবধান যুক্ত চর্যার প্রভাবকে সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য (C.D) বলা হয়।

সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য (C.D) নির্ণয় পদ্ধতিঃ

সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য (C.D) = দু'টি চর্যার মধ্যকার S. $\times\, t_{\alpha\%}$ ভুলের যথার্থতার মাত্রা।

; $\alpha\%$ যথার্থতা মাত্রা

এখানে-

দুটি চর্যার মধ্যকার ঋ $= \sqrt{Var[\bar{x}_i. - \bar{x}.j]}$

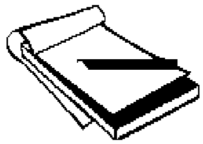
$$= \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{n_i} + \frac{\sigma e^2}{n_j}}$$

$$= \sqrt{\sigma_e^2\left[\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right]}$$

$$= \sigma_e^2\sqrt{\frac{2}{m}}$$

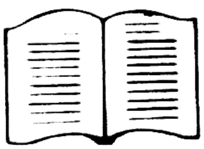
যখন $n_i = n_j = m$ এবং n_i = প্রথম চর্যার সংখ্যা, n_j = দ্বিতীয় চর্যার সংখ্যা

$\therefore$ সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য, $CD = \sigma_e^2\sqrt{\frac{2}{m}} \times t_{\alpha\%}$ ভুলের যথার্থতা মাত্রা



অনুশীলন (Activity) : ৫টি বিভিন্ন বাজারে প্রতি কেজি গরুর মাংসের দাম নিম্নে দেয়া হলো। ৩০ টি দোকান দৈবায়িত পদ্ধতি নেয়া হয়েছে। ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ করুন।

বাজার	A	B	C	D	E
	৪০	৩২	৪২	৪৫	৩৯
	৩৯	৩৩	৪১	৪৪	৩৮
	৪১	৩৫	৪২	৪২	৩৮
	৩৭	৩৩	৪০	৪৫	৪০
	৪২	৩১	৪১	৪১	৩৭
			৪০		৩৬
			৩৯		
			৪১		
			৪২		



সারমর্ম ঃ ভেদাংক বিশ্লেষণ হলো একগুচ্ছ কারণের জন্য সৃষ্টিকৃত ভেদাংক থেকে বিভিন্ন চিহ্নিত কারণের জন্য সৃষ্টিকৃত ভেদাংক পৃথকীকরণ। ভেদাংক বিশ্লেষণ এক শ্রেণিকৃত, দ্বিশ্রেণিকৃত, ত্রিশ্রেণিকৃত হতে পারে। কৃষি, জীববিজ্ঞান, সমাজবিজ্ঞান ইত্যাদি ক্ষেত্রে গবেষণার জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণের ব্যাপক ব্যবহার হয়। কৃষিক্ষেত্রে নতুন কোন কৃষিপণ্য আবিষ্কৃত হলে বা নতুন চাষাবাদ আবিষ্কৃত হলে বা নতুন সার আবিষ্কৃত হলে এগুলোর কার্যকারিতা যাচাই এর জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ খুবই প্রয়োজন। অর্থাৎ কোন কিছুর তুলনামূলক পার্থক্য বা কোনটির প্রভাব বেশি নির্ণয়ের জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ দরকার হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.১

সটিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। কে সর্বপ্রথম ভেদাংক বিশ্লেষণ সম্পর্কে আলোকপাত করেন?

ক) Yule

খ) Winner

গ) R. Fisher

ঘ) Cowden

২। বিভিন্ন কারণে সৃষ্টিকৃত ভেদাংকের পৃথকীকরণকে কী বলা হয়?

ক) বিভেদাংক

খ) ভেদাংক বিশ্লেষণ

গ) গড় বিভেদাংক

ঘ) সংশ্লেষাংক

৩। কোন পার্থক্য বা ভিন্নতা না থাকলে মোট বর্গ সমষ্টির মান কোন্‌টি হবে?

ক) অসীম

খ) শূন্য

গ) অলীক

ঘ) ধনাত্মক

৪। মোট বর্গ সমষ্টি বলতে নিম্নের কোন্‌ সমীকরণটিকে বুঝায়?

ক) মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যার বর্গ সমষ্টি + ত্রুটির বর্গ সমষ্টি

খ) মোট বর্গ সমষ্টি > চর্যার বর্গ সমষ্টি + ত্রুটির বর্গ সমষ্টি

গ) মোট বর্গ সমষ্টি < চর্যার বর্গ সমষ্টি + ত্রুটির বর্গ সমষ্টি

ঘ) মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যার বর্গ সমষ্টি

পাঠ ৭.২ পরীক্ষণের ডিজাইন (Experimental Design)

এ পাঠ শেষে আপনি -

- পরীক্ষণের একক, চর্যা, পরীক্ষণের ক্রটি এবং উৎপাদন সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরীক্ষণের মূলনীতিসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরীক্ষণের প্রাথমিক পরিকল্পনা সম্বন্ধে জানতে পারবেন।
- পরীক্ষণের তিনটি মৌলিক ডিজাইন যেমন- (১) সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন (২) দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন (৩) লাতিন বর্গ ডিজাইন সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

পরীক্ষণের ডিজাইন

গবেষণাকারী কোন প্রশ্নের উত্তরের জন্য যে পরীক্ষা পরিচালনা করেন তাই পরীক্ষণ। উদাহরণস্বরূপ কৃষিক্ষেত্রে নতুন কোন ফসলের বীজ আবিস্কৃত হলে বা নতুন চাষাবাদ পদ্ধতি আবিষ্কার হলে বা নতুন সার প্রয়োগ করতে হলে এগুলোর কার্যকারিতা যাচাই করা প্রয়োজন হয় এবং যাচাই ভিত্তিতে মন্তব্য করা হয়। যাচাই কাজের জন্য উপাত্ত সংগ্রহ এবং বিশ্লেষণ করতে হয়। উপাত্ত সংগ্রহ করার জন্য যে পরীক্ষা পদ্ধতি এবং ডিজাইন ব্যবহার করা হয় তাকেই পরীক্ষণের ডিজাইন বলা হয়। অল্প খরচে অধিক তথ্য পাওয়ার জন্যই পরীক্ষণের ডিজাইনের মাধ্যমে উপাত্ত সংগ্রহীত হয়। পরীক্ষণের ডিজাইনের সাথে জড়িত কিছু শব্দাবলী ব্যবহার করতে হয় এবং এগুলো সম্পর্কে জ্ঞান থাকা দরকার। উদাহরণসহ এগুলোর সংজ্ঞা নিম্নে দেয়া হলো।

চর্যা (Treatment)

কোন পরীক্ষণে যে বিষয়বস্তুর প্রভাব পরিমাপ করে তুলনা করা হয় তাকে চর্যা বলে।

কোন পরীক্ষণে যে বিষয়বস্তুর প্রভাব পরিমাপ করে তুলনা করা হয় তাকে চর্যা বলে। যেমন, কোন কৃষি পরীক্ষণে কয়েক প্রকার গমের জাতের ফলন সম্পর্কে মতামতের জন্য গমের জাতগুলোকে চর্যা হিসেবে বিবেচিত হবে। কোন সারের বিভিন্ন স্তর কিংবা একাধিক সারের প্রভাব পরিমাপ এবং তুলনা করতে হলে সারের বিভিন্ন স্তর কিংবা সারের ধরন চর্যারূপে বিবেচিত হবে। অনুরূপভাবে কোন রোগের ভিন্ন ভিন্ন ঔষধের প্রভাব জানতে হলে ঔষধগুলোকে চর্যা ধরে নিতে হবে।

পরীক্ষণের একক (Experimental Unit)

পরীক্ষা কাজ পরিচালনার জন্য চর্যাগুলোকে যে ক্ষেত্রের ওপর প্রয়োগ করতে হয় ঐ ক্ষেত্রগুলোকে পরীক্ষণের একক বলে। উদাহরণস্বরূপ গম চাষ পরীক্ষণে জমির খন্ড, ঔষধের গুণাগুণ পরীক্ষণের জন্য রোগী, গবাদি পশুর ওপর পরীক্ষণের জন্য পশু ইত্যাদি পরীক্ষণের একক।

ব্লক (Block)

কতগুলো পরীক্ষণের একক একই গুণসম্পন্ন হলে তাদেরকে একত্রে ব্লক বলে।

কতগুলো পরীক্ষণের একক একই গুণসম্পন্ন হলে তাদেরকে একত্রে ব্লক বলে। ব্লকের অন্তর্গত যে অংশে চর্যা প্রয়োগ করতে হয় তাকে প্লট বলে। যেমন কৃষি পরীক্ষণে একই উর্বরাশক্তি সম্পন্ন এ আকারের কয়েক খন্ড জমিকে ব্লক বলে এবং জমির খন্ডকে প্লট বলা যেতে পারে।

উৎপাদন (Yield)

পরীক্ষণ কার্য্য সম্পন্ন হওয়ার পর বিভিন্ন ব্লকের ভিন্ন ভিন্ন প্লটে বা পরীক্ষণের এককের ওপর চর্যার প্রভাবে যে ফলাফল বা প্রতিক্রিয়া হয় তাকে উৎপাদন বলে। যেমন, গম চাষের পরীক্ষণে ব্লকের প্রতি প্লটে গমের ফলনকে উৎপাদন বলে।

পরীক্ষণের ত্রুটি (Expeirmental Error)

চর্যা দ্বারা শুধুমাত্র পরীক্ষণের ফলাফল প্রভাবিত হয় না। বিভিন্ন অনিয়ন্ত্রিত উৎস দ্বারাও পরীক্ষণের ফলাফল প্রভাবিত হতে পারে। অনিয়ন্ত্রিত উৎসগুলোর কারণে যে ত্রুটির উদ্ভব হয় তাকেই পরীক্ষণের ত্রুটি বলে। শত চেষ্টা করেও এ ধরনের ত্রুটি সম্পূর্ণভাবে দূর করা যায় না তবে এদেরকে কিছুটা হলেও নিয়ন্ত্রিয়ণ করা যায়। উদাহরণস্বরূপ কোন কৃষি পরীক্ষণে একটি সমগুণসম্পন্ন কয়েকটি প্লট বিশিষ্ট একটি ব্লকে একই জাতের গম চাষ করলে দেখা যাবে উৎপাদনের পরিমাণ প্রতিটি প্লটে সমান হয়নি। কিছু অনিয়ন্ত্রিত উৎসের (যেমন- পোকামাকড় দ্বারা ক্ষতিগ্রস্থ, পানির তারতম্য ইত্যাদি) প্রভাবেই এরকম হয়েছে। পরীক্ষণের ত্রুটি যত কম হবে পরীক্ষণের ফলাফল তত যথাযথ হবে।

অনিয়ন্ত্রিত উৎসগুলোর কারণে যে ত্রুটির উদ্ভব হয় তাকেই পরীক্ষণের ত্রুটি বলে।

পরীক্ষণের ডিজাইনের মূলনীতি (Principles of Experimental Design)

পরীক্ষণের ডিজাইন তিনটি মূলনীতির ওপর ভিত্তি করে সম্পন্ন করা হয়। নীতিগুলো হলো-

- দৈবায়িতকরণ (Randomisation)
- পুনরায়ন (Replication)
- স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ (Local Control)

দৈবায়িতকরণ (Randomisation)

পরীক্ষণের যথার্থতা যাচাই করার জন্য অর্থাৎ পরীক্ষণ যাতে করে নিরপেক্ষ হয় সেজন্যই দৈবায়িতকরণ করতে হয়। ভিন্ন ভিন্ন চর্যা দৈব পদ্ধতিতে বিভিন্ন প্লট বা পরীক্ষণের এককের ওপর প্রয়োগ করাকে দৈবায়িতকরণ বলে। এক্ষেত্রে সংগৃহীত তথ্যাবলীয় নিরপেক্ষতা ও স্বাধীনতা বজায় থাকে এবং পরিসংখ্যানিক যথার্থতা যাচাই করা যায়।

ভিন্ন ভিন্ন চর্যা দৈব পদ্ধতিতে বিভিন্ন প্লট বা পরীক্ষণের এককের ওপর প্রয়োগ করাকে দৈবায়িতকরণ বলে।

পুনরায়ন (Replication)

পরীক্ষণে কোন চর্যাকে একের অধিকবার পরীক্ষণের এককে (প্লট) প্রয়োগ হওয়াকে পুনরায়ন বলে। কোন চর্যাকে যত এককে প্রয়োগ করা হবে ঐ চর্যার পুণরায়নের সংখ্যা তত। পুণরায়নের মাধ্যমে চর্যার সঠিক প্রভাব নিরূপণ করা যায়।

(৩) স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ (Local Control)

কোন পরীক্ষণের একটা উদ্দেশ্য থাকে যাতে করে ত্রুটি কম হয় অর্থাৎ কীভাবে ত্রুটি নিয়ন্ত্রণ করা যায়। স্থানীয় নিয়ন্ত্রনের মাধ্যমে পরীক্ষণের ত্রুটি নিয়ন্ত্রণ করে এর কার্যকারিতা এবং যর্থার্থতা বৃদ্ধি করে। এজন্যই স্থানীয় নিয়ন্ত্রণকে অনেক সময় ত্রুটি নিয়ন্ত্রণ বলে। ত্রুটির ভেদাংক যত কম হয় পরীক্ষণের ডিজাইন ততটা যথাযথ হয়। স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বলতে পরীক্ষণের এককগুলোকে সমগুণসম্পন্ন ও সমমাত্রিক দলে বা ব্লকে ভাগ করা বুঝায়। এক্ষেত্রে পরীক্ষণের অনিয়ন্ত্রিত কারণ দ্বারা পরীক্ষার ফলাফল খুব একটা প্রভাবিত হয় না কারণ ত্রুটির নিয়ন্ত্রণ করা সম্ভব হয়।

স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বলতে পরীক্ষণের এককগুলোকে সমগুণসম্পূন্ন ও সমমাত্রিক দলে বা ব্লকে ভাগ করা বুঝায়।

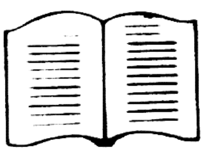
প্রাথমিক পরীক্ষা পরিকল্পনাসমূহ

পরীক্ষণের ডিজাইনের মাধ্যমে কোন কিছুর পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণ করতে গেলে প্রাথমিক কিছু পরিকল্পনা বা ধাপ অনুসরণ করা প্রয়োজন। পরিকল্পনাগুলো নিম্নে সংক্ষিপ্ত আকারে বর্ণিত হলো-

- পরীক্ষণের মূল উদ্দেশ্য জানা থাকতে হবে এবং উদ্দেশ্য সুনির্দিষ্ট হলে সমস্যার সমাধান সম্পর্কে ধারণা করা সহজ হয়

- পরীক্ষণের মাধ্যমে কোন কিছুর কার্যকারিতা যাচাই করার জন্য একটি সুনির্দিষ্ট ডিজাইন অনুমোদন করে উপাত্তসমূহ সংগ্রহ করতে হবে। একারণে পরীক্ষা পরিচালনার জন্য প্রাথমিকভাবে নিম্নলিখিত পরিকল্পনাগুলো বিবেচনা করতে হবে

- নাস্তি কল্পনা নির্ধারণ
- কী কী চর্যা যাচাইসহ তুলনা করতে হবে তা ঠিক করা
- পরীক্ষণের এককগুলো কী হবে তা ঠিক করা
- এককগুলোর মধ্যে সমগুণসম্পন্ন বা সমমাত্রিক অংশগুলোকে দলে বা ব্লকে ভাগ করা
- কতগুলো একক নিয়ে পরীক্ষা কাজ চালাতে হবে তা ঠিক করা
- কোন পদ্ধতিতে চর্যাগুলো বিভিন্ন এককে প্রয়োগ করতে হবে তা ঠিক করা। সাধারণত দৈবায়নের মাধ্যমে চর্যাগুলোকে বিভিন্ন এককে প্রয়োগ করতে হয়
- সময়মত এবং সঠিক পদ্ধতিতে উপাত্ত বা তথ্যসমূহ সংগ্রহ করতে হবে
- উপাত্তসমূহকে বিশ্লেষণের উপযুক্ত পরিসংখ্যানিক পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হবে
- উপাত্তসমূহকে বিশ্লেষণ করে সঠিক মন্তব্য করতে হবে।



সারমর্মঃ পরীক্ষণের একক, চর্যা, পরীক্ষণের টি পরীক্ষণের মূলনীতি, ব্লক, উৎপাদন ইত্যাদি পদাবলী শব্দগুলো পরীক্ষণের ডিজাইন বিশ্লেষণে ব্যবহৃত হয়। উপাত্ত সংগ্রহ করার জন্য যে পরীক্ষা পদ্ধতি এবং ডিজাইন ব্যবহার করা হয় তাকেই পরীক্ষণের ডিজাইন বলা হয়। পরীক্ষা কাজ পরিচালনার জন্য চর্যাগুলোকে যে ক্ষেত্রের ওপর প্রয়োগ করতে হয় ঐ ক্ষেত্রগুলোকে পরীক্ষণের একক বলে। কতগুলো পরীক্ষণের একক একই গুণসম্পন্ন হলে তাদেরকে একত্রে ব্লক বলে। ব্লকের অন্তর্গত যে অংশে চর্যা প্রয়োগ করতে হয় তাকে প্লট বলে। পরীক্ষণ কার্য্য সম্পন্ন হওয়ার পর বিভিন্ন ব্লকের ভিন্ন ভিন্ন প্লটে বা পরীক্ষণের এককের ওপর চর্যার প্রভাবে যে ফলাফল বা প্রতিক্রিয়া হয় তাকে উৎপাদন বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.২

সটিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। কোন পরীক্ষণের যে বিষয় বস্তুর প্রভাব তুলনা করা হয় তাকে কী বলে?

ক) গড়
খ) বিভেদাংক
গ) চর্যা
ঘ) পরীক্ষণের ত্রুটি

২। কতগুলো পরীক্ষণের একক একই গুণ সম্পন্ন হলে তাকে কী বলা হয়?

ক) নমুনা
খ) ব্লক
গ) চর্যা
ঘ) পরীক্ষণের ত্রুটি

৩। পরীক্ষণের মূলনীতি কয়টি?

ক) ৩টি
খ) ৪টি
গ) ৫টি
ঘ) ৬টি

পাঠ ৭.৩ সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন
(Completely randomised design)

এ পাঠ শেষে আপনি -

- সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন এর সুবিধা এবং অসুবিধা সম্পূর্কে বলতে ও লিখতে পারবেন।
- সম্পূর্ণ দৈবায়িত নক্শা থেকে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ বিশ্লেষণ করে চর্যাগুলো যাচাই এবং তুলনা করতে পারবেন।

সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন

এ ডিজাইন পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত যে কোন ডিজাইনের চাইতে সহজ এবং সরল। এখানে পরীক্ষণের ডিজাইনের শুধুমাত্র দৈবায়ন ও পুনরায়ন নীতি অনুসরণ করা হয়। সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনে পরীক্ষণের এককগুলো সমগুনসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক। চর্যার সংখ্যা এবং এগুলো পুণরায়নের ওপর নির্ভর করে পরীক্ষণের এককের সংখ্যা নির্ধারণ করা হয়। পরীক্ষণের এককে চর্যাগুলোকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত পদ্ধতিতে পুণরায়নের মাধ্যমে প্রয়োগ করে যে ডিজাইনের উদ্ভব হয় তাকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন বলা হয়। এ ডিজাইনে চর্যাগুলো সমান সংখ্যকবার পুনরায়ন হতেও পারে আবার নাও হতে পারে।

উদাহরণস্বরূপ একই ধরনের কয়েক খন্ড জমিতে কয়েক জাতের ইরি ধানের উপযোগিতা যাচাই করতে হলে প্রথমে জমি খন্ডগুলোকে একক ধরে এর ওপর কয়েক জাতের ইরি ধান দৈবায়িতভাবে বপণ করলে যে নক্শা পাওয়া যাবে সেটাই সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন। এখানে পরীক্ষণের একক হলো জমির খন্ড বা প্লট, চর্যা হলো কয়েক জাতের ইরি ধান।

মনে করি, পাঁচটি চর্যা (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) (Treatment) যথাক্রমে ৫ বার, ৪বার, ৩ বার, ৫ বার এবং ৩ বার পুনরায়ন করা যায়। এক্ষেত্রে সমগুণসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক ২০টি প্লট দরকার এবং এ প্লটগুলোকে ১, ২, ৩, ... ২০ নম্বর দ্বারা চিহ্নিত করে ফিশার ও ইয়েটের দৈব নম্বর সারণি ব্যবহার করে চর্যাগুলোকে দৈবক্রমে বিভিন্ন প্লটে প্রয়োগ করতে হবে। এ অবস্থায় ধরা যাক সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের মাঠ নক্শা নিম্নরূপঃ

1 X_5	2 X_1	3 X_4	4 X_3	5 X_2
6 X_4	7 X_2	8 X_5	9 X_1	10 X_4
11 X_1	12 X_3	13 X_1	14 X_2	15 X_4
16 X_5	17 X_4	18 X_2	19 X_3	20 X_1

মনে করি, ৫টি চর্যা পাঁচ জাতের গম এবং এদের ফলনের মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা অথবা কোন জাতের গম বেশি ফলনশীল এটা যাচাই করতে হবে। এক্ষত্রে সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের মাঠ নক্শা তৈরি করার পর বিভিন্ন জাতের গম বপণ করতে হবে এবং যথাযথ পরিচর্যা করতে হবে। গম পাকলে

প্রতি প্লটের গমের উৎপাদন নথিভুক্ত করে বিভিন্নজাত অনুযায়ী নিম্নের সারণিতে প্রকাশ করা যেতে পারে।

গমের উৎপাদন (কেজি/প্লট)

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{51}
X_{12}	X_{22}	X_{32}	X_{42}	X_{52}
X_{13}	X_{23}	X_{33}	X_{43}	X_{53}
X_{14}	X_{24}	X_{34}	X_{44}	X_{54}
X_{15}	X_{25}	X_{35}	X_{45}	X_{55}

এখানে X_{ij} হলো ও তম চর্যার j তম পুণরায়নে উৎপাদন। এখানে যেহেতু প্লটগুলো সমমাত্রিক সেহেতু গমের উৎপাদনের ওপর প্লটের কোন প্রভাব নেই। গমের জাতের বিভিন্নতার কারণে বিভিন্ন প্লটে এদের উৎপাদনও বিভিন্ন হবে। সুতরাং এ ধরনের উপাত্তসমূহকে এক শ্রেণিকৃত বলা যায়।

বিশ্লেষণ (Analysis) ঃ সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্তকে আমরা নিম্নলিখিত মডেলের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারি।

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \in_{ij} \; (i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots t, j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots n)$$

এখানে X_{ij} হলো i তম চর্যার j তম পুণরায়নে মান

μ হলো সাধারণ গড়

α_i হলো i তম চর্যার প্রভাব

$\in_{ij}$ হলো দৈব ত্রুটি।

ঈূর্বানুমান (Assumption)

- দৈব ত্রুটিগুলো পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে।
- ধানগুলো পরস্পরের মধ্যে স্বাধীন।
- প্রভাবগুলো যোগসূত্র মেনে চলে।

ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতির (least square method) এর সাহায্যে μ এবং α_i এর প্রাক্কলিত মান নির্ণয় করতে হবে। এবং এক্ষেত্রে ত্রুটির (বিচ্যুতির) বর্গ সমষ্টি হলো

$$S = \sum_i \sum_j \in_{ij}^2 = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \mu - \alpha_i)^2 = \text{ন্যূনতম}$$

অতএব $\dfrac{\partial S}{\partial \alpha_i} = -2\sum_i \sum_j (X_{ij} - \mu - \alpha_i) = 0$

অথবা, $\sum\sum X_{ij} = N\mu + \sum n_i \alpha_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = -2\sum_i (X_{ij} - \mu - \alpha_i) = 0$$

বা, $\sum_i X_i . = = N_i \mu + n_i \alpha_i \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

এখানে $N = \sum_i n_i$ Ges $\sum\sum X_{ij} = \sum_i X_i = X..$

সমীকরণ (১) এবং (২) থেকে μ এবং α_i এর প্রাক্কলিত মান পাওয়ার জন্য $\sum \alpha_i =$০ শর্তটি ধরে নিতে হবে।

সুতরাং সমীকরণ (১) থেকে পাই

$$\hat{\mu} = \frac{\sum\sum X_{ij}}{N} = \frac{X..}{N} = \overline{X}..$$

সমীকরণ (২) থেকে পাই

$$\hat{\alpha}_i = \sum \frac{X_i .}{n_i} - \overline{X}.. = \overline{X}_i - \overline{X}..$$

এখানে $\hat{\mu}$ এবং $\hat{\alpha}_i$ হলো μ এবং α_i এর প্রাক্কলিত মান এবং প্রাক্কলিত মানদ্বয় পরস্পর স্বাধীন।

সর্বমোট বর্গ সমষ্টিকে আমরা নিম্নলিখিত উপায়ে ভাগ করতে পারি।

$$\sum\sum (X_{ij} - \overline{X}..)^2 = \sum_i \sum_j \left[(X_{ij} - \overline{X}_i .) + (\overline{X}_i . - \overline{X}..)\right]^2$$

$$= \sum_i \sum_j (X_{ij} - \overline{X}_i .)^2 + \sum_j n_i (\overline{X}_i . - \overline{X}..)^2$$

যেহেতু $\sum n_i (\overline{X}_i . - \overline{X}..) = 0$ সুতরাং গুণফলের সমষ্টি পদের মান শূন্য।

অতএব মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি + বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি।

এখন মোট বর্গ সমষ্টি = $\sum\sum (X_{ij} - \overline{X}..)^2$

$$SST = \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \left(\frac{\sum\sum X_{ij}}{N}\right)^2$$

চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি= $\sum n_i (\overline{X}_i . - \overline{X}..)^2$

$$SST_r = \sum_i \frac{X_{i.}^{\square}}{n_i} - \frac{(\sum\sum X_{ij})^{\square}}{N}$$

বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি = সর্বমোট বর্গ সমষ্টি - চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি

i.e. $SSE = SST - SST_r$

বিশ্লেষণের মূল উদ্দেশ্য হলো, নাস্তি কল্পনা

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2$ .... $= \alpha_t$ যাচাই করা অর্থাৎ সকল চর্যার প্রভাব সমান কি না তা পরীক্ষা করা।

নিম্নে ভেদাংক বিশে-ষণ সারণি দেয়া হলো যেখান থেকে উপরিউক্ত নাস্তি কল্পনা যাচাই করা যাবে।

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাংকের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা	বর্গসমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	F
চর্যা	t - 1	SST_r	MST_r	MST_r
বিচ্যুতি	N - t	SSE	MSE	MSE
মোট	N-1	SST		

উপরিউক্ত ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণি থেকে উল্লিখিত নাস্তি কল্পনা যাচাইয়ের জন্য

$F = \frac{MST_r}{MSE}$ নির্ণয় করবো।

যদি নির্ণয় F এর মান (t-1) ও (N-t) স্বাধীনতা মাত্রায় এবং যথার্থতা মাত্রার (α= ০.০৫ বা, α=০.০১) F এর সারণি থেকে প্রাপ্ত মানের চেয়ে ছোট হয় তাবে নাস্তি কল্পনা গ্রহণযোগ্য হবে। অন্যথায় বাতিল হয়ে যাবে।

অর্থাৎ যদি $F = \frac{MST_r}{MSE} \geq F_{\alpha_1}(t - \square),(N - \square)$ হয় তবে নাস্তি কল্পনা বাতিল হয়ে যাবে। এক্ষেত্রে মনে করতে হবে কমপক্ষে যে কোন দুটি চর্যার মধ্যে অসমতা আছে।

মনেকরি, i তম চর্যা এবং i′ তম চর্যার গড়ের সমতা যাচাই করতে হবে। এক্ষত্রে নাস্তি কল্পনা

$H_0 : \alpha_i = \alpha_i'$ $\quad i \neq i' = 1, 2,$ .... t

$H_A = \alpha_i \neq \alpha_i'$

t - তম মান অথবা বহু তুলনার মাধ্যমে এ নাস্তি কল্পনা যাচাই করা যায়

$$t = \frac{\overline{\alpha}_i - \overline{\alpha}_{i'}}{\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}}\right)}}$$ যা (N - t) স্বাধীনতার মাত্রা বিশিষ্ট ঃ চলক।

এখানে $\overline{\alpha}_i$ ও $\overline{\alpha}_i$ এবং N_i ও $N_{i'}$ যথাক্রমে i তম ও i′ তম চর্যার গড় এবং পুনরায়ন সংখ্যা

উদাহরণ ১

বাংলাদেশ ধান গবেষণা ইনষ্টিটিউট কর্তৃক পরিচালিত একটি গবেষণায় ৫ ধরনের ধানের (আশা (A), বিপ্লব (B), চান্দিনা (C), মুক্তা (D) এবং ইরিটম(E) মধ্যে কোন্‌টির উৎপাদন ক্ষমতা বেশি যাচাই করার জন্য সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন (C.R.D) ব্যবহার করে যে ফল পাওয়া গেল তা নিম্নে দেয়া হলো। ধানগুলোর প্রভারের পার্থক্য তাৎপর্য্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন।

সারণি

ধানের ধরন	ধানের উৎপাদনের ফল (kg)				
A	১২	১৩	১১	০৯	১৪
B	১০	০৯	১২	০৮	১১
C	১৫	১৪	১৪	১৩	১৫
D	১১	১২	১০	০৯	১০
E	২০	১৮	১৯	২০	২১

সমাধান

সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের গাণিতিক মডেল থেকে আমরা পাই,

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij}\,; \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots 5 \\ j = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots 5 \end{array}$$

এখানে,

μ = সাধারণ গড়

α_i = ধানের প্রভাব

ϵ_{ij} = দৈব ত্রুটি

পূর্বানুমান (Assumption)

- তথ্যগুলো পরস্পর স্বাধীন
- দৈব ত্রুটি পরিমিত বিন্যাস অনুসারে করে
- প্রভাবগুলো যোগসূত্র মেনে চলে।

গণনা পদ্ধতি

বিভিন্ন ধরনের ধান	১	২	৩	৪	৫	মোট
A	১২	১৩	১১	০৯	১৪	$X_{1.}$ = ৫৯

B	১০	০৯	১২	০৮	১১	$X_{2.}$ = ৫০
C	১৫	১৪	১৪	১৩	১৫	$X_{3.}$ = ৭১
D	১১	১২	১০	০৯	১০	$X_{4.}$= ৫২
E	২০	১৮	১৯	২০	২১	$X_{5.}$ = ৯৮
মোট						$X_{..}$ = ৩৩০

মোট বর্গ সমষ্টি = $\sum_{i=\partial}^{5}\sum_{j=\partial}^{5} X_{ij}^{2} - \frac{\left[\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} X_{ij}\right]^{2}}{N}$

এখানে, $\left[\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} X_{ij}\right]^{2}$ = ১০² + ১৩² + ১১² + ...+ ২০² + ১৮² + ১৯² + ২০² + ২১²

= ৪৭০৪

$\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} X_{ij}$ = ১০ + ১৩ + ১১ + ... ২০ + ২১

= ৩৩০

N = ২৫

∴ মোট বর্গ সমষ্টি = ৪৭০৪ - $\frac{(330)^2}{25}$

= ৪৭০৪ - ৪৩৫৬ = ৩৪৮

বিভিন্ন ধানের কারণে বর্গ সমষ্টি = $\sum_{i=1}^{5} \frac{X_i}{n_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} X_{ij}\right)^{2}}{N}$

$$= \frac{59^2 + 50^2 + 71^2 + 52^2 + 98^2}{5} - \frac{(330)^2}{25}$$

$$= \frac{23330}{5} - 4356$$

$$= 4666 - 4356 = 310$$

∴ বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - বিভিন্ন ধানের কারণে বর্গ সমষ্টি

= ৩৪৮ - ৩১০

= ৩৮

অনুমান (Hypothesis)

H_0 ঃ ধানের প্রভাবের পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_a ঃ ধানের প্রভাবের পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা (df)	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	টেবিলের $F_{.05}$

বিভিন্ন ধরনের ধান	৫ - ১ = ৪	৩১০	$MST = \frac{310}{4} = 77.5$	$F = \frac{77.5}{1.9}$ = ৪০.৭৯	২.৮৭
বিচ্যুতি	২৫ - ৫ = ২০	৩৮	$MSE = \frac{38}{20} = 1.9$		
মোট	২৫ - ১ = ২৪	৩৪৮			

মন্তব্য: সারণি হতে দেখতে পাই নির্ণেয় F = ৪০.৭৯। ৪ ও ২৪ স্বাধীন মাত্রায় ও ৫% যথার্থতা মাত্রায় F এর মান F = ২.৮৭। অতএব নির্ণেয় মান টেবিল হতে প্রাপ্ত F এর মানের চেয়ে অনেক বড় কাজেই নাস্তিকল্পনা বাতিল। অর্থাৎ বিভিন্ন ধানের পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ। সর্বশেষে বলতে পারি। আশা, চান্দিনা, বিপ্লব, মুক্তা এবং ইরিটম- ২৪ ধানের উৎপাদন ক্ষমতার প্রভাব বিভিন্ন রকম।

উদাহরণ ২

একটি সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের পরীক্ষণের ২০টি মুরগীর বাচ্চাকে চার ধরনের খাদ্য A, B, C এবং D প্রদানের সিদ্ধান্ত নেয়া হলো এবং প্রত্যেক ধরনের খাদ্য ৫টি মুরগীর বাচ্চাকে দৈবায়িতভাবে দেয়া হলো।

- ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ করুন
- খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন
- খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ হলে কোন খাদ্যদ্বয়ের জন্য প্রভাব নূন্যতম তাহা নির্ণয় করুন।

বিভিন্ন খাদ্য প্রদানের পর মুগীর বাচ্চার ওজন খাদ্যের বিপরীতে তথ্যগুলো দেয়া হলোঃ

মুরগী / খাদ্য	১	২	৩	৪	৫
A:	৫৫	৪৯	৪২	২১	৫২
B:	৬১	১১২	৩০	৮৯	৬৩
C:	৪২	৯৭	৮১	৯৫	৯২
D:	১৬৯	১৩৭	১৬৯	৮৫	১৫৪

সমাধান

সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের গাণিতিক মডেল থেকে আমরা পাই-

$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \in_{ij}$; i = ১,২,৩,৪ j = ১,২,৩,৪,৫

μ = সাধারণ গড়

α_i = খাদ্যের প্রভাব

$\in_{ij}$ = দৈব বিচ্যুতি

প র্বানুমান (Assumption)

- দৈব ক্রটি পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে
- খাদ্যগুলো পরস্পরের মধ্যে স্বাধীন
- প্রভাবগুলো যোগসূত্র বিধি মনে চলে

গণনা পদ্ধতি

মুরগী	১	২	৩	৪	৫	মোট

খাদ্য						
A:	55	49	42	21	52	X_{10}= 219
B:	61	112	30	89	63	X_{20}= 355
C:	42	97	81	95	92	X_{30}= 407
D:	169	137	169	85	154	X_{40}= 714
						X_{50}= 1695

এখন মোট বর্গ সমষ্টি $= \sum_{i}\sum_{j} X_{ij} - \frac{\left[\sum_{i}\sum_{j} X_{ij}\right]}{N}$; $N =$

$= 55^2+49^2+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots +85^2+154^2 -$

$= 181445 -$

$= 181445 - 143651.25 = 37793.7$৫

খাদ্যের কারণে বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{i} X_{ij}}{} - \frac{\left[\sum_{i}\sum_{j} X_{ij}\right]}{}$

বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - খাদ্যের জন্য বর্গ সমষ্টি

$= 37793.75 - 26234.95$

$=11558.80$

অনুমান (Hypothesis)

H_0 : খাদ্যের প্রভাবে পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A : খাদ্যের প্রভাবে পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাংক বিশ্লেষণ নিচের সারণিতে প্রকাশ করা হলো-

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীন মাত্রা	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	সারণি F
খাদ্য বিচ্যুতি	4-1= 3 20-4=16	26234.95 11558.80	$MS_{খাদ্য} = 8744.98$ $MSE = 722.42$	$F_{খাদ্য} = \frac{[illegible]}{[illegible]}$ = 12.105	$F_{.05;3,16}$=3.60
	20-1=19	37793.75			

এন্তব্যঃ উপরের ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি হতে পাই নির্ণেয় $F_{খাদ্য}$= 12.105। ৫% যথার্থতা মাত্রায় ৩ এবং ১৬ স্বাধীনতার মাত্রায় সারণি F এর মান ৩.৬০ যাহা নির্ণেয় F এর মানের চেয়ে ছোট অর্থাৎ খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্য্যপূর্ণ।

ইন্যতম প্রভাব পার্থক্য নির্ণয় ঃ যেহেতু খাদ্যের প্রবাব তাৎপর্যপূর্ণ তাই এখন আমরা দেখবো কোন খাদ্যদ্বয়ের জন্য খাদ্য প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ এবং সব চেয়ে কম তাৎপর্যপূর্ণ খাদ্যদ্বয় প্রভাব কোনটি।

দুই খাদ্যের মধ্যে পার্থক্য $S.E = \sigma_e \sqrt{MSE(\frac{[illegible]}{n} + \frac{[illegible]}{n})}$

$$= \sqrt{722.42 \times \frac{[illegible]}{[illegible]}}$$

$$= 16.999$$

সন্ধিক্ষণের নিকটতম পার্থক্য = $S.E \times t_{.05,5}$

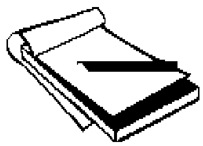
$$= 16.999 \times 2.12$$

$$\therefore \quad C.D = 36.038$$

মানের ক্রম অনুসারে বিভিন্ন খাদ্যর গড় প্রভাব নিম্নে দেয়া হলো-

খাদ্য	গড় ওজন	গড় পার্থক্য	C.D
D	142.8	61.4	
C	81.4	10.4	36.38
B	71.0	27.2	
A	43.8		

C.D এর সাথে তুলনা করলে দেখা যায় D প্রকার খাদ্যের প্রভাব অন্যান্য প্রকার খাদ্যের চেয়ে বেশি তাৎপর্যপূর্ণ এবং সবচেয়ে নূন্যতম প্রভাবযুক্ত খাদ্য হলো C ।



অনুশীলন (Activity) : *বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়ের মাৎস্য বিজ্ঞান অনুষদের একটি পরীক্ষাগারে বিভিন্ন অ্যাকুরিয়ামে থাই সরপুঁটি (রাজপুঁটি) মাছের ওপর খাদ্য প্রয়োগের ফলে মাছের যে বৃদ্ধি হয়েছিল তার উপাত্ত নিম্নে দেয়া হলো।*

- *ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণি নির্ণয় করুন এবং*
- *খাদ্যের প্রভাব যুক্তিযুক্ত কি না নির্ণয় করুন।*

অ্যাকুরিয়াম / খাদ্য	1	2	3	4	5	6	7
F_1	0.47	0.49	0.49	0.49	0.50	0.50	0.50
F_2	4.80	4.28	4.00	3.65	4.76	4.70	3.63
F_3	8.33	8.80	8.51	8.61	8.27	8.20	8.13

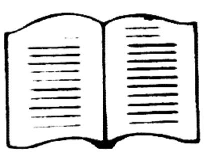
সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের সুবিধা

- পরীক্ষাগারে পরীক্ষা পরিচালনা করে বিভিন্ন চর্যার কার্যকারিতা যাচাই এর জন্য এ ধরনের ডিজাইন খুবই উপযোগী।
- পরীক্ষণের এককগুলো সমমাত্রিক এবং সমগুণসম্পন্ন হওয়ায় এ ডিজাইন চর্যার সংখ্যা বা পুনরায়নের সংখ্যার কোন সীমাবদ্ধতা নেই।
- এ ডিজাইনে প্রত্যেক চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা সমান বা অসমানও হতে পারে।
- যেহেতু এ ডিজাইনে পরীক্ষণের এককগুলো সমমাত্রিক সুতরাং কোন মান লুপ্ত হলে উপাত্তবিশ্লেষণে কোন অসুবিধা হয় না।
- এ ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত বিশ্লেষণ সবচেয়ে সহজ। শুধুমাত্র চর্যার বর্গ সমষ্টি এবং বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি বের করেই চর্যার সমতা যাচাই করা যায়।

গম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের সুবিধা হলো এ ডিজাইনে প্রত্যেক চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা সমান বা অসমানও হতে পারে।

গম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের অসুবিধা

- বাস্তবক্ষেত্রে কোন মাঠ পরীক্ষণ পরিচালনায় সমগুণসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক পরীক্ষণের একক পাওয়া দুষ্কর এবং এক্ষেত্রে বিচ্যুতি বা ত্রুটি বেশি হওয়ায় এ ডিজাইনের দক্ষতা কম।
- পরীক্ষণের ডিজাইনের স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ পদ্ধতি এ ডিজাইনে ব্যবহার হয় না বলে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি অপেক্ষাকৃত বড় হয়।
- এ ডিজাইনে চর্যা সংখ্যা বেশি হলে সে অনুপাতে সমমাত্রিক পরীক্ষণের একক পাওয়া কঠিন হয়ে পড়ে।



সারমর্মঃ সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনে পরীক্ষণের এককগুলো সমগুণসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক, পরীক্ষণের এককগুলোকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত পদ্ধতিতে পুনরায়নের মাধ্যমে প্রয়োগ করে যে ডিজাইনের উদ্ভব হয় তাকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন অনুসরণ করে নিচের কোন্‌টি?
- ক) পুনরায়ন নীতি
- খ) দৈবায়িত নীতি
- গ) পুনরায়ন ও দৈবায়িত নীতি
- ঘ) স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ

২। পরীক্ষণের এককগুলো সমমাত্রিক এবং সমগুণ সম্পন্ন হলে কোন্ ডিজাইন করা হয়?
- ক) C.R.D
- খ) R.B.D
- গ) L.S.D
- ঘ) Factorial Design

৩। সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের ক্ষেত্রে কোন্‌টি সঠিক?
- ক) পুনরায়ন সমানসংখ্যক হবে
- খ) পুনরায়ন সমানসংখ্যক নাও হতে পারে
- গ) পুনরায়ন হবেই না
- ঘ) পুনরায়ন এবং দৈব চয়ন একত্রে হবে

পাঠ ৭.৪ দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন
(Randomised Block Design)

এ পাঠ শেষে আপনি -

- দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন সম্পর্কে বর্ণনা করতে পারবেন।
- দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের সুবিধা এবং অসুবিধা সম্বন্ধে বলতে পারবেন।
- দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্তসম n বিশ্লেষণ করতে পারবেন।

দৈবায়িত ব-ক ডিজাইন

ব্লকের অন্তর্গত এককসমূহে দৈবায়িতভাবে চর্যা প্রয়োগ করে যে ডিজাইন পাওয়া যায় তাকে দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন বলে।

আমরা বলেছি বাস্তবক্ষেত্রে সবসময় সমমাত্রিক এবং সমগুণসম্পন্ন পরীক্ষণের একক পাওয়া যায় না এবং সেক্ষেত্রে সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজানের মাধ্যমে চর্যার প্রভাবের সমতা যাচাই করা যায় না। তবে সম্পূর্ণ একক সমগুণসম্পন্ন না হলেও সমগুণসম্পন্ন কয়েকটি একক নিয়ে একটি ব্লক হতে পারে। ব্লকের অন্তর্গত একক (প্লট) সমূহে দৈবায়িতভাবে চর্যা প্রয়োগ করে যে ডিজাইন পাওয়া যায় তাকে দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন বলে। এ ডিজাইনে প্রতিটি ব্লকে চর্যার সমান সংখ্যক প্লট থাকে এবং প্রতিটি চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা ব্লকের সংখ্যার সমান। এ ডিজাইনে পরীক্ষণের তিনটি নীতি যেমন দৈবায়ন, পুনরায়ন এবং স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ অনুসরণ করে।

উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, আমাদের হাতে ৫ জাতের গম আছে এবং এদের উৎপাদনের সমতা যাচাই করতে চাই। ৫ জাতের গম চাষের জন্য জমির খন্ড (প্লট) নির্ধারণ করা হলো। কিন্তু দেখা গেল জমির প্লটগুলো সমভূমি বা সমগুণসম্পন্ন নয় বা উঁচু নিচু অবস্থানে অবস্থিত। এখানে চর্যা হলো গমের জাত। চর্যাগুলোকে মনেকরি ৪ বার পুনরায়ন করে পরীক্ষা করতে হবে। সুতরাং ৪ টা ব্লক তৈরি করতে হবে এবং প্রতিটি ব্লকে ৫টি করে সমগুণসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক প্লট থাকবে। চর্যাগুলোকে (৫ টি চর্যা) দৈবায়িতভাবে প্লটে প্রয়োগ করতে হবে। প্রতিটি ব্লকে ভিন্ন ভিন্নভাবে দৈবায়িত পদ্ধতিতে চর্যাগুলোকে প্রয়োগ করলে যে ডিজাইনের উদ্ভব হয় তাকেই দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন বলা হয়। পরীক্ষণ কাজ সমাধা

করে উপাত্তসম হকে নিম্নের সারণির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় যেখানে একদিকে থাকে ব্লক আর একদিকে থাকে চর্যা। এখানে চর্যা এবং ব্লকের প্রভাবের কারণে উপাত্তসমূহের মধ্যে ব্যবধান থাকে সুতরাং এ ধরনের ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্তকে দ্বিশ্রেণিকৃত উপাত্ত বলে।

চর্যা / Block	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Block 1	X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{51}
Block 2	X_{12}	X_{22}	X_{32}	X_{42}	X_{52}
Block 3	X_{13}	X_{23}	X_{33}	X_{43}	X_{53}
Block 4	X_{14}	X_{24}	X_{34}	X_{44}	X_{54}

উপাত্তসমূহের ভেদাংক বিশ্লেষণ ঃ মনেকরি একটি দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনে চর্যার সংখ্যা ঃ এবং ব্লকের সংখ্যা b, উপাত্তসমূহকে বর্ণনা করার জন্য মডেল হবে-

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \in_{ij}$$

$$(i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots t, j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots b)$$

যেখানে

X_{ij} হলো i তম চর্যার j তম ব্লকে উৎপাদন।

μ হলো সাধারণ গড়

α_i হলো i তম চর্যার প্রভাব

β_j হলো j তম ব্লকের প্রভাব

$\in_{ij}$ হলো দৈব ত্রুটি বা বিচ্যুতি

উপরিউক্ত মডেলটি বিশ্লেষণের জন্য অনুমান হলো e_{ij} নিরপেক্ষভাবে পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় শূন্য ও সাধারণ ভেদাংক σ^2 এবং শর্ত হলো $\sum\alpha_i = 0$ ও $\sum\beta_j = 0$.

নূন্যতম বর্গপদ্ধতির সাহায্যে μ, α_i এবং β_j এর প্রাক্কলিত মান নির্ণয় করতে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি হলো

$$S = \sum_i \sum_j \in_{ij}^2 = \sum\sum(X_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j)^2$$

এবারে $\frac{\partial s}{\partial \mu} = 0,\ \frac{\partial s}{\partial \alpha_i} = 0,\ \frac{\partial s}{\partial \beta_{ji}} = 0$ অনুসরণ করে নিম্নের তিনটি সমীকরণ পাওয়া যাবে

$$\sum\sum X_{ij} = N\mu + b\sum\alpha_i + t\sum\beta_j$$

$$\sum_j X_{ij} = t\mu + t\sum\alpha_i + t\sum_j \beta_j$$

$$\sum_j X_{ij} = b\mu + \sum\alpha_i + b\beta_j$$

মনেকরি, $\sum\sum X_{ij} = X.. = \sum_j X_i. = \sum_j X._j$

এখানে, $\sum_j X_{ij} = X_i.\ ,\ \sum_i X_{ij} = X._j$

$$\overline{X}.. = \frac{X..}{N};\quad N = bt,\ \overline{X}_i. = \frac{X_i.}{b},\ \ \overline{X}.j = \frac{X_{ij}}{t}$$

উপরিউক্ত তিনটি পরিমিত সমীকরণ থেকে μ, α_i এর β_j এর প্রাক্কলিত মান হবে

$$\hat{\mu} = \overline{X}.., \ \ \hat{\alpha}_i = \overline{X}_{i.} - \overline{X}.., \ \ \hat{\beta}_j = \overline{X}._j - \overline{X}..$$

এ প্রাক্কলিত মানগুলো পরস্পর স্বাধীন।

এখন বর্গ সমষ্টিকে নিম্নলিখিতভাবে ভাগ করতে পারি।

$$\sum_i \sum_j (X_{ij} - \overline{X}..)^2 = \sum_i \sum_j \left\{(\overline{X}_i. - \overline{X}..) + (\overline{X}._j - \overline{X}..) + (X_{ij} - \overline{X}_i. - \overline{X}._j + \overline{X}..)\right\}^2$$
$$= b\sum_i (\overline{X}_i. - \overline{X}..)^2 + t\sum_j (\overline{X}._j - \overline{X}..)^2 + \sum\sum (X_{ij} - \overline{X}_i. - \overline{X}._j + \overline{X}..)^2$$

অন্যান্য পদগুলো শূন্য হবে কারণ $\sum_i (\overline{X}_{i.} - \overline{X}..) = 0; \quad \sum(\overline{X}._j - \overline{X}..) = 0$

অতএব মোট বর্গ সমষ্টি তিনটি বর্গ সমষ্টিতে বিভক্ত হলো।

অর্থাৎ

মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি + ব-কজনিত বর্গ সমষ্টি + বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি।

এখন প্রত্যেকটি বর্গ সমষ্টির মান নির্ণয়ের জন্য নিলিখিতভাবে প্রকাশ করতে পারি।

মোট বর্গ সমষ্টি = $\sum\sum(X_{ij} - \overline{X}..)^2 = \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \frac{(\sum\sum X_{ij})^2}{N} = SST$

চর্যা বর্গ সমষ্টি = $b\sum(\overline{X}_i. - \overline{X}..)^2 = \frac{\sum_i X_i.^2}{b} - \frac{\left(\sum\sum X_{ij}\right)^2}{N} = SST_r$

ব্লকজনিত বর্গ সমষ্টি = $t\sum(\overline{X}._j - \overline{X}..)^2 = \frac{\sum X^2._j}{t} - \frac{(\sum\sum X_{ij})^2}{N} = SSB$

ত্রুটিজনিত বর্গ সমষ্টি = $(SST - SST_r - SSB) = SSE$

নাস্তি কল্পনা হলো

১. $H_0 : \alpha_i = \alpha_2 = ... = \alpha_t$

অর্থাৎ সকাল চর্যার প্রভাব সমান যাচাই করা।

২. $H_0 : \beta_i = \beta_2 = ... = \beta_b$

অর্থাৎ সকল ব্লকের প্রভাব সমান যাচাই করা।

নিম্নে ভেদাংক বিশ্লেষণের সারণি দেয়া হলো

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাংকের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা D.F	বর্গসমষ্টি	গড় বর্গসমষ্টি	F
চর্যা	৪ - ১	SST_r	MSt_r	$MST_r/MSE = F_1$

ব্লক বিচ্যুতি	b - 1 (t-1)(b-1)	SSB SSE	MSB MSE	MSB/MSE = F_2

এখন যদি F_1 এর মান (t-1) এবং (t-1)(b-1) স্বাধীনতার মাত্রায় এবং α = ০.০৫ বা ০.০১ মাত্রায় F এর সারণির মান এর চাইতে ছোট হয় তবে নাস্তিকল্পনা (১) গ্রহণযোগ্য অর্থাৎ চর্যাগুলোর প্রভাব সমান। আর যদি মান বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জনীয়।

$$F_1 \geq F_\alpha\ (t-1), (t-1)(b-1)$$

এক্ষেত্রে বহুলতুলনার মাধ্যমে যে কোন দুটি চর্যার মধ্যে পার্থক্য আছে কি না যাচাই করার জন্য ঃ চলক ব্যবহার করা যায়।

উদাহরণ ১

বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়, ময়মনসিংহ এলাকায় একটি পরীক্ষণে পাঁচ জন কৃষক প্রত্যেকে সমান আয়তনের জমিতে ছয় প্রকার সার প্রয়োগ করে এক প্রকার ধানের চাষ করেছে। নিচে প্রতিটি জমির ধানের উৎপাদনের পরিমাণ দেয়া হলো। এখন

- সারের প্রকারভেদের মধ্যে পার্থক্য আছে কি না
- কৃষকের কারণে উৎপাদনের কোন পার্থক্য আছে কি না তা যাচাই করুন।

তথ্য সারণি

কৃষক \ সার	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
Far_1	11	15	23	17	21	26
Far_2	12	16	24	19	19	28
Far_3	9	14	26	18	20	30
Far_4	8	13	18	20	20	31
Far_5	12	15	20	19	22	29

সমাধান

দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন এর গাণিতিক মডেল থেকে পাই

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \in_{ij}\ ;\ i = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6,\ j = 1, 2 \ldots\ldots\ldots. 5$$

এখানে,

μ = সাধারণ গড়
α_i = কৃষকের প্রভাব
β_j = সারের প্রভাব
$\in_{ij}$ = দৈব ত্রুটি।

পূর্বানুমান (Assumption)

- তথ্যগুলো পরস্পর স্বাধীন

- দৈব ত্রুটি পরিমিত বিন্যাস অনুসারে করে
- প্রভাবগুলো যোগসূত্র মেনে চলে।

গণনা পদ্ধতি

সার / কৃষক	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	মোট
Far_1	১১	১৫	২৩	১৭	২১	২৬	১১৩
Far_2	১২	১৬	২৪	১৯	১৯	২৮	১১৮
Far_3	৯	১৪	২৬	১৮	২০	৩০	১১৭
Far_4	৮	১৩	১৮	২০	২০	৩১	১১০
Far_5	১২	১৫	২০	১৯	২২	২৯	১১৭
মোট	$X_{.1}$= ৫২	$X_{.2}$= ৭৩	$X_{.3}$= ১১১	$X_{.4}$= ৯৩	$X_{.5}$= ১০২	$X_{.6}$= ১৪৪	৫৭৫

∴ মোট বর্গ সমষ্টি = $\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{6} X_{ij}^{2} - \frac{\left[\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{6} X_{ij}\right]^{2}}{N}$; N = 30

এখানে,

$\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{6} X_{ij}^{2}$ = [illegible]

$\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{6} X_{ij}$ [illegible]

∴ মোট বর্গ সমষ্টি = ১২১১৩ - [illegible]

= ১২১১৩ - ১১০২০.৮৩ = ১০৯২.১৭

কৃষকের কারণে বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum X_{ij}^{[illegible]}}{t} - \frac{\left[\sum X_{ij}\right]^{[illegible]}}{N}$; t = 6, N = 30

[illegible]

[illegible]

[illegible]

সারের কারণে বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum X_{ij}^{[illegible]}}{b} - \frac{\left[\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{6} X_{ij}\right]^{2}}{N}$; b = 5, N = 30

[illegible]

[illegible]

[illegible]

বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - কৃষকের কারণে বর্গ সমষ্টি - সারের কারণে বর্গ সমষ্টি
= ১০৯২.১৭ - ৭.৬৭ - ১০০৭.৭৭
= ৭৬.৭৩

অনুমান (Hypothesis)

১. H_0 ঃ সারের প্রভাবে পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ নয়
H_A ঃ সারের প্রভাবের পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ

২. H_0 ঃ কৃষকের প্রভাব পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ নয়
H_A ঃ কৃষকের প্রভাব পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কে i উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা (df)	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	সারণি $F_{.05}$
সার	৬-১=৫	১০০৭.৭৭	[illegible]	[illegible]	F = ২.৭১
কৃষক	৫-১=৪	৭.৬৭	[illegible]	[illegible]	F = ২.৮৭
বিচ্যুতি	(৬-১)× (৫-১) = ২০	৭৬.৭৩	[illegible]		
মোট	৩০ - ১ = ২৯	১০৯২.১৭			

মন্তব্যঃ F_1 এর নির্ণেয় মান ৫২.৪৯। ৫ এবং ২০ স্বাধীন মাত্রার ৫% যথার্থতা মাত্রায় F এর সারণিকৃত মান ২.৭১ যাহা নির্ণেয় F এর মানের চেয়ে খুবই ছোট। সুতরাং নাস্তিক কল্পনা বাতিল। অর্থাৎ সারের প্রভাবের মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য বিদ্যমান। আবার F_2 এর নির্ণেয় মান ০.৫০। ৪ এবং ২০ স্বাধীন মাত্রার ৫% যথার্থতা মাত্রায় F এর সারণিকৃত মান ২.৮৭ যাহা নির্ণেয় F এর মানের চেয়ে বড়। অর্থাৎ নাস্তিক কল্পনার গ্রহনযোগ্যতা আছে। সুতরাং বলা যায় কৃষকের প্রভাবের মধ্যে কোন পার্থক্য নেই।

উদাহরণ ২

একটি গৃহপালিত পশুর খামারে সর্বোৎকৃষ্ট গোখাদ্য নির্ণয় করতে গিয়ে পাঁচ প্রকার ঘাস চার জাতের গরুকে খাওয়ানো হয়েছে। ঘাস খাওয়ানোর পর গরুর শরীরে ওজন কী পরিমাণ হয়েছে তা নিচের সারণিতে দেয়া হলো।

১. উপাত্তটির ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ করুন
২. খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন
৩. খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ হলে কোন্ খাদ্যদ্বয়ের ফলে প্রভাব নূন্যতম পার্থক্য দেখায় নির্ণয় করুন?

সারণি

ঘাস / গরু	ঘাস$_১$	ঘাস$_২$	ঘাস$_৩$	ঘাস$_৪$	ঘাস$_৫$
গ$_১$	৩.৯	৪.৭	৩.৭	৪.০	৬.৭
গ$_২$	২.১	৩.৭	৪.১	৪.১	৮.০

গ৩	৪.৪	৫.৩	৪.২	৫.০	৮.৬
গ৪	২.৬	৪.৩	৪.৭	৪.৫	৯.১

সমাধান

দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের গাণিতিক মডেল থেকে আমরা পাই-

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij} \quad ; i = ১,২,৩,৪,৫$$
$$j = ১,২,৩,৪$$

এখানে

μ = সাধারণ গড়

α_i = ঘাসের প্রভাব

β_j = গরুর ওজন বৃদ্ধির প্রভাব

e_{ij} = দৈব বিচ্যুতি

পূর্বানুমান (Assumption)

- দৈব ত্রুটি পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে
- খাদ্য ও গরুর ওজন বৃদ্ধি পরস্পর স্বাধীন
- প্রভাবগুলো যোগস ত্র মেনে চলে

গণনা পদ্ধতি

গরু \ ঘাস	ঘাস১	ঘাস২	ঘাস৩	ঘাস৪	ঘাস৫	মোট
M_1	৩.৯	৪.৭	৩.৭	৪.০	৬.৭	২৩.০০
M_2	২.১	৩.৭	৪.১	৪.১	৮.০	২২.০০
M_3	৪.৪	৫.৩	৪.২	৫.০	৮.৬	২৭.৫০
M_4	২.৬	৪.৩	৪.৭	৪.৫	৯.১	২৫.১০
মোট	১৩.০	১৮.০	১৬.৭	১৭.৬	৩২.৪	৯৭.৭

মোট বর্গ সমষ্টি $= \sum_{i=}\sum_{i=} X_{ij} - \frac{\left[\sum\sum_{i=\;j} X_{ij}\right]}{}$

= ৩.৯² + ৪.৭² + ... + ৪.৫² + ৯.১² -

= ৫৪২.০৫ - ৪৭৭.২৬৪৫ = ৬৪.৭৮৫৫

ঘাসের জন্য বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{j=} X_{i.}}{} - \frac{\sum\sum_{i=\;j}(X_{ij})}{}$

=

= ৫৩২.৮৫২৫ - ৪৭৭.২৬৪৫ = ৫৫.৫৮৮

গরুর জন্য বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{i=} X_{.j}}{} - \frac{\left(\sum_{i=}\sum_{j} X_{ij}\right)}{}$

$= \frac{}{} -$

= ৪৮০.৪৫৮ - ৪৭৭.২৬৪৫

= ৩.৫৯৩৫

$\therefore$ বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - গরুর জন্য বর্গ সমষ্টি - ঘাসের জন্য বর্গ সমষ্টি

= ৬৪.৭৮৫৫ - ৩.৫৯৩৫ - ৫৫.৫৮৮

= ৫.৬০৪

অনুমান (Hypothesis)

১। H_0 ঃ খাদ্যের (ঘাস) প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A ঃ খাদ্যের (ঘাস) প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

২। H_0 ঃ গরুর ওজন বৃদ্ধির প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A ঃ গরুর ওজন বৃদ্ধির প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীন মাত্রা	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	$F_{.05}$
গর€	৪-১= ৩	৩.৫৯৩৫	MS_{Nvm} = ১.১৯৭৮	$F_{Mi€}$ = ২.৫৬	F = ২.৮৪
ঘাস	৫-১ = ৪	৫৫.৫৮৮	MS_{Nvm} = ১৩.৮৯৭	F_{Nvm} = ২৯.৭৫৮	F = ২.৬১
বিচ্যুতি	(৪-১)(৫-১) = ১২	৫.৬০৪	MSE = .৪৬৭		
মোট	২০-১ = ১৯	৬৪.৭৮৫৫			

মন্তব্য ঃ

১. ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি থেকে পাই F = ২.৫৬ এবং সারণি $F_{.০৫;৩.১২}$ = ২.৮৪ যাহা নির্ণেয় ঋ হতে বড় অর্থাৎ নাস্তি ক কল্পনার গ্রহণযোগ্যতা আছে।

আবার, ঘাসের ক্ষেত্রে,

নির্ণেয় F = ২৯.৭৫৮ এবং সারণি হতে প্রাপ্ত $F_{.০৫;৪.১২}$ = ২.৬১ যাহা নির্ণেয় F এর থেকে অনেক ছোট অর্থাৎ ঘাসের প্রভাব অনেক তাৎপর্যপূর্ণ।

নূন্যতম প্রভাব পার্থক্য নির্ণয়

যেহেতু ঘাসের প্রভাব অনেক তাৎপর্যপূর্ণ অতএব আমরা এখন দেখবো কোন্ কোন্ মানদ্বয়ের জন্য প্রভাব পার্থক্য ন ন্যতম।

দুটি ঘাসের মধ্যে প্রভাব পার্থক্যের S.E $= MSE\sqrt{\frac{\square}{m}}$; স = ৫

$= ০.৬৮৩৪\sqrt{\frac{\square}{\square}}$

$= ০.৪৩২২$

∴ সন্ধিক্ষণের নূন্যতম পার্থক্য = ঃ.০৫;৫ × S.E

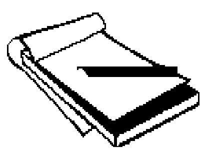
= ২.১২ × ০.৪৩২২ [ঃ.০৫;৫ = ২.১২]

= ০.৯১৬২

বিভিন্ন ঘাসের মানের ক্রম অনুসারে গড়ের সারণি

গড় ওজন	গড় পার্থক্য	C.D
N_4 = ৮.১	৩.৬	
N_2 = ৪.৫	০.১	
N_4 = ৪.৪	০.২২৫	০.৯১৬২
N_3 = ৪.১৭৫	০.৯২৫	
N_1 = ৩.২৫		

সারণি থেকে দেখা যায় N_4 নং ঘাস সবচেয়ে বেশি প্রভাবযুক্ত খাদ্য এবং N_2 সবচেয়ে কম প্রভাবযুক্ত খাদ্য।



অনুশীলন (Activity) : *মাৎস্য গবেষণা ইনষ্টিটিউটের একটি গবেষণায় পুকুরে মাছের ওপর বিভিন্ন খাদ্য প্রয়োগের ফলে তাদের বৃদ্ধির উপাত্ত নিম্নে দেয়া হলো-*

- *ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণি নির্ণয় করুন।*
- *খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন।*
- *মাছের বৃদ্ধি তাৎপর্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন।*

মাছ / খাদ্য (গ্রাম)	F_1	F_2	F_3
F_{01}	২৫০	২০০	২১০
F_{02}	২০০	২৩০	২২০
F_{03}	৩০০	৩১০	৩২০

দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের সুবিধা

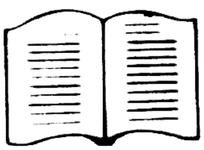
দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনে পরীক্ষণের ডিজাইনের তিনটি নীতিই অনুসরণ করা হয় বলে এর দক্ষতা বেশি।

- এ ডিজাইনে পরীক্ষণের ডিজাইনের তিনটি নীতিই অনুসরণ করা হয় বলে এর দক্ষতা বেশি।
- যে কোন মাঠ পরীক্ষণে এ ডিজাইন খুবই উপযোগী। কারণ মাঠে সব এককই সমগুণ সম্পন্ন নয়।
- এ ডিজাইনে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি কম হয়।

- এ ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ বিশ্লেষণ সহজ।
- গম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইন থেকে এ ডিজাইন বেশি দক্ষ।

দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের অসুবিধা

- সমগুণসম্পন্ন এবং সমমাত্রিক প্লট (একক) সঠিকভাবে নির্ণয় করা কঠিন।
- চর্যার সংখ্যা বেশি হলে ব্লকের আকার অর্থাৎ প্রতি ব্লকে প্লটের সংখ্যাও বেশি হবে এবং সেক্ষেত্রে প্লটের সমমাত্রিকতা নষ্ট হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।
- একাধিক তথ্যমান লুপ্ত হলে বিশ্লেষণ পদ্ধতি কঠিন হয়।



সারমর্মঃ দৈবায়িত ব-ক ডিজাইনে প্রতিটি ব্লকে চর্যার সমান সংখ্যক প্লট থাকে এবং প্রতিটি চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা ব্লকের সংখ্যার সমান। এ ডিজাইনে পরীক্ষণের তিনটি নীতি যেমন দৈবায়ন, পুনরায়ন এবং স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ অনুসরণ করে। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের সুবিধা হলো এ ডিজাইনে পরীক্ষণের ডিজাইনের তিনটি নীতিই অনুসরণ করা হয় বলে এর দক্ষতা বেশি। যে কোন মাঠ পরীক্ষণে এ ডিজাইন খুবই উপযোগী। কারণ মাঠে সব এককই সমগুণ সম্পন্ন নয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৪

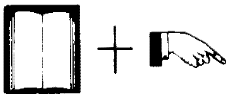
সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন কোন্ নীতি অনুসরণ করে?
   ক) দৈবায়ন
   খ) নমুনায়ন
   গ) দৈবায়ন পুনরায়ন এবং স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ
   ঘ) পুনরায়ন

২। দৈবায়িত ডিজাইনের ক্ষেত্রে নিচের কোন্টি সঠিক?
   ক) সমমাত্রিক পরীক্ষণ একক
   খ) সমগুণসম্পন্ন পরীক্ষণ একক
   গ) সমমাত্রিক ও সমগুণ সম্পন্ন পরীক্ষণ একক নয়
   ঘ) সমমাত্রিক পরীক্ষণ একক

৩। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনে চর্যা ও ব্লক এর সম্পর্কের ক্ষেত্রে কোন্টি সঠিক?
   ক) চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা $\neq$ ব্লক এর সংখ্যা
   খ) চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা $>$ ব্লক এর সংখ্যা
   গ) চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা $=$ ব্লক এর সংখ্যা
   ঘ) চর্যার পুনরায়ন সংখ্যা $<$ ব্লক এর সংখ্যা

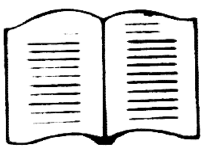
পাঠ ৭.৫ লাতিন বর্গ ডিজাইন (Latin Square Design)



এ পাঠ শেষে আপনি-

- লাতিন বর্গ ডিজাইন সম্পর্কে বলতে ও লিখতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধা ও অসুবিধাগুলো বলতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ ডিজাইনের উপাত্তগুলো বিশ্লেষণ করতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ ডিজাইনের সংজ্ঞাসহ ব্যাখ্যা করতে ও বলতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধা ও অসুবিধা লিখতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ ডিজাইন কীভাবে বিশ্লেষণ করতে হয় এবং ডিজাইনের সাহায্যে সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।
- সন্ধিক্ষণের নূণ্যতম প্রভাব পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবেন।

লাতিন বর্গ ডিজাইন



কোন পরীক্ষণের এককগুলোতে দ্বিমুখী ভেদাঙ্কের উৎস থাকলে এটি নিয়ন্ত্রণ করার জন্য লাতিন বর্গ ডিজাইন ব্যবহৃত হয়। ভেদাঙ্কের একটি উৎসের লম্বালম্বিভাবে সারি ও আরেকটি উৎসের লম্বালম্বিভাবে স্তম্ভ তৈয়ার করতে হয়। তার পর বর্গগুলোকে সারি ও স্তম্ভে একটি চর্যা একবারের বেশি প্রয়োগ করা না হয়। চর্যাগুলোকে উপরিউক্তভাবে প্রয়োগ করা হলে প্রাপ্ত ডিজাইনকে লাতিন বর্গ ডিজাইন (L.S.D) বলা হয়। এ ডিজাইনে চর্যার সংখ্যা যত হবে সারি ও স্তম্ভের সংখ্যাও ততো হবে অর্থাৎ চর্যার সংখ্যা 1 হলে সারি ও স্তম্ভের সংখ্যা হবে $1 \times 1 = 1^2$ । উদাহরণসহকারে নিম্নে লাতিন বর্গ ডিজাইন ব্যাখ্যা করা হলো।

মনে করি, A B C D চরটি চর্যা যা নিম্নে ডিজাইন আকারে দেখানো হলো-

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

এখানে ডিজাইনে ৪টি সারি ও ৪টি স্তম্ভে চর্যা প্রয়োগ করা হয়েছে তাই উক্ত ডিজাইনকে লাতিন বর্গ ডিজাইন বলে। এ ডিজাইনে সারি, স্তম্ভ এবং চর্যা উপাদানগুলো ৪টি করে স্তর আছে অর্থাৎ পরীক্ষণের মোট ৪×৪×৪ = ৬৪টি উৎপাদন থাকার কথা কিন্তু আলোচিত ডিজাইনে মোট খন্ডের পরিমাণ ৪×৪ = ১৬টি। তাই এ ডিজাইনকে অসম্পূর্ণ ত্রি-মুখী ডিজাইন বলা হয়।

বিশ্লেষণ

লাতিন বর্গ ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত উপাত্তকে আমরা নিম্নলিখিত মডেলের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারি।

$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k \in_{ijk}$;

$i = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots l$

$j = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots l$

$k = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots l$

এখানে l টি চর্যা নিয়ে $l \times l$ লাতিন বর্গ ডিজাইন একটি পরীক্ষা পরিচালনা করা হয়েছে।

X_{ijk} = K তম চর্যার j তম স্তম্ভের i তম সারির উৎপাদন

α_i = i তম সারির প্রভাব

β_j = j তম স্তম্ভের প্রভাব

γ_k = K তম চর্যার প্রভাব

$\in_{ijk}$ = দৈব বিচ্যুতি

প র্বানুমান (Assumption)

- দৈব বিচ্যুতি $\in_{ijk}$ পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে i.e. $\in_{ijk} \sim \text{iid}\ (0.\sigma^2)$
- প্রভাব উৎসগুলো পরস্পরের মধ্যে স্বাধীন।
- প্রভাব উৎসগুলো গাণিতিক যোগসূত্র অনুসরণ করে।

এখন, নূন্যতম বর্গ পদ্ধতি [least square method] এর সাহায্য নিয়ে μ , α_i , β_j এবং γ_k এর মান নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে ক্রটি বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি নূন্যতম, অর্থাৎ

$$S = \left[\sum_{i=\square}^{l}\sum_{j=\square}^{l}\sum_{k=\square}^{l} \in_{ijk}^{\square}\right]^{\square} = \square \sum_{i=\square}^{l}\sum_{j=\square}^{l}\sum_{k=\square}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right]^{\square}$$

μ, α_i, β_j, এবং γ_k এর মান বের করার জন্য S কে differentiate করতে হবে পর্যায়ক্রমে μ, α_i, β_j, এবং γ_k দ্বারা

$$\Rightarrow \frac{\delta s}{\delta \mu} = \square\left[\sum_{i=\square}^{l}\sum_{j=\square}^{l}\sum_{k=\square}^{l}(X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k)\right] = \square$$

$$\Rightarrow \sum_{i=\square}^{l}\sum_{j=\square}^{l}\sum_{k=\square}^{l}(X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k) = \square \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

$$\frac{\delta s}{\delta \alpha_i} = -2\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

$$\frac{\delta s}{\delta \beta_j} = -2\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iii)}$$

$$\frac{\delta s}{\delta \gamma_k} = -2\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\left[X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k\right] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iv)}$$

সমাধান করে পাই -

(i) নং সমীকরণ থেকে

$$\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}(X_{ijk} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k) = 0$$

$$\text{or, } \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{l} X_{ijk} = \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{l}(\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k)$$

$$\Rightarrow X\ldots = l^2\mu + l\sum_{i=1}^{l}\alpha_i + l\sum_{j=1}^{l}\beta_j + l\sum_{k=1}^{l}\gamma_k$$

(ii), (iii) এবং (iv) নং সমীকরণ হতে পাই

অনুরূপভাবে,

$$X_{i..} = l\mu + l\alpha_i + \sum_{j=1}^{l}\beta_j + \sum_{k=1}^{l}\gamma_k$$

$$X_{.j.} = l\mu + \sum_{j=1}^{l}\alpha_i + l\beta_j + \sum_{k=1}^{l}\gamma_k$$

$$X_{..k} = l\mu + \sum_{j=1}^{l}\alpha_i + \sum_{k=1}^{l}\beta_j + l\gamma_k$$

প্রাপ্ত মানগুলোতে $\sum_{j=1}^{l}\alpha_i = \sum_{j=1}^{l}\beta_j = \sum_{k=1}^{l}\gamma_k = 0$

শর্ত আরোপ করে পাই-

$$\hat{\mu} = \overline{X}\ldots$$
$$\hat{\alpha}_i = \overline{X}_{i..} - \overline{X}\ldots$$
$$\hat{\beta}_j = \overline{X}.j. - \overline{X}\ldots$$
$$\hat{\gamma}_k = \overline{X}..k - \overline{X}\ldots$$

এখানে $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j, \hat{\gamma}_k$ যথাক্রমে $\mu, \alpha_i, \beta_j, \gamma_k$ এর প্রাক্কলিত মান।

মোট বর্গ সমষ্টিকে আমরা নিম্নলিখিতভাবে বিভাজন করতে পারি -

$$\sum_{i=\Box}^{l}\sum_{j=\Box}^{l}\sum_{k=\Box}^{l}\left[X_{ijk} - \overline{X}_{\ldots}\right]^{\Box}$$
$$= \sum_{i=\Box}^{l}\sum_{j=\Box}^{l}\sum_{k=\Box}^{l}\left[(\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{\ldots}) + (\overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{\ldots}) + (\overline{X}_{..k} - \overline{X}_{\ldots}) + (X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k} + \Box\overline{X}_{\ldots})\right]^{\Box}$$
$$= l\sum_{i=\Box}^{l}(\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box} + l\sum_{j=\Box}^{l}(\overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box} + l\sum_{k=\Box}^{l}(\overline{X}_{..k} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box}$$
$$+ \sum_{i=\Box}^{l}\sum_{j=\Box}^{l}\sum_{k=\Box}^{l}(X_{ijk} - \overline{X}_{i..} - \overline{X}_{.j.} - \overline{X}_{..k} + \Box\overline{X}_{\ldots})^{\Box} + 0$$

[∵ গুণফলের সমষ্টি পদের মান শূন্য]

অতএব, মোট বর্গ সমষ্টি = সারির বর্গ সমষ্টি + স্তম্ভের বর্গ সমষ্টি + চর্যার বর্গসমষ্টি + বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি

এখানে,

সারির বর্গ সমষ্টি, $SST_{\text{সারি}} = l\sum_{i=\Box}^{l}(\overline{X}_{i..} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box}$

$$= \frac{\sum X_{i..}^{\Box}}{l} - \frac{\left[\sum_{i=\Box}\sum_{j=\Box}\sum_{k=\Box} X_{ijk}\right]^{\Box}}{l^{\Box}}$$

স্তম্ভের বর্গ সমষ্টি, $SST_{\text{স্তম্ভ}} = l\sum_{j=\Box}^{l}(\overline{X}_{j..} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box}$

$$= \frac{\sum X_{j..}^{\Box}}{l} - \frac{\left[\sum_{i=\Box}^{l}\sum_{j=\Box}^{l}\sum_{k=\Box}^{l} X_{ijk}\right]^{\Box}}{l^{\Box}}$$

চর্যার বর্গ সমষ্টি, $SST_{\text{চর্যা}} = l\sum_{k=\Box}^{l}(\overline{X}_{..k} - \overline{X}_{\ldots})^{\Box}$

$$= \frac{\sum_{k=\Box}^{l} X_{..k}^{\Box}}{l} - \frac{\left[\sum_{i=\Box}^{l}\sum_{j=\Box}^{l}\sum_{k=\Box}^{l} X_{ijk}\right]^{\Box}}{l^{\Box}}$$

এবং বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সসষ্টি - সারির বর্গ সমষ্টি – স্তম্ভের বর্গ সমষ্টি - চর্যার বর্গ সমষ্টি

বিশ্লেষণের মূল উদ্দেশ্য হলো নিুলিখিত অনুমান যাচাই করা।

অনুমান (Hypothesis)

১। H_0 t $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \alpha_l$; অর্থাৎ সকল সারির প্রভাব সমান কি না
H_A ঃ যে কোন একটির প্রভাব অসমান।

২। H_0 t $\beta_1 = \beta_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \beta_d$ অর্থাৎ সকল স্তম্ভের প্রভাব সমান।
H_A ঃ যে কোন একটির প্রভাব অসমান।

৩। H_0 t $\gamma_1 = \gamma_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \gamma_k$; অর্থাৎ সকল চর্যার প্রভাব সমান।
H_A ঃ যে কোন একটির প্রভাব অসমান।

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি নিম্নে দেয়া হলো-

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	সারণি F
সারি	1 - ১	ঝঝঞ সারি	$MST_{সারি} = \frac{SST_{mwi}}{1 -}$	$F_{সারি} = \frac{MST}{MSE}$	$F_{(l-1),\ (l-1)(l-2)}$
স্তম্ভ	1 - ১	SST স্তম্ভ	$MST_{স্তম্ভ} = \frac{SST}{1 -}$	$F_{স্তম্ভ} = \frac{MST}{MSE}$	$F_{(l-1),\ (l-1)(l-2)}$
চর্যা	1 - ১	SST চর্যা	$MST_{চর্যা} = \frac{SST}{1 -}$	$F_{চর্যা} = \frac{MST}{MSE}$	$F_{(l-1),\ (l-1)(l-2)}$
বিচ্যুতি	(l-১) (ষ-২)	SSE	$MSE = \frac{SST}{(1 -)(1 -)}$		
মোট	l^2-১	SST			

উপর্যুক্ত ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি থেকে উল্লিখিত নাস্তিক কল্পনা যাচাই এর জন্য নির্ণেয় $F_{সাারি}$ $F_{স্তম্ভ}$ এবং $F_{চর্যা}$ নির্ণয় করতে হবে অতপর পর্যায়ক্রমে তাদের স্বাধীনমাত্রার এবং যথার্থতা মাত্রার (α = .০৫ অথবা α = .০১) F এর টেবিল থেকে প্রাপ্ত মানের চেয়ে বড় না ছোট তা তুলনা করতে হবে। যদি $F_{সাারি}$, $F_{স্তম্ভ}$ এবং $F_{চর্যা} \leq$ F সারণি থেকে প্রাপ্ত α% (l - ১) ও (l - ১) (l - ২) হয় তবে বলব, নাস্তিক কল্পনা বাতিল নয় অথবা যদি $F_{সারি}$ $F_{স্তম্ভ}$ এবং $F_{চর্যা} \geq$ F সারণি থেকে প্রাপ্ত α% (l - ১) ও (l - ১) (l - ২) হয় তবে বলবো, নাস্তিক কল্পনা বাতিল।

লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধা

লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধাগুলো নিম্নে আলোচনা করা হলো -

- দ্বিমুখী স্তরীকরণ করা হয় তাই দুপ্রকার বহিরাগত ভেদাঙ্কে উৎসকে নিয়ন্ত্রণ করে।
- প্রাপ্ত তথ্যের বিশ্লেষণ সহজ।
- কোন তথ্য হারিয়ে গেলে বা বাদ পড়লে তা তুলনামূলকভাবে অন্য ডিজাইন থেকে সহজে নির্ণয় করা যায়।

- বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি থেকে সারি এবং স্তম্ভের বর্গ সমষ্টি বিয়োগ করার ফলে বিচ্যুতির গড় বর্গ সমষ্টির মান কম হয়।
- কৃষি খামারে এ ডিজাইন ব্যবহার অতি সহজ।

লাতিন বর্গ ডিজাইনের অসুবিধা

লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধা থাকা সত্ত্বেও অসুবিধা অনেক ক্ষেত্রে সৃষ্টি হয়। অসুবিধাগুলো নিম্নে আলোচনা করা হলো-

- সারি ও স্তম্ভের বেশি চর্যা নিয়ে এ ডিজাইন প্রয়োগ করা সম্ভব নয়।
- চর্যার সংখ্যা কম হলে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি মাত্রা কম হবে।
- চর্যা, সারি এবং স্তম্ভের মিশ্র ক্রিয়া নেই ধরা হয় কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে মিশ্রক্রিয়া থাকায় সঠিক ফল পাওয়া কঠিন হয়।

উদাহরণ ১

বাংলাদেশ ধান গবেষণা ইনস্টিটিউট একটি পরীক্ষণে লাতিন বর্গ ডিজাইন প্রয়োগ করেছে। পরীক্ষণের উদ্দেশ্যে বিভিন্ন ধরনের কাদামাটিতে ধানের প্রভাব জানা। বিভিন্ন ধরনের কাদামাটির তৈরির নমুনা নিম্নে দেয়া হলো -

A ঃ কাদামাটি ছাড়া B ঃ ১০ ভাগ কাদামাটি প্রতি একরে

C ঃ ২০ ভাগ কাদামাটি প্রতি একরে D ঃ ৩০ ভাগ কাদামাটি প্রতি একরে

জমিটি ৮ মিটার $\times$ ৮ মিটার নিয়ে তৈরি করা হলো এবং উৎপাদন নিচে দেয়া গেল -

সারি \ স্তম্ভ	I	II	III	IV
I	D (29.1)	B (18.9)	C (29.4)	A (5.7)
II	C (16.4)	A (10.2)	D (21.2)	B (19.1)
III	A (5.4)	D (38.8)	B (24.0)	C (37.0)
IV	B (24.9)	C (41.7)	D (9.5)	D (28.9)

১. ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ করুন।

২. সারি, স্তম্ভের ধানের উৎপাদনের প্রভাব যাচাই করুন।

সমাধান

লাতিন বর্গ ডিজাইনের গাণিতিক মডেল থেকে পাই -

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \in_{ijk}$$

$i = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$

$j = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$

$k = 1, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$

μ = সাধারণ গড়

α_i = সারির প্রভাব

β_j = স্তম্ভের প্রভাব

γ_k = চর্যার প্রভাব

$\in_{ijk}$ = দৈব বিচ্যুতি

পূর্বানুমান (Assumption)

- দৈব ত্রুটি পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে
- সারি, স্তম্ভ এবং ধানের পরস্পর স্বাধীন
- সারি, স্তম্ভ এবং ধান গাণিতিক যোগমূত্র মেনে চলে

গণনা পদ্ধতি ঃ তথ্যগুলোকে নিম্নভাবে সাজানো হলো -

সারি \ স্তম্ভ	I	II	III	IV	সারির যোগফল
I	D (29.1)	B (18.9)	C (29.4)	A (5.7)	83.1
II	C (16.4)	A (10.2)	D (21.2)	B (19.1)	66.9
III	A (5.4)	D (38.8)	B (24.0)	C (37.0)	105.2
IV	B (24.9)	C (41.7)	D (9.5)	D (28.9)	105.0
স্তম্ভের যোগফল	75.8	109.6	84.7	90.7	360.2

এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে ধানের উৎপাদনের যোগফল-

A = 30.8 B = 86.9 C = 124.5 D = 118.0

এখন, সারির বর্গ সমষ্টি $= \frac{83.1^2 + 66.9^2 + 105.2^2 + 105.0^2}{4} - \frac{(3602)^2}{16}$

= [illegible]

= ৮৩৬৮.৪ - ৮১০৯.০০২৫ = ২৫৯.৩৯৭৫

স্তম্ভের বর্গ সমষ্টি = [illegible]

= [illegible]

= ৮২৬৪.২৭৫ - ৮১০৯.০০২৫ = ১৫৫.২৭২৫

ধানের বর্গ সমষ্টি = [illegible]

= [illegible]

= ৯৪৮১.১২৫ - ৮১০৯.০০২৫ = ১৩৭২.১১২৫

মোট বর্গ সমষ্টি = [২৯.১^২ + ১৮.৯^২ + ... + ৯.৫^২ + ২৮.৯^২] - [illegible]

= ১০০৫২.০৮ - ৮১০৯.০০২৫ = ১৯৪৩.০৭৭৫

∴ বিচ্যুতি বর্গ সমষ্টি = ১৯৪৩.০৭৭৫ - ২৫৯.৩৯৭৫ - ১৫৫.২৭২৫ - ১৩৭২.১২২৫

= ১৫৬.২৮৫

অনুমান (Hypothesis)

১। H_0 : সারির প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়
H_a : সারির প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ
২। H_0 : স্তম্ভের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়
H_A : স্তম্ভের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ
৩। H_0 : ধানের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়
H_A : ধানের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা df	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	F টেবিল
সারি	৪ - ১ = ৩	২৫৯.৩৯৭৫	৮৬.৪৬৫৮	৩.৩১	$F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬
স্তম্ভ	৪ - ১ = ৩	১৫৫.২৭২৫	৫১.৭৫৭৫	১.৯৮৭	$F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬
ধান	৪ - ১ = ৩	১৩৭২.১১২৫	৪৫৭.৩৭০৮	১৭.৫৫৯	$F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬
বিচ্যুতি	(৪-১)(৪-২)= ৬	১৫৬.২৮৫	২৬.০৪১৬		
মোট	১৬ - ১ = ১৫	১৯৪৩.০৭৭৫			

এন্তব্যঃ সারণি থেকে পাই,

১. $F_{সারি}$ = ৩.৩১ যাহা $F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬ মান থেকে ছোট অর্থাৎ সারি প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়।
২. $F_{স্তম্ভ}$ = ১.৯৮৭ যাহা $F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬ মানের ছোট, অর্থাৎ স্তম্ভ প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়।
৩. $F_{ধান}$ = ১৭.৫৫৯ যাহা $F_{.০৫;:৩,৬}$ = ৪.৭৬ মানের চেয়ে অনেক বড় অর্থাৎ ধানের প্রভাব অত্যন্ত তাৎপর্যপূর্ণ।

উদাহরণ ২

৪টি প্রোটিনের কার্যকারিতা যাচাই করার জন্য প্রোটিনগুলোর একটি মাত্রা ১৬টা মুরগীকে খাওয়ার ব্যবস্থা করা হলো। মুরগীগুলোর মধ্যে প্রত্যেক জাতের ৪টি করে মোট ৪ জাতের মুরগী ছিল। আবার প্রত্যেক জাতের মুরগী ৪ প্রকার বয়সের ব্যবধান ছিল। পরীক্ষাটি লতিন বর্গ ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত মুরগীর ওজন (gm) উপাত্ত নিম্নে দেয়া হলো।

- উপাত্তটির বিশ্লেষণ করুন
- সন্ধিক্ষণের নূন্যতম প্রভাব পার্থক্য নির্ণয় করুন
- কোন প্রোটিনের প্রভাব বেশি তাৎপর্যপূর্ণ নির্ণয় করুন

মুরগীর বর্ধিত ওজন (gm) এর উপাত্ত

জাত / বয়স	১	২	৩	৪
১	A(2)	B(5)	C(8)	D(6)
২	B(6)	C(7)	D(6)	A(3)
৩	C(8)	D(5)	A(3)	B(6)

৪	D(3)	A(4)	B(7)	C(9)

লাতিন বর্গ ডিজাইনের গাণিতিক মডেল থেকে পাই

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \in_{ijk}\;;\quad \begin{aligned} i &= 1,2,3,4;\\ j &= 1,2,3,4;\\ k &= 1,2,3,4. \end{aligned}$$

এখানে,

μ = সাধারণ গড়

α_i = মুরগীর প্রভাব

β_j = বয়সের প্রভাব

γ_k = প্রোটিনের প্রভাব

$\in_{ijk}$ = দৈব বিচ্যুতি

পূর্বানুমান (Assumption)

- দৈব বিচ্যুতি পরিমিত বিন্যাস মেনে চলে
- প্রভাবগুলো পরস্পর স্বাধীন
- প্রভাবগুলো গাণিতিক যোগসূত্র মেনে চলে।

গণনা পদ্ধতি

জাত / বয়স	1	2	3	4	মোট
1	2	5	8	6	$X_{.1.} = 21$
2	6	7	6	3	$X_{.2.} = 22$
3	8	5	3	6	$X_{.3.} = 12$
4	3	4	7	9	$X_{.4.} = 23$
মোট	$X_{1..} = 19$	$X_{2..} = 21$	$X_{3...} = 24$	$X_{4....} = 24$	$X_{....} = 88$

প্রোটিন A এর জন্য মোট উৎপাদন : 2 + 3 + 3 + 4 = 12

প্রোটিন B এর জন্য মোট উৎপাদন : 5 + 6 + 6 + 7 = 24

প্রোটিন C এর জন্য মোট উৎপাদন : 8 + 7 + 8 + 9 = 32

প্রোটিন D এর জন্য মোট উৎপাদন : 6 + 6 + 5 + 3 = 20

মোট বর্গ সমষ্টি $= \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{4} X_{ijk}^2 - \frac{\left[\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\sum_{k=1}^{4} X_{ijk}\right]^2}{N};\quad N=16$

$= ২^২+৫^২+ +৮^২+ \ldots\ldots\ldots\ldots + ৭^২ + ৯^২ - \frac{(৮৮)^২}{১৬}$

$= ৫৪৮ - \frac{৭৭৪৪}{১৬}$

$= ৫৪৮ - ৪৮৪ = ৬৪$

মুরগির বিভিন্ন জাতের জন্য বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{i=\text{[illegible]}} X_{\text{[illegible]}}^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}} - \frac{\left[\sum_{i=\text{[illegible]}}\sum_{j\text{[illegible]}}\sum_{k\text{[illegible]}} X_{ijk}\right]^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}}$

$= \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} - \frac{(\text{[illegible]})^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}}; \quad N = \text{[illegible]}$

$\sum\sum\sum X_{ijk} =$ ৭৭৪৪

$= \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} - \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$

= ৪৮৮.৫ - ৪৮৪ = ৪.৫

মুরগীর বিভিন্ন বয়সের জন্য বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{j=\text{[illegible]}} X_{\text{[illegible]}}^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}} - \frac{\left[\sum_{i=\text{[illegible]}}\sum_{j\text{[illegible]}}\sum_{k\text{[illegible]}} X_{ijk}\right]^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}}$

$= \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} - \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$; ঘ = ১৬;

$\sum\sum\sum X_{ijk} =$ ৭৭৪৪

= ৪৮৪.৫ - ৪৮৪ = ০.৫

প্রোটিন এর জন্য বর্গ সমষ্টি $= \frac{\sum_{k=\text{[illegible]}} X_{\text{[illegible]}}^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}} - \frac{\left[\sum_{i=\text{[illegible]}}\sum_{j\text{[illegible]}}\sum_{k\text{[illegible]}} X_{ijk}\right]^{\text{[illegible]}}}{\text{[illegible]}}$

; ঘ = ১৬ ; ষ = ৪ ; $\sum\sum\sum X_{ijk} =$ ৭৭৪৪

$= \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} - \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$

= ৫৩৬ - ৪৮৪ = ৫২

বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - মুরগীর জাতের জন্য বর্গ সমষ্টি - মুরগীর জাতের জন্য বর্গসমষ্টি - প্রোটিনের জন্য বর্গ সমষ্টি

= ৬৪.০ - ৪.৫ - ০.৫ - ৫২.০

= ৭.০

অনুমান (Hypothesis)

১। H_0 ঃ মুরগীর জাতের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A ঃ মুরগীর জাতের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

২। H_0 ঃ মুরগীর বয়সের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A ঃ মুরগীর বয়সের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

৩। H_0 ঃ প্রোটিনের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়

H_A ঃ প্রোটিনের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ

ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ সারণি

ভেদাঙ্কের উৎস	স্বাধীনতার মাত্রা	বর্গ সমষ্টি	গড় বর্গ সমষ্টি	নির্ণেয় F	F টেবিল থেকে প্রাপ্ত মান
মুরগীর উৎস	4-1= 3	4.5	1.50	$F_{জাত}$ = 1.28	$F_{.05;3.6}$ = 4.76
মুরগীর বয়স	4-1= 3	0.5	0.17	$F_{বয়স}$ = 0.14	$F_{.05;3.6}$ = 4.76
প্রোটিন	4-1= 3	52	17.33	$F_{প্রোটিন}$ = 18.81	$F_{.05;3.6}$ = 4.76
বিচ্যুতি	(4-1)(4-1)=6	7	1.17		
মোট	16-1 = 15				

মন্তব্য ঃ ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ টেবিল হতে পাই -

১। নির্ণেয় $F_{জাত}$ = ১.২৮, ৩ এবং ৬ স্বাধীন মাত্রার ০.০৫ যথার্থতার মাত্রায় F এর সারণিকৃত মান ৪.৭৬ যাহা নির্ণেয় $F_{জাত}$ এর মানের চেয়ে বড় অর্থাৎ $F_{জাত}$ নাস্তিক কল্পনা তাৎপর্যপূর্ণ নয়। অতএব মুরগীর জাতের প্রভাব তাৎপর্যপ র্ণ নয়।

২। নির্ণেয় $F_{বয়স}$ = ০.১৪, ৩ এবং ৬ স্বাধীন মাত্রায় .০৫ যথার্থতার মাত্রায় F এর সারণিকৃত মান ৪.৭৬ যাহা F এর মানের চেয়ে বড় অর্থাৎ $F_{বয়স}$ এর নাস্তিক কল্পনা তাৎপর্যপূর্ণ নয়। অতএব মুরগীর বয়সের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ নয়।

৩। নির্ণেয় $F_{প্রোটিন}$ = ১৮.৮১, ৩ এবং ৬ স্বাধীন মাত্রায় $F_{প্রোটিন}$ এর মানের চেয়ে খুবই ছোট অর্থাৎ $F_{প্রোটিন}$ এর নাস্তিক কল্পনা খুবই তাৎপর্যপূর্ণ। অতএব প্রোটিনের প্রভাব মুরগীর ওপর তাৎপর্যপূর্ণ।

সন্ধিক্ষণের নূন্যতম মান (C.D) নির্ণয়

যেহেতু প্রোটিনের প্রভাব বিদ্যমান। তাই আমরা দেখবো কোন কোন ধরনের প্রোটিনের মানের জন্য প্রভাব সন্ধিক্ষণের ন ন্যতম মান।

$S.E = MSE\sqrt{\frac{[illegible]}{m}}$; m = প্রোটিনের সংখ্যা

= ১.০৮০২ $\sqrt{\frac{[illegible]}{[illegible]}}$; $\delta_{ব}^{২}$ = ১.১৬৬৬৬৭

= ০.৭৬৩৭

∴ সন্ধিক্ষণের নূন্যতম প্রভাব = S.E × $ঃ_{.০৫;৪}$

= ০.৭৬৩৭ × ২.৭৭৬ ; $ঃ_{.০৫;৪}$ = ২.৭৭৬

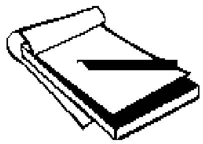
= ২.১২০২

বিভিন্ন প্রোটিনের মানের ক্রম অনুসারে গড়ের সারণি

গড় (প্রোটিন)	গড় পার্থক্য	সন্ধিক্ষণের নূন্যতম প্রভাব
প্রোটিন C = ৮	২	
প্রোটিন B = ৮	১	২.১২০২

প্রোটিন D = ৮ প্রোটিন A = ৮	২	

উপরিউক্ত সারণি হতে দেখা যায় প্রোটিন B এর প্রভাব সবচেয়ে নূন্যতম।

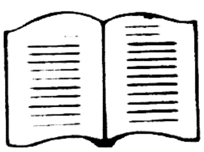


অনুশীলন (Activity) : *বাংলাদেশ কৃষি বিশ্ববিদ্যালয়ের মাৎস্য বিজ্ঞান অনুষদের একটি গবেষণায় ৪ টি খাদ্যের কার্যকারিতা যাচাই করার লক্ষ্যে নির্দিষ্ট মাত্রার খাবার ১৬ টি মাছকে খাওয়ানোর ব্যবস্থা করা হয়েছিল। মাছগুলোর মধ্যে একই প্রজাতির ৪ টি করে ৪ টি ভিন্ন প্রজাতির মাছ ছিল। আবার একই প্রজাতির মাছ ৪ টি একই আকারের ছিল। পরীক্ষাটিতে লাতিন বর্গ ডিজাইন থেকে প্রাপ্ত মাছের ওজন (gm) এর উপাত্ত নিম্নে দেয়া হলো-*

- *উপাত্তটি বিশ্লেষণ করুন।*
- *খাদ্যের প্রভাব তাৎপর্যপূর্ণ কি না যাচাই করুন।*

মাছের ওজন (gm) এর উপাত্ত

জাত / আকার	১	২	৩	৪
১	A(10)	B(7)	C(9)	D(8)
২	B(5)	C(9)	D(4)	A(6)
৩	C(8)	D(4)	A(3)	B(5)
৪	D(9)	A(7)	B(6)	C(4)



সারমর্ম ঃ ভেদাঙ্কের একটি উৎসের লম্বালম্বিভাবে সারি ও আরেকটি উৎসের লম্বালম্বিভাবে স্তম্ভ তৈরি করতে হয়। তার পর বর্গগুলোকে সারি ও স্তম্ভে একটি চর্যা একবারের বেশি প্রয়োগ করা না হয়। চর্যাগুলোকে উপরিউক্তভাবে প্রয়োগ করা হলে প্রাপ্ত ডিজাইনকে লাতিন বর্গ ডিজাইন বলা হয়। লাতিন বর্গ ডিজাইনের সুবিধাগুলো হলো- এ ডিজাইনে দ্বিমুখী স্তরীকরণ করা হয় তাই দুপ্রকার বহিরাগত ভেদাঙ্কের উৎসকে নিয়ন্ত্রণ করে। প্রাপ্ত তথ্যের বিশ্লেষণ সহজ, কোন তথ্য হারিয়ে গেলে বা বাদ পড়লে তা তুলনামূলকভাবে অন্য ডিজাইন থেকে সহজে নির্ণয় করা যায়। লাতিন বর্গ ডিজাইনের অসুবিধাগুলো হলো- সারি ও স্তম্ভের বেশি চর্যা নিয়ে এ ডিজাইন প্রয়োগ করা সম্ভব নয়। চর্যার সংখ্যা কম হলে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টির মাত্রা কম হবে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৫

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (√) দিন।

১। কোন্ ক্ষেত্রে লাতিন বর্গ ডিজাইন ব্যবহার করতে হয়?
- ক) পরীক্ষণের এককগুলোতে ত্রিমুখী ভেদাংকের উৎস থাকলে
- খ) পরীক্ষণের এককগুলোতে দ্বিমুখী ভেদাংক উৎস থাকলে
- গ) পরীক্ষণের এককগুলোতে একমুখী ভেদাংক উৎস থাকলে
- ঘ) পরীক্ষণের এককগুলোতে চতুর্থমুখী ভেদাংক উৎস থাকলে

২। লাতিন বর্গ ডিজাইনকে কী বলা হয়?
- ক) সম্পূর্ণ ডিজাইন
- খ) বর্গ ডিজাইন
- গ) অসম্পূর্ণ ত্রিমুখী ডিজাইন
- ঘ) অসম্পূর্ণ দ্বি-মুখী ডিজাইন

৩। চারটি চর্যাযুক্ত লাতিন বর্গ ডিজাইনে মোট খন্ডের সংখ্যা কতটি?
- ক) ৩৬ টি
- খ) ৬৪ টি
- গ) ১৬ টি
- ঘ) ৫৬ টি

চূড়ান্ত মূল্যায়ন - ইউনিট ৭

সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নাবলী

১। ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণের সংজ্ঞা লিখুন। ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণের অনুমানগুলো বর্ণনা করুন।
২। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের সংজ্ঞা লিখুন। এর সুবিধা ও অনুসবিধা বর্ণনা করুন।
৩। সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের সংজ্ঞা লিখুন। ইহার সুবিধা ও অসুবিধাগুলো বর্ণনা করুন।
৪। লাতিন বর্গ ডিজাইনের সংজ্ঞাসহ ব্যাখ্যা করুন। সন্ধিক্ষণের নূন্যতম প্রভাব পার্থক্য নির্ণয় পদ্ধতি লিখুন।
৫। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইন ও লাতিন বর্গ ডিজাইনের মধ্যে পার্থক্যগুলো লিখুন। দৈবায়িত ব্লক ডিজাইনের ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ আলোচনা করুন।
৬। ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণের অনুমানগুলো লিখুন। লাতিন বর্গ ডিজাইনের উপাত্তের বিশ্লেষণের বিভিন্ন ধাপগুলো আলোচনা করুন।
৭। সম্পূর্ণ দৈবায়িত ডিজাইনের ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ বিভিন্ন ধাপ আলোচনা করুন।

উত্তরমালা - ইউনিট ৭

পাঠ ৭.১
১। গ ২। ঘ ৩। খ ৪। ক

পাঠ ৭.২
১। গ ২। খ ৩। ক

পাঠ ৭.৩
১। গ ২। ক ৩। খ

পাঠ ৭.৪
১। গ ২। খ ৩। গ

পাঠ ৭.৫
১। খ ২। ঘ। ৩। গ

তথ্যসূত্র

আহমেদ, k: আধুনিক পরিসংখ্যান।

ভূঞা, কে. সি. ও মতিন, এম.এ: মৌলিক পরিসংখ্যান, সাহিত্য প্রকাশনী।

মিয়া, ম. আ. ও মিয়ান, ম. আ. : পরিসংখ্যান পরিচিতি।

Bailey, T. J. : Statistical Methods in Biology (3rd E.D), Cambridge University press.

Bhat. B.R. : Modern Probability Theory. 1981.

Brunk, H. : An Introduction to Mathematical Statistics. Girnl Co., Boston 1980.

Chow, Y.S. : Probability Theory, 1979.

Cochran, M.G. & Cox, M.G. : Experimental Design, New York, Wiley (1957).

Cramer, H. : Mathematical Methods of Statistics, princlton University press.

Eason, G. : Mathematics and Statistics for Bio-Science, 1980.

Euglewood Cliff N. J. : General Statistics, Prentice-Hall Inc. 1967.

Fisher, R. A. : Statistical Methods, Experimental Design, and Scientific inference, Oxford University Press (1990).

Goulden, C. H. : Methods of Statistical Analysis, Modern Asia Edition John Wiley and Sons. Inc. 1952.

Gupta, S.C. & Kapoor, V.K. : Fundamentals of Mathematical Statistics. Sultan Chand and Sons, Delhi, India.

Gupta, S.C. : Statistical Methods. Sultan Chand and Sons, Delhi, India.

Guilford, J. P. & Fruchter, B. : Fundamental Statistics in Psychology and Education, New York, McGraw-Hill (1973).

Harnett, D.L : Introductory Statistical Analysis 2nd ediction 1980.

Horton, R. L. : The General Linear Model, , New York, McGraw-Hill, International (1978).

Kendall, M.G and Stuart, A. The Advanced Theory of Statisties, Vol. 1,2, and 3 charles, Griffin and Co. Ltd.

Mood, A. M and Graybill, F. A : An Introduction to the Theory of Statistics. McGrow-Hill Book Com. 2nd edition, 1963.

Mostafa, M.G. : Methods of Statistics.

Peers, S. I. : Statistical Analysis for Educational and Psychology Researcher. The Falmer press, London.

Williams, E. J: Regression Analysis, John Wiley and sons Inc. 1954.

Winner, B. J. : Statistical Principles in Experimental Design (2nd E.D.), New York, McGraw-Hill (1971).