ইউনিট ৪

বিস্তার পরিমাপ
(Measures of Dispersion)

ভূমিকা

পূর্ব ইউনিট থেকে আমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পদ্ধতিসমূহ সম্পর্কে জেনেছি। কিন্তু উক্ত পরিমাপগুলি এককভাবে সকল বৈশিষ্ট্যের পর্যবেক্ষণের যথার্থ মান উপস্থাপন করতে পারে না। তাই সকল বৈশিষ্ট্য ফুটিয়ে তুলতে কেন্দ্রীয় প্রবণতা ছাড়াও অন্যান্য পরিমাপের সাহায্য নিতে হয়। কোন তথ্য সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা পেতে কেন্দ্রীয় মানের পাশাপাশি কেন্দ্রীয় মান থেকে কতটা বিচ্যুত হয় তা জানা প্রয়োজন। এ বিস্তৃতী জানতে তার পরিমাপ নির্ণয় করা প্রয়োজন। এ ইউনিটে বিস্তার পরিমাপ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এ ইউনিট শেষে আপনি বলতে পারবেন–

- ☞ বিস্তারের সংজ্ঞা;
- ☞ বিস্তারের প্রকারভেদ;
- ☞ বিস্তারের পরিমাপসমূহ;
- ☞ বিস্তার সম্পর্কিত বিভিন্ন উপপাদ্য ও তাঁর সমাধান।
- ☞ ঘটন সংখ্যা বিন্যাস রেখা সম্পর্কে।

পাঠ-৪.১ বিস্তার ও বিস্তারের পরিমাপসমূহ (Dispersion and Measures of dispersion)

ভূমিকা

বিস্তার পরিমাপ হ'ল তথ্যসমূহের কেন্দ্রীয় মান থেকে বিস্তৃতির বা ভেদের পরিমান। বিস্তার পরিসংখ্যানের একটি অন্যতম পরিমাপক পদ্ধতি। এ পাঠে বিস্তার ও বিস্তারের প্রকারভেদ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন–

☞ বিস্তারের সংজ্ঞা;
☞ বিস্তারের প্রকারভেদ;
☞ বিস্তারের পরিমাপকের প্রয়োজনীয়তা, সুবিধা ও অসুবিধা ইত্যাদি।

বিস্তার: তথ্যবিশ্ব হতে প্রাপ্ত তথ্য সর্বদা শুধুমাত্র কেন্দ্রীয় মানের দিকে কেন্দ্রীভূত হয় না, কেন্দ্রীয় বিন্দু থেকে বিচ্যুতও হয়। যেমন ধরুন, দুটি তথ্য সেট-

তথ্য সেট-১: ৪, ৫, ৬, ৭, ৮; $\overline{x_১} = ৬$; $n_১ = ৬$

তথ্য সেট-২ : ২, ৪, ৬, ৪, ৮, ১২; $\overline{x_২} = ৬$; $n_২ = ৬$

এখানে দুটি তথ্যের গড় সমান কিন্তু প্রথম সেট থেকে প্রাপ্ত তথ্যসমূহ কম পার্থক্যযুক্ত গড় থেকে আবার ২য় সেট এর তথ্যসমূহ অধিক পার্থক্যযুক্ত গড় থেকে বিস্তৃতি সব সময় সমান থাকে না যদিও গড় একই। তথ্য সংখ্যা যখন অনেক বেশি হয় তখন এ বিস্তৃতি আরও বৃদ্ধি পায়, তাই বিস্তৃতির পরিমান পরিসংখ্যান বিজ্ঞানে খুবই প্রয়োজন। বিস্তার বলতে আমরা বুঝি কেন্দ্রীয় মান থেকে তথ্যসমূহের বিচ্যুতির পরিমান।

বিস্তার পরিমাপ: যে পদ্ধতি দ্বারা বিস্তার পরিমাপ করা হয় তাকে বিস্তার পরিমাপক বলে। কিভাবে তথ্যমানসমূহ পরস্পর থেকে বিক্ষিপ্ত হয়ে আছে তার বিভিন্ন মাত্রা বিস্তার পরিমাপক দ্বারা জানা যায়। বিস্তার পরিমাপের প্রকারভেদ:

বিস্তার পরিমাপ দুই প্রকার-

১। পরম বিস্তার পরিমাপ;
২। আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ।

১। পরম বিস্তার পরিমাপ:

পরম বিস্তার পরিমাপের ক্ষেত্রে তথ্যমান ও বিস্তারের একক একই থাকবে। উদাহারণস্বরূপ, কোন কারখানার শ্রমিকের আয়ের তথ্য টাকায় হলে বিস্তারের একক হবে টাকায়।

২। আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ:

যে পরিমাপ কোন একটি বিস্তার পরিমাপ ও কেন্দ্রীয় পরিমাপের সাথে তুলনা করে নির্ণয় করা হয় তাকে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ বলা হয়। আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ একক বিহীন সংখ্যা, একে শতকরা বা অনুপাত আকারে প্রকাশ করা যায়।

বিস্তার পরিমাপের গুণাবলী: বিস্তার পরিমাপের গুনাবলীগুলো নিম্নে বর্ণনা করা হল:

- বিস্তার পরিমাপটি সহজ হবে;
- তথ্যসমূহের প্রান্তিক মান দিয়ে প্রভাবিত হবে না;
- গাণিতিক প্রক্রিয়ায় নির্ণয় করা সম্ভব হবে;
- বিস্তার পরিমাপে মান নির্ণয়ে প্রতিটি তথ্য সারির প্রতিটি মান ব্যবহৃত হবে;
- অতিরিক্ত গাণিতিক গণনাকার্যে এর ব্যবহার সুবিধা জনক হবে।

বিস্তার পরিমাপের গুরুত্ব:
বিস্তার পরিমাপের গুরুত্বসমূহ নিম্নে দেওয়া হল:

- বিস্তার পরিমাপ তথ্যসমূহের ভেদ নিয়ন্ত্রনে সাহায্যে করে।
- গড় নিবেশনের সংখ্যামান কতটুকু প্রতিনিধিত্বশীল তা জানার জন্য বিস্তার পরিমাপ জানা প্রয়োজন।
- বিস্তার পরিমাপের সাহয্যে বিভিন্ন তথ্যসমূহের তুলনামুলক চিত্র পাওয়া সম্ভব হয়।
- বিশ্লেষণের সময় নিম্নসীমা ও উর্ধ্বসীমা নির্ণয় করা সম্ভব হয়।
- বিভিন্ন রকম পরিসংখ্যানিক যথার্থতা নির্ণয়ে বিস্তার পরিমাপ ব্যবহার করা হয়।

পরম বিস্তার পরিমাপের প্রকারভেদ:
আমরা আগেই জেনেছি, পরম বিস্তার পরিমাপের ক্ষেত্রে তথ্যমানের এবং বিস্তারের একক একই। বিস্তার পরিমাপ পাঁচ ধরনের:

১। পরিসর (Range)
২। গড় ব্যবধান (Mean deviation)
৩। চতুর্থক ব্যবধান (Quartile deviation)
৪। পরিমিত ব্যবধান (Standard devialion)
৫। ভেদাঙ্ক (Variauce)

১। পরিসর (Range): পরিসর শব্দের অর্থ ব্যবধান অর্থাৎ তথ্যের সর্বোচ্চ মান থেকে সর্বনিম্ন মান-এর ব্যবধানকে পরিসর বলে। পরিসরকে সুত্রানুযায়ী লিখলে পাওয়া যায়-
পরিসর=সর্বোচ্চ মান-সর্বনিম্ন বিন্দু
বা R=H-L; যেখানে
R=পরিসর
H=সর্বোচ্চ মান
L=সর্বনিম্ন মান

উদাহরণ-১: কোন কারখানায় ১০ শ্রমিকের প্রতি ঘন্টায় আয়ের (টাকায়)

তথ্য:	১২	১৪	১৩	১৫	২০
	১৩	১৪	১৮	১৯	২৫

পরিসর নির্ণয় করুন।

সমাধান: শ্রমিকের আয়ের তথ্য থেকে দেখা যায়-
সর্বোচ্চ আয়= ২৫
সর্বনিম্ন আয়= ১২

$\therefore$ পরিসর, R=H-L =২৫-১২=১৩

$\therefore$ নির্ণেয় আয়ের পরিসর, ১৩

নিজে করুন: একটি T.V দোকানের এক মাসে, প্রতিদিনের T.V বিক্রয়ের সংখ্যা নিম্নে দেওয়া হল:
১৮, ১২, ২৫, ২০, ৩০, ১৫, ২০, ১০, ১৪, ২২, ১৮, ২৩, ১৯, ২২, ১৭, ১৬, ১৫, ২০, ২২, ১৮, ২১, ২৫, ১৩, ১২, ১০, ২০, ২৪, ২৫, ২৮, T.V বিক্রয়ের পরিসর নির্ণয় করুন।

পরিসরের সুবিধা:

পরিসরের সুবিধাগুলি দেওয়া হল:

- পরিসর সহজে পরিমাপ করা যায়;
- পরিসর নির্ণয়ের জন্য তথ্য রাশির বর্ণনার দরকার হয় না;
- কম পরিশ্রমে ও স্বল্প খরচে পরিসরের মাধ্যমে ধারনা পাওয়া যায়।

অসুবিধা: পরিসরের অসুবিধা:

পরিসরের অসুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- প্রান্তিক মান বা সীমা জানা না থাকলে পরিসর নির্ণয় করা সম্ভব নয়।
- তথ্য সারিতে অস্বাভাবিক বড় বা ছোট মান থাকলে পরিসর প্রতিনিধিত্ব করতে পারে না।
- পরিসর সব সময় তথ্য রাশির ব্যখ্যা দিতে পারে না।
- গাণিতিক ব্যবহারের ক্ষেত্রে উপযোগী নয়।

পরিসরের ব্যবহার:

পরিসরেরর ব্যবহারের বিভিন্ন ক্ষেত্র নিম্নে দেওয়া হল:

- দৈনিক পণ্য দ্রব্যের মূল্যের হ্রাস-বৃদ্ধি পরিমাপে পরিসর সহায়ক;
- পণ্যের উৎপাদনের ক্ষেত্রে পণ্যের মান নিয়ন্ত্রণের জন্য পরিসর ব্যবহার করা হয়;
- শেয়ার বাজারে উন্নতি বা অবনতি পরিমাপে পরিসরের ব্যবহার রয়েছে;
- বাজারে পণ্যের হ্রাস-বৃদ্ধির পার্থক্যের গতি, প্রকৃতি নির্ণয়ে পরিসর সহায়ক ভূমিকা পালন করে;
- বাণিজ্যিক বিশ্লেষণে সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে পরিসর প্রয়োজনীয়;
- আবহাওয়ার পূর্বাভাস দেওয়ার ক্ষেত্রে তাপমাত্রা ও বাতাসের জলবায়ুর শতকরা হার নির্ণয়ে পরিসর ব্যবহার করা হয়।

গড় ব্যবধান (Mean Deviation): গড় ব্যবধান বলতে প্রতিটি সংখ্যা মানের থেকে গড়ের পার্থক্যকে বুঝায়। সাধারণ গড় মান থেকে প্রতিটির তথ্যের পার্থক্যের যোগফল শুন্য হওয়ায় এ ব্যবধান গুলোর ঋণাত্মক মান ধরে নেওয়া হয়। এক্ষেত্রে পার্থক্য ব্যবধানকে দাড়ি চিহ্ন দিয়ে ধণাত্মক বা পরমমান বোঝানো হয়ে থাকে। অর্থাৎ গড় ব্যবধান এর সংজ্ঞা গড় ব্যবধান= $\frac{1}{\text{তথ্য সংখ্যা}}$ [| ব্যবধান এর সমষ্টি |]

যদি $x_১, x_২ \ldots\ldots x_n$; n টি তথ্যমান হয় এর গড় ব্যবধানকে MD দ্বারা প্রকাশ করলে, গড় ব্যবধান হবে

$$MD=\frac{1}{n}\sum_{i=১}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|; i = ১,২.....n$$

যেখানে n =তথ্য সংখ্যা

$\bar{x}$ = তথ্যের গড়

x_i =তথ্যসমূহ

উদাহরণ-২: কোন কারখানায় ১০ জন শ্রমিকের প্রতি ঘন্টার মুজুরি নিম্নে দেওয়া হল। গড় ব্যবধান নির্ণয় করুন।

তথ্য:	১২	১২	১৫	১৪	১২
	১৩	১০	১২	১০	১৫

সমাধান: শ্রমিকের প্রতি ঘন্টায় মুজুরীর গড়, $\bar{x} = \frac{\sum_{i=১}^{১০} \times i}{১০} = \frac{১২৫}{১০} = ১২.৫$

আমরা জানি গড় ব্যবধান

$$MD=\frac{1}{10}\sum_{i-1}^{10}\left|x_i - \bar{x}\right|$$

এখানে x_i- $\bar{x}$; -.৫, .৫, ২.৫, ১.৫, -.৫, .৫, -২.৫, -.৫, -২.৫,২.৫

$\therefore \left|x_i - \bar{x}\right|$=.৫, .৫, ২.৫, ১.৫, .৫, .৫,২.৫,.৫,২.৫, ২.৫

$\therefore MD=\frac{১}{১০}\times ১৪$

=১.৪

$\therefore$ নির্ণেয় গড় ব্যবধান ১.৫।

নিজে করুন: একটি ফার্মের পাঁচজন শ্রমিকের আয়ের (টাকা) তথ্য নিম্নে দেওয়া হল। তথ্য থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করুন:

৪০০০, ৪২০০, ৪৪০০, ৪৬০০, ৪৮০০

শ্রেণীকৃত নিবেশন থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:

যদি N সংখ্যক মানকে k শ্রেণী বিশিষ্ঠ ঘটনসংখ্যা নিবেশনে পরিণত করা যায় এবং x_i; i=১,২, ... k; শ্রেণীর মধ্যমান ও উক্ত শ্রেণীর ঘটন সংখ্যা f_i হয় তাহলে গড় ব্যবধানের সূত্রটি হবে:

গড় ব্যবধান, $MD=\frac{1}{N}\sum_{i=১}^{k} f_i\left|x_i - \bar{x}\right|; i = ১,২,....k$ এবং $\sum fi = N$

যেখানে, x_i = প্রতি শ্রেণীর মধ্যবিন্দু

$\bar{x}$ = তথ্যসমূহের গড়

f_i = প্রতি শ্রেণীর ঘটনসংখ্যা

N = মোট তথ্য সংখ্যা, $\sum fi = N$

উদাহরণ-৩: নিম্নের ঘটনসংখ্যা বিন্যাস থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করুন:

দ্রব্য বিক্রয় (হাজার টাকায়)	**দিনের সংখ্যা**
১০-২০ ২০-৩০	২ ৫

৩০-৪০	১০
৪০-৫০	৬
৫০-৬০	৪
৬০-৭০	২
৭০-৮০	১
মোট	**৩০**

সমাধান: তথ্যগুলি সাজিয়ে পাই-

দ্রব্য বিক্রয় (হাজার টাকায়)	**দিনের সংখ্যা**	**মধ্যবিন্দু**	$f_i x_i$	**ব্যবধান** $x_i-\bar{x}$	$f_i(\lvert x_i-\bar{x}\rvert)$	
১০-২০	২	১৫.০	৩০	-২৫	৫০	
২০-৩০	৫	২৫.০	২৫	-১৫	৭৫	
৩০-৪০	১০	৩৫.০	৩৫০	-৫	৫০	
৪০-৫০	৬	৪৫.০	২৭০	৫	৩০	$MD=\frac{১}{৩০}\times ৩৫০$
৫০-৬০	৪	৫৫.০	২২০	১৫	৬০	=১১.৬৬
৬০-৭০	২	৬৫.০	১৩০	২৫	৫০	
৭০-৮০	১	৭৫.০	৭৫	৩৫	৩৫	
মোট	N=৩০ দিন		১২০০		$\sum\left(f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert\right)$	

$$\bar{x}=\frac{\overset{N}{\Sigma} f_i x_i}{N}=\frac{১২০০}{৩০}=৪০$$

$\therefore$ গড় = $\bar{x}$, ৪০।

$\therefore$ MD=১১.৬৬

$\therefore$ নির্ণেয় গড় ব্যবধান- **১১.৬৬**

নিজে করুন: একটি শ্রমিক সংগঠন একটি অনুষ্ঠান উপলক্ষ্যে কিছু প্রধান শ্রমিকের পেনসন দিতে উদ্যোগ গ্রহন করেছে। যার তথ্য নিম্নে দেওয়া হল:

বয়স	**প্রতিমাসের পেনশন (টাকায়)**
৬০-৬৫	২৫০০
৬৫-৭০	৩০০০
৭০-৭৫	৩৫০০
৭৫-৮০	৪০০০
৮০-৮৫	৪৫০০

গড় ব্যবধান নির্ণয় করুন।

গড় ব্যবধানের সুবিধা:

গড় ব্যবধানের সুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- গড় ব্যবধান সহজে পরিমাপ করা যায়;
- গাণিতিকভাবে গড় ব্যবধান নির্ণয় করা যায়;
- দুই বা ততোধিক নিবেশণের তুলনা করা যায়;
- তথ্যসমূহের প্রত্যেকটি মান ব্যবহৃত হয়;
- প্রান্তীয় মানের দ্বারা কম প্রভাবিত হয়।

গড় ব্যবধানের অসুবিধাঃ

গড় ব্যবধানের অসুবিধাগুলি নিম্নে আলোচনা করা হলঃ

- গড় ব্যবধান নির্ণয় করতে ধনাত্মক মান অগ্রাহ্য করায় সঠিক নির্ণায়ক হয় না;
- তথ্যসমূহের সকল মান জানা না থাকলে গড় ব্যবধান নির্ণয় করা যায় না।

চতুর্থক ব্যবধান (Quartile Deviation)ঃ কোন তথ্যসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে সমান চারভাগে ভাগ করলে, প্রত্যেকটি ভাগকে চতুর্থক বলে। চতুর্থক ব্যবধান হল, প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থকের ব্যবধানের অর্ধেক অর্থাৎ

চতুর্থক ব্যবধান= $\frac{\text{৩য় চতুথক - ১ম চতুথক}}{২}$

যদি চতুর্থক ব্যবধানকে, Q_D দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাহলে,

$Q_D = \frac{Q_৩ - Q_১}{২}$ যেখানে

$Q_১$=১ম চতুর্থক

$Q_৩$=৩য় চতুর্থক

উদাহরণ-৪ঃ ১২টি দোকানের এক দিনের বিক্রয় (হাজার টাকা) তথ্য নিম্নে দেওয়া হলঃ

৮	৭	৬	৫	১১	১৩
১০	৯	৭	৬	১২	১৪

চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ তথ্যমানগুলিকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে পাই ৫, ৬, ৬, ৭, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪

মধ্যকমানঃ $\left(\frac{n}{2,}\frac{n}{2}+1\right)$তম পদ এর গড়

$\therefore Q_১ = \frac{৬+৭}{২} = ৬.৫$

$\therefore Q_২ = \frac{৮+৯}{২} = ১৬.৫$

এবং $Q_৩ = \frac{১১+১২}{২} = \frac{২৩}{২} = ১২.৫$

$\therefore$ $Q_১$=৬.৫ এবং $Q_৩$=১২.৫

$\therefore Q_D = \frac{Q_৩ - Q_১}{২} = \frac{১২.৫ - ৬.৫}{২}$

$$=\frac{৬.০}{২}=৩$$

$\therefore$ নির্ণেয় চতুর্থক ব্যবধান=৩।

নিজে করুন: ৭ জন শ্রমিকের ঘন্টা প্রতি মুজুরি নিম্নে দেওয়া হল:

১০	১২	১১	৯
৮	১৩	১১	

মুজুরির চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় করুন।

শ্রেণীকৃত তথ্য থেকে চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়: পূর্ব পাঠ থেকে আমরা চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ের সূত্র সম্পর্কে জেনেছি। চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ের সূত্রটি দেওয়া হল:

$$Q_i=L_i+\frac{\frac{i\times n}{৪}-F_c}{f_{Q_i}}\times c; i=১,২,৩ \text{ যেখানে}$$

$$\text{অতএব, } Q_১=L_১+\frac{\frac{১\times n}{৪}-F_c}{f_{Q_১}}\times c; i=১$$

$$Q_৩=L_৩+\frac{\frac{৩\times n}{৪}-F_c}{f_{Q_৩}}\times c; i=৩$$

$$\therefore \text{চতুর্থক ব্যবধান, } Q_D=\frac{Q_৩-Q_১}{২}; \text{ এখানে}$$

$Q_৩$ ও $Q_১$ এর মান শ্রেণীকৃত বিন্যাস থেকে বের করতে হবে।

উদাহরণ-৫: একটি কারখানার ২৯২ জন শ্রমিকের সাপ্তাহিক আয়ের তথ্য নিম্নে দেওয়া হল। চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় করুন।

সাপ্তাহিক আয় (টাকায়)	শ্রমিকের সংখ্যা
<৩৫০	৮
৩৫০-৩৭০	১৬
৩৭০-৩৯০	৩৯
৩৯০-৪১০	৫৮
৪১০-৪৩০	৬০
৪৩০-৪৫০	৪০
৪৫০-৪৭০	২২

সাপ্তাহিক আয় (টাকায়)	শ্রমিকের সংখ্যা
৪৭০-৪৯০	১৫
৪৯০-৫১০	১৫
৫১০-৫৩০	৯
৫৩০>	১০

সমাধান: চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য তথ্যগুলিকে সাজিয়ে পাই:

সাপ্তাহিক আয় (টাকায়)	শ্রমিকের সংখ্যা	জোঞ্জি গঠন সংখ্যা	নির্ণয় পদ্ধতি
<৩৫০	৮	৮	$Me = \frac{N}{২} = \frac{২৯২}{২} \leq F_c$ $\therefore Me$ শ্রেণী=১৪৬ $\therefore Q_2 = L + \frac{\frac{N}{2} - F_c}{fm} \times h$ $= ৪১০ + \frac{\frac{২৯২}{২} - ১২১}{৬০} \times ২০$ $=৪১০+৮.৩৩৩=৪১৮.৩৩$ $Q_১ = \frac{N}{৪} i$ তম তথ্য$= \frac{২৯২}{৪} = ৭৩$ তম সংখ্যা $\therefore Q_১ = ৩৯০ + \frac{\frac{N}{৪} i - F_c}{f_{Q_১}} \times h$ $= ৩৯০ + \frac{৭৩ \times ১ - ৬৩}{৫৮} \times ২০$ $=৩৯০+৩.৪৪৮=৩৯৩.৪৪০$ $Q_৩ = \frac{N}{৪} \times ৩ = ৭৩ \times ৩ = ২১৯$ তম তথ্য $Q_৩ = ৪৩০ + \frac{২১৯ - ১৮১}{৪৯} \times ২০$ $Q_৩=৪৩০+১৫.৫১=৪৪৫.৫১$
৩৫০-৩৭০	১৬	২৪	
৩৭০-৩৯০	৩৯	৬৩	
Q_i:৩৯০-৪১০	৫৮	১২১	
$Q_২$: ৪১০-৪৩০	৬০	১৮১	
$Q_৩$: ৪৩০-৪৫০	৪৯	২২১	
৪৫০-৪৭০	২২	২৪৩	
৪৭০-৪৯০	১৫	২৫৮	
৪৯০-৫১০	১৫	২৭৩	
৫১০-৫৩০	৯	২৮২	
৫৩০>	১০	২৯২	
	N=২৯২		

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধান$= \frac{Q_৩ - Q_১}{২}$

$= \frac{৪৪৫.৫১ - ৩৯৩.৪৪৮}{২}$

$= \frac{৫২.০৬২}{২}$

$=২৬.০৩১$

$\therefore$ নির্ণেয় চতুর্থক ব্যবধান=২৬.০৩১

নিজে করুন: একটি বহুমূখী কোম্পানির কতকগুলো দোকানের ২০০ দিনের বিক্রয় বিপর্যয় দেখানো হল। চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় করুন।

বিক্রয় বিপর্যয় (লক্ষ টাকা)	দোকানের সংখ্যা
৫-১০	৮
১০-১৫	১৮
১৫-২০	৪২
২০-২৫	৬২
২৫-৩০	৩০
৩০-৩৫	১০
৩৫>	৪
মোট=	N=১৭৪

চতুর্থক ব্যবধানের সুবিধা: চতুর্থক ব্যবধানের সুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- চতুর্থক ব্যবধান সহজেই গ্রাফ থেকে নির্ণয় করা যায়।
- বিস্তার পরিমাপের জন্য চতুর্থক ব্যবধান পরিসরের চেয়ে বেশি উত্তম।
- চতুর্থক ব্যবধান প্রান্তিক মান দ্বারা প্রভাবিত হয় না।
- ঘটনসংখ্যা বিস্তারের প্রকৃতি নির্ণয়ে চতুর্থক ব্যবধান অধিক উপযোগী।
- আসন বিন্যাসের ক্ষেত্রে চতুর্থক ব্যবধান অত্যন্ত কার্যকরী।

চতুর্থক ব্যবধানের অসুবিধা:

চতুর্থক ব্যবধানের অসুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- চতুর্থক ব্যবধান সকল তথ্যের প্রতিনিধিত্ব করে না
- গাণিতিক সুত্র ব্যবহার করা যায় না
- নমুনা বিচ্যুতির ক্ষেত্রে চতুর্থক ব্যবধান খুবই প্রভাবিত হয়।
- দুই বা ততোধিক অসম তথ্যসমূহের বিস্তার তুলনা করা সম্ভব হয় না।

চতুর্থক ব্যবধানের ব্যবহার:

চতুর্থক ব্যবধান একটি অবস্থান ভিত্তিক পরিমাপক। ব্যবসায়িক ও অর্থনৈতিক তথ্য বিশ্লেষনে চতুর্থক ব্যবধান অত্যন্ত কার্যকরী। বিশেষ করে বাজার দর উঠা-নামা ইত্যাদি ক্ষেত্রে ব্যবধান নির্ণয়ে ব্যবহার করা হয়।

সারসংক্ষেপ

বিস্তার পরিমাপ পরিসংখ্যান গবেষণার একটি অন্যতম পরিমাপক। তথ্য বিশ্লেষণের প্রকৃতি নির্ণয়ের ভিত্তি বিস্তার। ব্যবসায়িক, অর্থনৈতিক লেনদেন এর ক্ষেত্রে বিস্তারের ফলপ্রসু ব্যবহার রয়েছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়নঃ ৪.১

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পার্শ্বে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। তথ্যমানসমূহের কেন্দ্রের মান থেকে বিচ্যুতির পরিমানকে

ক. গড় খ. মধ্যক
গ. বিস্তার ঘ. প্রচুরক

২। পরিসর শব্দের অর্থ

ক. ব্যবধান খ. সংশ্লেষাঙ্ক
গ. প্রচুরক ঘ. নির্ভরাঙ্ক

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়

৩। গড় ব্যবধান সহজে পরিমাপ করা যায় না।
৪। চতুর্থক ব্যবধান প্রান্তিক মান দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

শুন্যস্থান পূরণঃ

৫। ______ = সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান।
৬। MD = ______________________ ।

বাক্য/শব্দ মিলানো

৭। গড় ব্যবধান সহজে পরিমাপ	ক) ব্যবহার করা যায় না
৮। চতুর্থক ব্যবধানে গাণিতিক সুত্র	খ) ভেদ নিয়ন্ত্রন করে
৯। বিস্তার পরিমাপ তথ্য সমূহের	গ) করা যায়

পাঠ-৪.২ পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক (Standard deviation and variance)

ভূমিকা

পূর্ব পাঠে বিস্তার সম্পর্কে ধারণা দেওয়া হয়েছে। তথ্যসমূহের প্রতিটি তথ্য থেকে গড়ের বিচ্যুতি হল বিস্তার। কিন্তু বিচ্যুতি সমষ্টি সর্বদা শুন্য হওয়ায় পরম পরিমাপের জন্য সকল বিচ্যুতি যোগবোধক হিসাবে গন্য করে গড় ব্যবধান নেওয়া হয়েছে। ফলে গাণিতিক ব্যবস্থা গ্রহনে ফলপ্রসূ পরিমাপ পাওয়া সম্ভব নয়। কিন্তু ব্যবধান বা বিচ্যুতিকে বর্গ করলে সেই সমস্যা সমাধান করা সম্ভব। তাই বিচ্যুতিকে বর্গ করে তথ্য সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভেদাঙ্ক পাওয়া যায়। ভেদাঙ্কের ধনাত্মক বর্গমূলকে পরিমিত ব্যবধান বলে। এ পাঠে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন–

- পরিমিত ব্যবধানের সংজ্ঞা;
- পরিমিত ব্যবধানের ব্যবহার ও ধর্ম;
- ভেদাঙ্কের সংজ্ঞা;
- ভেদাঙ্কের ব্যবহার ও ধর্ম;
- পরিমিত ব্যবধানের সাথে ভেদাঙ্কের সম্পর্ক;
- বিভিন্ন সমস্যার সমাধান।

পরিমিত ব্যবধান

পরিমিত ব্যবধান বিস্তার পরিমাপের একটি গুরুত্বপূর্ণ ও প্রচলিত বিস্তার পরিমাপক। তথ্যসমূহ থেকে গড়ের ব্যবধানগুলোকে বর্গ করে উহার গড় নির্ণয় করলে যে মান পাওয়া যায় তার বর্গ মূলকে বলা হয় পরিমিতি ব্যবধান অর্থাৎ যদি $x_১, x_২ \ldots\ldots x_n$; n টি তথ্য হয় এবং উহাদের গড় যদি $\bar{x}$ হয় তাহলে পরিমিত ব্যবধান হবে

পরিমিতি ব্যবধান= $\sqrt{\frac{1}{n}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$

পরিমিত ব্যবধানকে S.D. দ্বারা প্রকাশ করলে-

SD= $\sqrt{\frac{1}{n}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$; যেখানে

$\bar{x}$ = তথ্যের গড়

x_i= তথ্যসমূহ

n= তথ্য সংখ্যা

উদাহরন-১: ৭ জন শ্রমিকের প্রতি ঘন্টায় মুজুরী নিম্নে দেওয়া হল:

১০	১২	১১	৯
৮	১৩	১১	

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

সমাধান: আমরা জানি পরিমিতি ব্যবধান

$$S.D=\sqrt{\frac{1}{n}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$$

এখানে, n=৭

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{৭}=১০.৫৭$$

$$\therefore \sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2 = (১০-১০.৫৭)^২+(১২-১০.৫৭)^২+(১১-১০.৫৭)^২$$

$$+(৯-১০.৫৭)^২+(৮-১০.৫৭)^২+(১৩-১০.৫৭)^২+(১১-১০.৫৭)^২$$

$$=(-.৫৭)^২+(১.৪৩)^২+(.৪৩)^২+(-১.৫৭)^২+(-২.৫৭)^২+(২.৪৩)^২+(.৪৩)^২$$

$$= .৩২৪৯+২.০৪৪৯+.১৮৫৯+২.৪৬৪৯+৬.৬০৪৯+৫.৯৯০৪৯+.১৮৪৯$$

$$= ১৭.৭১৫৩$$

$$\therefore S.D.=\sqrt{\frac{১}{৭}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^২}$$

$$=\sqrt{\frac{১}{৭}\times ১৭.৭১৫৩}$$

$$=\sqrt{২.৫৩০৭}$$

$$=১.৫৯০৪$$

$\therefore$ নির্ণেয় পরিমিত ব্যবধান

S.D=১.৫৯০৪ ।

নিজে করুন: নিচের তথ্য থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন:

তথ্য: কোন কারখানায় ১০ জন শ্রমিকের প্রতি ঘন্টার মুজুরী

৮	৯	১১	১০	৭
১২	৯	৮	১০	১১

শ্রেণীকৃত তথ্য থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়:

শ্রেণীকৃত তথ্য থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করতে নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে:

$$S.D=\sqrt{\frac{১}{N}\sum f_i(x_i-\bar{x})^২}$$; যেখানে

x_i =তথ্যসমূহ

$\bar{x}$ =তথসমূহের গড়

$N=\sum f_i$; তথ্য সংখ্যা

f_i =ঘটনসংখ্যা

উদাহরণ-২: নিম্নের শ্রেণীকৃত ঘটনসংখ্যা বিন্যাস থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

দ্রব্য বিক্রয় (হাজার টাকায়)	দিনের সংখ্যা
১০-২০	২
২০-৩০	৫
৩০-৪০	১০
৪০-৫০	৬
৫০-৬০	৪
৬০-৭০	২
৭০-৮০	১
	N=৩০ দিন

সমাধান: পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য টেবিলটি সাজিয়ে পাই-

দ্রব্যের বিক্রয় (হাজার টাকায়)	দিনের সংখ্যা (f_i)	মধ্য বিন্দু (x_i)	$\bar{x}$=৪০ (xi-$\bar{x}$)	$f_i(x_i-\bar{x})^2$	সুত্র
১০-২০	২	১৫	-২৫	২×৬২৫=১২৫০	$S.D=\sqrt{\frac{১}{৩০}\sum f_i(x_i-\bar{x})}$
২০-৩০	৫	২৫	-১৫	৫×২২৫=১১২৫	$=\sqrt{\frac{১}{৩০}\times ৬১৫০}$
৩০-৪০	১০	৩৫	-৫	১০×২৫=২৫০	$=\sqrt{২০৫}$
৪০-৫০	৬	৪৫	৫	৬×২৫=১৫০	
৫০-৬০	৪	৫৫	১৫	৪×২২৫=৯০০	
৬০-৭০	২	৬৫	২৫	২×৬২৫=১২৫০	
৭০-৮০	১	৭৫	৩৫	১×২২৫=১২২৫	
মোট	N=৩০=$\sum$fi			$\sum f_i(x_i-\bar{x})$=৬১৫০	

∴ নির্ণেয় পরিমিত ব্যবধান

S.D=১৪.৩১

নিজে করুন: নিম্নে ঘটনসংখ্যা নিবেশন থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

দৈনিক মুজুরী (টাকায়)	শ্রমিকের সংখ্যা
১০০-১১০	৫
১১০-১২০	৮
১২০-১৩০	৭
১৩০-১৪০	১২
১৪০-১৫০	১৮
১৫০-১৬০	২০
১৬০-১৭০	১০
১৭০-১৮০	৯

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ

অশ্রেণীকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিঃ

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি বলতে সহজে পরিমাপ পদ্ধতিকে বুঝায়। পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সূত্রটি নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়ঃ

আমরা জানি,

পরিমিত ব্যবধান

$$S.D = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2} ;$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum \left(x \;\; - 2xi\,\bar{x} + \bar{x}^2\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum x_i^2 - \frac{2\bar{x}\sum x_i}{n} + \frac{n\bar{x}^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum x_i^2 - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum x_i^2 - \bar{x}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}\sum {x_i}^2 - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$$

$$\therefore S.D = \sqrt{\frac{1}{n}\sum {x_i}^2 - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$$

নিজে করুনঃ দশটি পরিবারের আয় নিম্নে দেওয়া হল। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুনঃ

তথ্য (হাজার টাকায়)

৩, ৬, ৯, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৮, ২৪, ১৯

শ্রেণীকৃত তথ্যর সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ

আমরা জানি শ্রেণীকৃত নিবেশনের ক্ষেত্রে পরিমিত ব্যবধান-

$$S.D = \sqrt{\frac{1}{N}\sum fi\left(x_i - \bar{x}\right)^2}; \;\; N = \sum fi$$

$$= \sqrt{\frac{1}{N}\sum fi\left(xi^2 - 2xi\bar{x} + \bar{x}^2\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - 2\bar{x}\left(\frac{\sum fixi}{N}\right)+\bar{x}^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - 2\bar{x}\left(\frac{1}{N}\sum fixi\right)+\bar{x}^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - 2\bar{x}.\bar{x}+\bar{x}^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - \bar{x}.^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - \left(\frac{\sum fixi}{N}\right)^2}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশের সূত্রটি হল-

$$S.D=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - \left(\frac{\sum fixi}{N}\right)^2}$$

উদাহরণ-৩: নিচের তথ্য থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

দ্রব্য বিক্রয় (হাজার টাকায়)	দিনের সংখ্যা
১০-২০	২
২০-৩০	৫
৩০-৪০	১০
৪০-৫০	৬
৫০-৬০	৪
৬০-৭০	২
৭০-৮০	১
	N=৩০ দিন

সমাধান: আমরা টেবিলটি সাজিয়ে পাই

দ্রব্য বিক্রয় হাজার টাকায়	দিনের সংখ্যা	মধ্যবিন্দু	fixi	$fixi^2$
১০-২০	২	১৫	৩০	৪৫০
২০-৩০	৫	২৫	১২৫	৩১২৫
৩০-৪০	১০	৩৫	৩৫০	১২২৫০
৪০-৫০	৬	৪৫	২৭০	১২১৫০
৫০-৬০	৪	৫৫	২২০	১২১০০
৬০-৭০	২	৬৫	১৩০	৮৪৫০

৭০-৮০	১	৭৫	৭৫	৫৬২৫
মোট	N=৩০		$\sum fixi = ১২০০$	$\sum fixi^2 = ৫৪১৫০$

$$\therefore \text{ S.D}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum fixi^2 - \left(\frac{\sum fixi}{N}\right)^2}$$

$$=\sqrt{১৮০৫ - ১৬০০}$$

$$=\sqrt{২০৫}$$

=১৪.৩১৭৮

$\therefore$ নির্ণেয় সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে S.D=১৪.৩১৭৮

নিজে করুন: কোন কারখানায় কর্মকর্তাদের কাজের সময়কাল অনুসারে শ্রেণীতে ভিডিও করে তথ্য দেওয়া হল। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

কাজের সময়কাল বৎসর	০-৫	৫-১০	১০-১৫	১৫-২০	২০-২৫
কর্মকর্তার সংখ্যা	১	২	৪	২	১

ভেদাঙ্ক: পরিমিত ব্যবধানের বর্গকে ভেদাঙ্ক বলা হয় অর্থাৎ ভেদাঙ্ক=(পরিমিত ব্যবধান)^২। পরিমিত ব্যবধানকে σ দ্বারা প্রকাশ করলে

$\sigma^২$= ভেদাঙ্ক

অশ্রেণীকৃত তথ্যর ক্ষেত্রে, ভেদাঙ্ক

$$\sigma^২=\frac{1}{n}\sum\left(xi - \bar{x}\right)^2$$

অশ্রেণীকৃত তথ্যের সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ভেদাঙ্কের সুত্র

$$\sigma^২=\frac{1}{n}\Sigma xi^2 - \left(\frac{\sum xi}{n}\right)^2$$

$$=\frac{1}{n}\left[\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}\right]$$

শ্রেণীকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে ভেদাঙ্ক,

$$\sigma^২=\frac{1}{n}\sum fi\left(xi - \bar{x}\right)^2; N = \Sigma fi$$

শ্রেণীকৃত তথ্যের ক্ষেত্রে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ভেদাঙ্ক

$$\sigma^২=\frac{1}{n}\Sigma fixi^2 - \frac{(\Sigma fixi)^2}{n^2}$$

$$=\frac{1}{n}\left[\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{n}\right]$$

উদাহরণ-৪: নিম্নের শ্রেণীকৃত ঘটনসংখ্যা বিন্যাস থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করুন।

দ্রব্য বিক্রয় (হাজার টাকায়)	দিনের সংখ্যা
১০-২০	২
২০-৩০	৫
৩০-৪০	১০
৪০-৫০	৬
৫০-৬০	৪
৬০-৭০	২
৭০-৮০	১
	N=৩০ দিন

সমাধান: পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য টেবিলটি সাজিয়ে পাই-

দ্রব্যের বিক্রয় (হাজার টাকায়)	দিনের সংখ্যা (f_i)	মধ্য বিন্দু (x_i)	$\bar{x}$=৪০ (xi-$\bar{x}$)	$f_i(x_i-\bar{x})^2$	সুত্র
১০-২০	২	১৫	-২৫	২×৬২৫=১২৫০	$S.D=\sqrt{\frac{১}{৩০}\sum f_i(x_i-\bar{x})}$
২০-৩০	৫	২৫	-১৫	৫×২২৫=১১২৫	$=\sqrt{\frac{১}{৩০}\times ৬১৫০}$
৩০-৪০	১০	৩৫	-৫	১০×২৫=২৫০	$=\sqrt{২০৫}$
৪০-৫০	৬	৪৫	৫	৬×২৫=১৫০	
৫০-৬০	৪	৫৫	১৫	৪×২২৫=৯০০	
৬০-৭০	২	৬৫	২৫	২×৬২৫=১২৫০	
৭০-৮০	১	৭৫	৩৫	১×২২৫=১২২৫	
মোট	N=৩০=$\sum$fi			$\sum f_i(x_i-\bar{x})$=৬১৫০	

∴ নির্ণেয় ভেদাঙ্ক

ভেদাঙ্ক=(১৪.৩১)^২

= ২০৪.৭৭৬

নিজে করুন: নওয়াপাড়া কলেজে দশ জন ছাত্রের বয়স নিম্নে দেওয়া হল। ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিসহ)

তথ্য: ১৬, ১৫, ১৭, ১৮, ১৪, ১৯, ২১, ১৬, ২০, ২৩

২। নিম্নের সারণী থেকে ভেদাঙ্ক (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিসহ) নির্ণয় করুন:

শ্রেণী	০-১০	১০-২০	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০
ঘটন সংখ্যা	২	৩	১৫	৩৭	১৩	৫	২

পরিমিত ব্যবধানের সুবিধা: পরিমিত ব্যবধানের সুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- পরিমিত ব্যবধান বিস্তার পরিমাপের সবচেয়ে বেশি গুরুত্বপূর্ণ ও বহুল ব্যবহৃত পরিমাপ।
- পরিমিত ব্যবধানে গাণিতিক সংজ্ঞা স্পট।
- দুই বা ততোধিক বিন্যাসের তুলনা করার জন্য বেশি উপযোগী।

- পরিমিত ব্যবধান নমুনার তারতম্যে অপেক্ষাকৃত কম প্রভাবিত হয়।

অসুবিধা:

পরিমিত ব্যবধানের অসুবিধাগুলি নিম্নে দেওয়া হল:

- সীমাহীন শ্রেণী ব্যাপ্তির থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় সম্ভব নয়
- পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে বেশি সময় প্রয়োজন হয়
- পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে গানিতিক জ্ঞানের প্রয়োজন

পরিমিত ব্যবধানের ধর্ম:

১। দুই বা ততোধিক পরিমিত ব্যবধান দ্বারা গাণিতিকভাবে সম্মিলিত পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করা যায়

২। N সংখ্যক সাধারণ সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান

$$\sigma = \sqrt{\frac{১}{১২}(N^2 - ১)}$$

সারসংক্ষেপ

পরিমিত ব্যবধান বিস্তার পরিমাপের সবচেয়ে বেশি গুরুত্বপূর্ণ ও বহুল ব্যবহৃত একটি পরিমাপ

পাঠোত্তর মূল্যায়ন: ৪.২

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পার্শ্বে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। প্রতিটি মানের থেকে গড় মান বিয়োগ করে পরিমাপ পদ্ধতি হল

ক. গড়   খ. মধ্যক

গ. পরিমিত ব্যবধান   ঘ. প্রচুরক

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন

২। পরিমিত ব্যবধান সহজে পরিমাপ করা যায় না। ভেদাঙ্ক

৩। $SD = \sqrt{\text{ে ভেদাঙ্ক}}$

শুন্যস্থান পূরন করুন

৪। SD = ____________।

৫। $\sigma^২$ = ______________।

বাক্য/শব্দ মিলানো

৬। পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে	ক) ভেদাঙ্ক পাওয়া যায়
৭। পরিমিত ব্যবধানকে বর্গ করলে	খ) বেশী সময় প্রয়োজন হয়

পাঠ-৪.৩ আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ ও এর প্রকারভেদ (Relative Measures of dispersin and it's types)

ভূমিকা

পূর্ব পাঠে আমরা বিস্তার পরিমাপের একটা অংশ পরম বিস্তার পরিমাপ সম্পর্কে জেনেছি। পরম বিস্তার পরিমাপের ক্ষেত্রে অভিন্ন তথ্য রাশির বিস্তার পরিমাপের একক তথ্যসমূহের যে একক থাকে সেই এককই থাকে। কিন্তু দুই বা ততোধিক তথ্য সমূহের মধ্য যদি পরিমাপের একক একই হয় তথাপিও কোন কোন ক্ষেত্রে পরম পরিমাপের মাধ্যমে বিস্তারের তুলনা করা যথাযথভাবে অর্থপূর্ণ হয় না। সেই সব ক্ষেত্রে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের সাহায্যে তুলনামূলক আলোচনা সহজ হয়। এক্ষেত্রে আপেক্ষিক বিস্তার এককবিহীন সংখ্যা থাকে। অতি সহজে শতকরা হারে প্রকাশ করা যায়। এ পাঠে আমরা আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করবে।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন–

- ☞ আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের সংজ্ঞা;
- ☞ আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের প্রকারভেদ;
- ☞ বিভিন্ন প্রকার আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের ব্যবহার ও ধর্ম।

আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপঃ পূর্ব পাঠ থেকে আমরা জেনেছি পরম বিস্তার পরিমাপ ও কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপকে অনুপাত করে ১০০ দিয়ে গুন করে যে মান পাওয়া যায় তাকে আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ বলে। অর্থাৎ আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের সুত্রটি হল-

$$\text{আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ} = \frac{\text{পরম বিস্তার পরিমাপ} \times ১০০}{\text{কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ}}$$

আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপের প্রকারভেদঃ

আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ সাধারণত চার প্রকার-

১। পরিসরাঙ্ক (Co-efficient of Range)

২। চতুর্থক ব্যবধানাংক (Co-efficient of quartile deviation)

৩। গড় ব্যবধানাংক (Co-efficient of Mean deviation)

৪। ভেদের সহক বা ব্যবধানাঙ্ক (Co-efficient of variation)

১। পরিসরাঙ্কঃ আমরা আগেই জেনেছি

পরিসর, R =H-L

পরিসরাংক সংজ্ঞাটি হল তথ্যমান সমূহের পরিসরকে তথ্যসীমার উচ্চ ও নিম্নসীমার মানের যোগফল দিয়ে ভাগ করলে যে মান পাওয়া হয়ে তাকে ১০০ দিয়ে গুন করলে পরিসরাঙ্ক পাওয়া যায়-

$$\text{অর্থাৎ, পরিসরাংক} = \frac{H-L}{H+L} \times ১০০$$

$$= \frac{R}{H-L} \times ১০০$$

উদাহরণ-১: ১০ জন শ্রমিকের দৈনিক মুজুরী নিম্নে দেওয়া হল, তথ্য থেকে পরিসরাংক নির্ণয় করুন:

তথ্য:

৯০,	**১০০,**	**৯৫,**	**৯৮,**	**১১০**
১০৫,	**১২০,**	**৯৭,**	**৯৬,**	**১১৫**

সমাধান: তথ্য সমূহের সর্বোচ্চ সীমা ও সর্বোনিম্ন সীমা হল-

H=১২০ এবং L=৯০

$$\therefore \text{পরিসরাংক}=\frac{১২০-৯০}{১২০+৯০}\times ১০০=\frac{৩০}{২১০}\times ১০০ = ১৪.২৮$$

অর্থাৎ নির্ণেয় মুজুরীর পরিসরাংক = ১৪.২৮%

নিজে করুন: ১০ জন ছাত্রের উচ্চতার তথ্য নিম্নে দেওয়া হল:

তথ্য:

৬২	**৬৫**	**৬৮**	**৬৯**	**৭১**
৬৯	**৬৭**	**৭১**	**৬৬**	**৬৬**

পরিসরাংক নির্ণয় করুন।

২। **চতুর্থক ব্যবধানাংক:** চতুর্থক ব্যবধানের আপেক্ষিক পরিমাপ হল চতুর্থক ব্যবধানাংক। চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক বলতে বুঝায় চতুর্থক ব্যবধানকে ৩য় ও ১ম চতুর্থকের গড় দ্বারা ভাগ করে যে মান পাওয়া যায় তাকে ১০০ দিয়ে গুন করলে চতুর্থক ব্যবধানাংক পাওয়া যাবে। অর্থাৎ

$$\text{চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক} = \frac{\frac{Q_৩ - Q_১}{2}}{\frac{Q_৩ + Q_১}{2}} \times ১০০$$

$$= \frac{Q_৩ - Q_১}{Q_৩ + Q_১} \times ১০০$$

$$\therefore \text{চতুর্থক ব্যবধানাংক} = \frac{Q_৩ - Q_১}{Q_৩ + Q_১} \times ১০০$$

উদাহরণ-২: ১০ জন শ্রমিকের দৈনিক মুজুরী নিম্নে দেওয়া হল, তথ্য থেকে পরিসরাংক নির্ণয় করুন:

তথ্য:

৯০,	১০০,	৯৫,	৯৮,	১১০
১০৫,	১২০,	৯৭,	৯৬,	১১৫

সমাধান: তথ্যগুলি মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই ৯০, ৯৫, ৯৬, ৯৭, ৯৮, ১০০, ১০৫, ১১০, ১১৫, ১২০

$$Q_২ = \frac{৯৮+১০০}{২} = \frac{১৯৮}{২} = ৯৯$$

$Q_১$=৩য় মান=৯৬

$Q_৩$=৮ম মান=১১০

$\therefore$ চতুর্থক ব্যবধানাংক= $\frac{১১০ - ৯৬}{১১০ + ৯৬} \times ১০০$

$= \frac{১৪}{২০৬} \times ১০০ = ৬.৭৯$

$\therefore$ নির্ণেয় চতুর্থক ব্যবধানাংক=৬.৭৯

৩। **গড় ব্যবধানাংক :** গড় ব্যবধান ও গড় মানের অনুপাতকে ১০০ দ্বারা গুন করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে গড় ব্যবধানাংক বলে।

অর্থাৎ গড় ব্যবধানাংক = $\frac{\text{গড় ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times ১০০$

গাণিতিক সুত্রানুসারে-

গড় ব্যবধানাঙ্ক= $\frac{\sum \left| x_i - \bar{x} \right|}{n\bar{x}} \times ১০০$

উদাহরণ-৩: ছয় ধরনের শ্রমিক কোন একটা কারখানায় দৈনিক মুজুরী ভিত্তিতে কাজে নিয়োজিত হয়েছে। তাদের তথ্যটি নিম্নে দেওয়া হল। গড় ব্যবধানাংক নির্ণয় করুন।

বিভিন্ন ধরনের শ্রমিক	দৈনিক মুজুরি	শ্রমিকের সংখ্যা
মেকানিক্স	৯৫.৫	২
ফিটার্স	৯৩.৫০	১৪
ইলেট্রিশিয়ান	৯৪.০০	২০
কারপেনটার	৯৩.০০	৭
স্মীথ	৯৩.০০	৬
ক্লার্ক	৯২.০০	৬
মোট		

সমাধানঃ গড় ব্যবধানাংকের মান নির্ণয়ের জন্য মানগুলো সাজালে পাই-

বিভিন্ন ধরনের শ্রমিক	দৈনিক মুজুরি x_i	শ্রমিকের সংখ্যা f_i	**fixi**	**fi(xi-$\bar{x}$)**	$\left\| f_i(x_i - \bar{x}) \right\|$
মেকানিক্স	৯৫.৫০	২	১৯১.০	৩.৭৬	৩.৭৬
ফিটার্স	৯৩.৫০	১৪	১৩০৯.০	-১.৬৮	১.৬৮
ইলেট্রিশিয়ান	৯৪.০০	২০	১৮৮০	৭.৬	৭.৬০
কারপেনটার	৯৩.০০	৭	৬৫১.০	-৪.৩৪	৪.৩৪
স্মীথ	৯৩.০০	৬	৫৫৮.০	-৩.৭২	৩.৭২
ক্লার্ক	৯২.০০	১	৯২.০	-১.৬২	১.৬২
		N=৫০	$\sum$fixi = ৪৬৮১.০		$\Sigma\left\| fi(xi - \bar{x}) \right\|$ = ২২.৭২

$$\therefore MD = \frac{\Sigma\left|fi(xi - \overline{x})\right|}{N}$$

$$\Sigma\left|f_i(x_i - \overline{x})\right| = ২২.৭২$$

$$\overline{x} = ৯৩.৬২$$

$$\therefore \text{গড় ব্যবধানাংক} = \frac{\text{গড় ব্যবধান}}{\text{গড়}} \times ১০০ = \frac{.৪৫৪৪}{৯৩.৬২} \times ১০০ = .৪৮৫৪$$

ব্যবধানাঙ্কঃ

পরিমিত ব্যবধান ও গাণিতিক গড়ের অনুপাতের শতকরা মানকে পরিমিত ব্যবধানাংক বলে। এ সুত্র কার্ল পিয়ারসন প্রচলন করেন অর্থাৎ

$$\text{ব্যবধানাঙ্ক} = \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{গাণিতিক গড়}} \times ১০০$$

ব্যবধানাংক C.V দ্বারা প্রকাশ করলে

$$C.V = \frac{S.D}{\overline{x}} \times ১০০$$ অথবা

$$C.V = \frac{\sigma}{\overline{x}} \times ১০০;$$ এখানে

$\sigma = S.D =$ পরিমিত ব্যবধান

$\overline{x} =$ গাণিতিক গড়

উদাহরণ-৪: একটি ইলেক্ট্রনিক্স কোম্পানির দুইটি রেফ্রিজারেটর এর মডেল সম্পর্কিত তথ্যের একটি নিবেশন টেবিল নিম্নে দেওয়া হল। মডেল দুইটির জীবন সীমার বিস্তার তুলনা করুন।

রেফ্রিজারেটরের জীবন সীমা	æA” মডেলের রেফ্রিজারেটর	æB” মডেলের রেফ্রিজারেটর
০-২	৫	৪
২-৪	১৭	১৪
৪-৬	২০	১৩
৬-৮	৯	১৯
৮-১০	৫	৯
১০-১২	৪	১
মোট	৬০	৬০

সমাধান: তথ্য নিবেশন টেবিলটি সাজিয়ে পাই- টেবিল- æA”

রেফ্রিজেরেটর এর জীবন সীমা	রেফ্রিজেটরের সংখ্যা	মধ্যবিন্দু xi	fixi	$fixi^2$	সুত্রাবলী
০-২	৫	১	৫	৫	$\bar{x}=\frac{\Sigma fixi}{N}=\frac{৩০৮}{৬০}=৫.১৩$
২-৪	১৭	৩	৫১	১৫৩	
৪-৬	২০	৫	১০০	৫০০	$S.D=\sqrt{\frac{1}{N}\Sigma fixi^2-\left(\frac{\Sigma fixi}{N}\right)^2}$
৬-৮	৯	৭	৬৩	৪৪১	
৮-১০	৫	৯	৪৫	৪০৫	
১০-১২	৪	১১	৪৪	৪৮৪	$=\sqrt{\frac{১}{৬০}\times ১৯৮৮-(৫.১৩)^২}$
মোট	N=৬০	-	$\Sigma fixi$ =৩০৮	$\Sigma fixi^2$ =১৯৮৮	$S.D=\sqrt{৩৩.১৩-২৬.৩৫}$ $=\sqrt{৬.৭৮৩}=২.৬০$

মডেল æA” ক্ষেত্রে

S.D=২.৬০ এবং গড়, $\bar{x}$=৫.১৩

$\therefore C.V.=\frac{২.৬০}{৫.১৩}\times ১০০=৫০.৭৬$

$\therefore$ A মডেলের জীবন সীমার পরিমিত ব্যবধানাংক ৫০.৭৬%

“টেবিল”-B

রেফ্রিজেরেটর এর জীবন সীমা	রেফ্রিজেটরের সংখ্যা fi	মধ্যবিন্দু xi	fixi	$fixi^2$	সূত্রাবলী
০-২	৪	১	৪	৪	$\bar{x}=\frac{\Sigma fixi}{N}=\frac{৩৩৬}{৬০}=৫.৬$
২-৪	১৪	৩	৪২	১২৬	
৪-৬	১৩	৫	৬৫	৩২৫	$S.D=\sqrt{\frac{১}{৬০}\Sigma fixi^2-\left(\frac{\Sigma fixi}{৬০}\right)^2}$
৬-৮	১৯	৭	১৩৩	৯৩১	
৮-১০	৯	৯	৮১	৭২৯	
১০-১২	১	১১	১১	১২১	$=\sqrt{\frac{১}{৬০}\times ২১২৬-(৫.৬)^২}$ $=\sqrt{৩৭.২৭-৩১.৩৬}$ $=\sqrt{৫.৯১}$ $\therefore$ S.D=২.৪৩
মোট	N=৬০	-	$\Sigma fixi$=৩৩৬	$\Sigma fixi^2$ =২০৩৬	

$\therefore C.V_B=\frac{২.৪৩}{৫.৬}\times ১০০$

$\therefore C.V_B$=৪৩.৩৯

$\therefore$ B এর ক্ষেত্রে রেফ্রিজেটার এর পরিমিত ব্যবধানাঙ্ক=৪৩.৩৯%

যেহেতু $C.V_A > C.V_B$ $\therefore$ B মডেলের রেফ্রিজারেটর এর জীবনকাল বিস্তার কম এবং B মডেলের রেফ্রিজারেটর ভাল।

নিজে করুন: একটি আমদানীকারক প্রতিষ্ঠান দুইটি কোম্পানী থেকে কিছু দ্রব্যের নমুনার প্যাকেট খুলল। প্রাপ্ত তথ্যগুলি নিম্নের টেবিলে দেওয়া হল। কোন কোম্পানির আমদানীকৃত দ্রব্যগুলি আমদানীকারক প্রতিষ্ঠানের জন্য ভাল হবে উত্তরের সপক্ষে যুক্তি লিখুন।

দ্রব্যর ওজন (কেজি)	কোম্পানী থেকে প্রাপ্ত	
	A	**B**
৫০-৫৯.৯	৩	১০
৬০-৬৯.৯	৪২	১৬
৭০-৭৯.৯	১২	২৬
৮০-৮৯.৯	৩	৪
মোট	৬০	৬০

সারসংক্ষেপ

পরিমিত ব্যবধানাংক দ্বারা দুই বা ততোধিক বিন্যাসের তুলনা করা করা যায়।

পাঠোত্তর মূল্যায়নঃ ৪.৩

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পার্শ্বে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। পরম বিস্তার পরিমাপ ও কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপের অনুপাতকে ১০০ দ্বারা গুণ করলে পাওয়া

ক. আপেক্ষিক বিস্তার পরিমাপ খ. ভেদাঙ্ক

গ. সংশ্লেষাংক ঘ. বিভেদানাংক

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন

২। পরিমিত ব্যবধানাঙ্কে গাণিতিক জটিলতা বৃদ্ধি পায়

৩। কম পরিশ্রমে পরিমিত ব্যবধানাংক নির্ণয় করা যায়

শুন্যস্থান পূরন করুন

৪। ব্যবধানাঙ্ক __________ ।

৫। চতুর্থক ব্যবধানাংক = ________ ।

বাক্য/শব্দ মিলানো

৬। ব্যবধানাঙ্ক নির্ণয়ে গাণিতিক	ক) তুলনা করতে বেভধানাঙ্ক ব্যবহার সবচেয়ে উপযোগ
৭। দুই বা ততোধিক বিন্যাসের	খ) জটিলতা বৃদ্ধি পায়

পাঠ-৪.৪ ঘটনসংখ্যা বিন্যাস রেখা (Freyquency distribution curve)

ভূমিকা

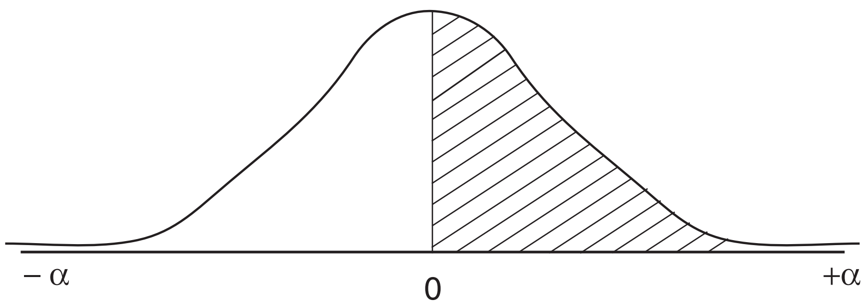
পূর্ব পাঠে আপনারা ঘটনসংখ্যা বিন্যাস ও ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের বিভিন্ন রৈখিক উপস্থাপন সম্পর্কে জেনেছেন। বিন্যাসের রৈখিক উপস্থাপনের সময় প্রাপ্ত রেখার আকার আকৃতির উপর নির্ভর করে তথ্যের বিশ্লেষণ সম্পর্কে ধারণা থাকা প্রয়োজন। এ পাঠে ঘটনসংখ্যা বিন্যাস রেখা সম্পর্কে আলোচনা করবো।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন–

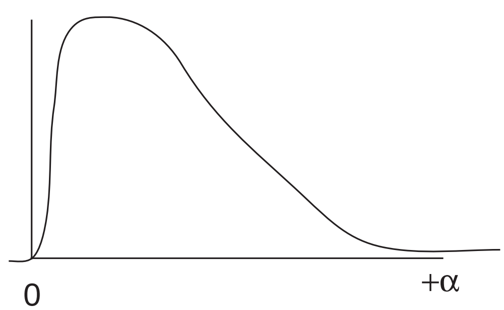
- রেখার বিভিন্ন আকার সম্পর্কে;
- পরিমিত রেখা সম্পর্কে;
- সুষম রেখা সম্পর্কে;
- বঙ্কিমতা সম্পর্কে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ নির্ণয় করার ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি গড়, মধ্যক ও প্রচুরক যদিও সমান হওয়া কথা তথাপিও সব ক্ষেত্র গড়, মধ্যক ও প্রচুরক সমান হয় না। যেসব ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের রাশি গুলির বন্টন সমান হয় সে সব বিন্যাসের গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক সমান। এ ধরনের বিন্যাসকে সুষম বিন্যাস বলে। চিত্রে একটি সুষম বিন্যাসের রেখা দেখুন যার গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক সমান।



চিত্রঃ সুষম বিন্যাস

যখন, গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক সমান না হয় তখন বিন্যাসটিকে বলা হয় অসম বিন্যাস বা বঙ্কিমতা। অর্থাৎ বঙ্কিমতা বা অসম বিন্যাসে গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের মধ্যে সম্পর্কের ধারণা পাওয়া যায়। চিত্রে একটি অসম বিন্যাস রেখা দেখানো হলঃ



চিত্রঃ অসম রেখা

গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের মধ্যকার সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য K. pearson একটি সূত্র দেখিয়েছেন-

গড়-মধ্যক= $\frac{১}{৩}$ (গড়-প্রচুরক)

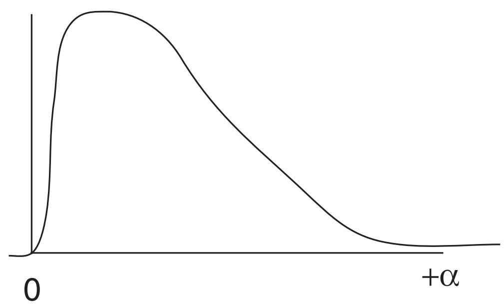
বা, প্রচুরক=৩ মধ্যমা-২ গড়

এবং মধ্যমা= $\frac{২ \text{ গড়} + \text{প্রচুরক}}{৩}$

ঘটনসংখ্যা নিবেষন যে প্রকারেরই হোক না কেন তাকে লেখচিত্রে উপস্থাপন করলে যে রেখার সৃষ্টি হয় সে রেখার শীর্ষ বিন্দুই হল প্রচুরক। পরিসংখ্যান তথ্য নিবেশনের রাশিগুলি অসমাঞ্জস্যতার ফলে কোন কোন সময় গনসংখ্যা রেখাটি বাম দিকে লম্বা লেজ আকার ধারণ করে অন্যদিকে ফাপা হয়ে উঠে। তথ্যসমূহের প্রকৃতিগত বৈশিষ্ট্যের কারনে অসম বিন্যাস তিন ধরনের হতে পারে যেমন:

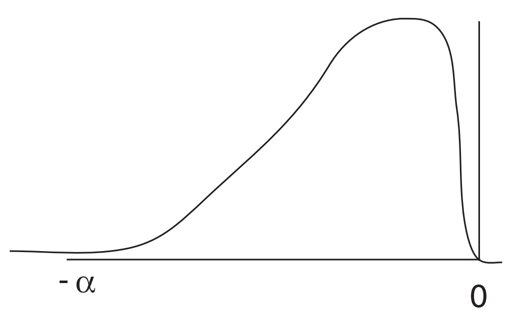
১। ধনাত্মক বঙ্কিমতা
২। ঋণাত্মক বঙ্কিমতা
৩। সুষম রেখা

১। ধনাত্মক বঙ্কিমতা: যদি ঘটনসংখ্যা বিন্যাসের নিবেশণ ডান দিকে বেশি বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ নিবেশন রেখার লেজ ডান দিকে বেশি হয় তাকে ধনাত্মক বঙ্কিমতা বলা হবে। নিচে একটি ধনাত্মক বঙ্কিমতার চিত্র দেখুন:



চিত্র: ধনাত্মক বঙ্কিমতা

২। ঋনাত্মক বঙ্কিমতা: যদি কোন ঘটনসংখ্যা নিবেশন রেখা বাম দিকে বেশি বৃদ্ধি পায় বা নিবেশন রেখার লেজ বাম দিকে বেশি লম্বা হয় তাকে ঋনাত্মক বঙ্কিমতা বলা হয়। নিচে একটি ঋনাত্মক বঙ্কিমতার চিত্র দেখুন:



চিত্র: ঋনাত্মক বঙ্কিমতা

বঙ্কিমতার বৈশিষ্ট্যঃ

- বঙ্কিমতার ক্ষেত্রে কখনও গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক সমান হয় না।
- এক্ষেত্রে মধ্যমা থেকে চতুর্থক সমূহ একই দূরত্বে থাকে না।
- রেখার কেন্দ্র থেকে রেখাকে দুই ভাগ করলে প্রতি ভাগ সমান হয় না।
- মধ্যমা থেকে তথ্য সমূহের ধনাত্মক বিচ্যুতির সমষ্টি ঋনাত্মক বিচ্যুতির সমষ্টির সমান হয় না।
- গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক সমান হলে বঙ্কিমতা শুন্য হয়।

বঙ্কিমতার পরিমাপঃ কোন নিবেশনের সুষমের প্রভাব, তা গড়ের কোন দিকে পড়বে অথবা তার পরিমান কি ইত্যাদি নির্ণয়ের জন্য বঙ্কিমতার পরিমাপের প্রয়োজন রয়েছে। গড় এবং প্রচুরকের পার্থক্যই অনপেক্ষ বঙ্কিমতার পরিমাপক। তাই বঙ্কিমতার আপেক্ষিক পরিমাপকই বহুল প্রচলিত। আমরা শুধু মাত্র কার্লপিয়াসনের বঙ্কিমতাংক সূত্রটি আলোচনা করবো।

কার্ল পিয়ার্সন (১৮৫৭-১৯৩৬) ছিলেন একজন বৃটিশ পরিসংখ্যানবিদ। তিনি বঙ্কিমতা পরিমাপের জন্য নিম্নের সূত্রটি তৈরি করে।

বঙ্কিমতাংক=গানিতিক গড়-প্রচুরক

এখানে শুধুমাত্র বঙ্কিমতার পরম পরিমাপক নিয়ে আলোচনা করবো-

বঙ্কিমতায় পরম পরিমাপঃ আমরা জানি সুষম বিন্যাসের ক্ষেত্রে গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক একই বিন্দুতে থাকে। কিন্তু বঙ্কিম বিন্যাসের ক্ষেত্রে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক এক বিন্দুতে থাকে না তাই-

পরম বঙ্কিমতা SK=গড়-প্রচুরক

যদি গানিতিক গড়ের মান প্রচুরকের চেয়ে বড় হয়। তাহা হলে বিন্যাসটিকে বলা হবে ধনাত্মক বঙ্কিম আবার গানিতিক গড় যদি প্রচুরকের চেয়ে ছোট হয় তাহলে বিন্যাসটিকে বলা হবে ঋনাত্মক বঙ্কিম এবং গানিতিক গড় যদি প্রচুরকের সমান হয় তবে বিন্যাসটির বঙ্কিমতা হবে শুণ্য অর্থাৎ

ধনাত্মক বঙ্কিমতার ক্ষেত্রে, SK= গাণিতিক গড়-প্রচুরক>0 বা, SK>0

ঋনাত্মক বঙ্কিমতার ক্ষেত্রে, SK=গাণিতিক গড়-প্রচুরক<0 বা, SK<0

শুন্য বঙ্কিমতার ক্ষেত্রে, SK=গাণিতিক গড়-প্রচুরক=0 বা, SK<0

উদাহরণঃ কোন তথ্য নিবেশনের গাণিতিক গড়, ৫০.৭৮ এবং প্রচুরক যদি ৪৫.৯৮ হয় সে ক্ষেত্রে বিন্যাসটি প্রকৃতি নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ আমরা জানি, কোন তথ্যের বিন্যাস প্রকৃতি ধনাত্মক, ঋণাত্মক বা শুণ্য বঙ্কিমতা হবে।

যদি ধনাত্মকঃ SK=গাণিতিক গড়-প্রচুরক>০

ঋনাত্মকঃ SK=গাণিতিক গড়-প্রচুরক <০

শুন্য বঙ্কিমতা, SK=গাণিতিক গড়-প্রচুরক=০

এখানে, গাণিতিক গড়=৫০.৭৮ এবং

প্রচুরক=৪৫.৯৮

অর্থাৎ বিন্যাসটি হবে ধনাত্মক কারণ গাণিতিক গড়>প্রচুরক অর্থাৎ

SK=৫০.৭৮-৪৫.৯৮

=৪.৮০>০ অতএব বিন্যাস রেখাটি হবে ধনাত্মক বঙ্কিম।

নিজে করুন: নিচের নিবেশনে প্রতি ঘন্টায় শ্রমিকদের মুজুরির একটি বিন্যাস দেওয়া আছে বিন্যাসটির প্রকৃতি নির্ণয় করুন।

প্রতি ঘন্টা মুজুরী (টাকায়)	**০-৫**	**৫-১০**	**১০-১৫**	**১৫-২০**	**২০-২৫**	**২৫-৩০**
শ্রমিকের সংখ্যা	১০	২০	৪০	১৫	১০	৫

সূঁচলতা (Kurtosis): ঘটনসংখ্যা নিবেশন রেখার আর একটি বৈশিষ্ট্য হল সূচলতা। যদি ঘটনসংখ্যা নিবেশন রেখা একটি সুষম রেখার তুলনায় বেশি অথবা কম সূচল অর্থাৎ অতি উচু বা নিচু হয় তখন তাকে সূচলতা বলা হয়। সূচলতা তিন প্রকার।

১। **অতি সূঁচলতা:** এ ক্ষেত্রে রেখার সূচলতার মাত্রা সাভাবিক বা সুষম রেখার চেয়ে অতি মাত্রায় সুচল হলে তাকে অতি সূচলতা বলা হয়।

২। **মধ্য সূঁচলতা:** এ ক্ষেত্রে সূচলতার মাত্রা সূষম রেখার সমতূল্য হয় তাই মধ্য সূচলতাকে সুষম রেখাও বলা হয়।

৩। **অল্প সূঁচলতা:** এ ক্ষেত্রে সূচলতার মাত্রা সুষম রেখার চেয়ে স্বল্প সূচল অর্থাৎ প্রায় সমতল হয় তাই সূচলতার এ মাত্রাকে স্বল্প সূচলতা বলে।

সূঁচলতার পরিমাপ: আমরা সূচলতা পরিমাপের জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করি $\beta_2 = \frac{\mu_8}{{\mu_2}^2}$

এখানে μ_8=৪র্থ কেন্দ্রিয় পরিঘাত ও μ_2 ২য় কেন্দ্রিয় পরিঘাত

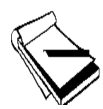
যদি β_2=৩ হয়; এক্ষেত্রে বিন্যাসটি সুষম বা সমসূচল

β_2>৩ হয়; এক্ষেত্রে বিন্যাসটি অতি সূঁচল

β_2<৩ হয়; এক্ষেত্রে বিন্যাসটি অনতিসূঁচল।

সারসংক্ষেপ

ঘটন সংখ্যা বিন্যাস রেখার আকৃতির উপর নির্ভর করে বিন্যাসটির বৈশিষ্ট্যসহ বিশ্লেষণের দ্বারা তথ্য সম্পর্কে বিভিন্ন ধারণা পাওয়া যায়। রেখা সুষম আকৃতির হলে গড়, মধ্যমা ও প্রচুরকের মান সমান হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন: ৪.৪

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন

সঠিক উত্তরের পার্শ্বে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। সুষম বিন্যাসের ক্ষেত্রে সত্য কোনটি

ক. গড়=মধ্যমা=প্রচুরক খ. গড়≠মধ্যমা=প্রচুরক

গ. গড়=মধ্যমা≠প্রচুরক ঘ. গড়≠মধ্যমা≠প্রচুরক

২। সুষম রেখার ক্ষেতে β_2 এর মান

ক. .০৫ খ. ৩

গ. .০৩ ঘ. ১

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন

৩। গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক সমান না হলে তখন বিন্যাসটিকে বলা হয় অসম বা বঙ্কিম বিন্যাস।

৪। যদি কোন ঘটনসংখ্যা নিবেশন রেখা বাম দিকে বেশি বৃদ্ধি পায় তখন তাকে বলে ঋনাত্মক বঙ্কিমতা।

শুণ্যস্থান পূরণ করুন

৫। β_2= ______ সুষম বিন্যাসের ক্ষেত্রে সত্য।

৬। K. Pearson এর সুত্র অনুযায়ী, প্রচুরক= ______ ।

বাক্য/শব্দ মিলানো

৭। মধ্য সূঁচলতা সুষম বিন্যাসের	ক) মধ্যমা ও প্রচুরক সমান
৮। সুষম বিন্যাসের ক্ষেত্রে গড়	খ) সমতুল্য হয়।

চূড়ান্ত মূল্যায়ন-৪

১। ভেধাঙ্ক ও পরিমিত ব্যবধান এর মধ্যে পার্থক্য লিখুন এবং উহাদের সুবিধাগুলি আলোচনা করুন।

২। গড় ব্যবধানের সুবিধা এবং অসুবিধা আলোচনা করুন।

৩। ভেদাঙ্কের ব্যবহার ক্ষেত্র আলোচনা করুন।

৪। ব্যবধানাঙ্কের সংজ্ঞা লিখুন। গড় ব্যবধানাঙ্ক ও পরিসরাঙ্ক এর মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

৫। পরিমিত ব্যবধানাঙ্কের সংজ্ঞা দিন। পরিমিত ব্যবধানাঙ্কের সুবিধা ও অসুবিধা লিখুন।

৬। সূঁচলতার সংজ্ঞা লিখুন। সূঁচলতার প্রকারভেদ আলোচনা করুন।