ইউনিট ১

বাস্তব সংখ্যা
(Real Number)

ভূমিকা

মানব সভ্যতায় সংখ্যার ধারণা অতি প্রাচীন। সভ্যতার ক্রমবিকাশের ফলে গণনার প্রয়োজনীয়তা সহ অন্যান্য কাজে সংখ্যা ব্যবহার বৃদ্ধি পেতে থাকে। গণিত শাস্ত্র স্বাভাবিক সংখ্যা দিয়ে যাত্রা শুরু করলেও যুগে যুগে নতুন নতুন সংখ্যার উদ্ভব হয়েছে। পূর্ববর্তী শ্রেণিসমূহে আপনারা স্বাভাবিক সংখ্যা সমন্ধে জেনেছেন এবং নানা ব্যবহার করেছেন। এই ইউনিটে আমরা কেবল বাস্তব সংখ্যা নিয়ে আলোচনা করব।

ইউনিটের উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস করতে পারবেন,
- দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস করতে পারবেন,
- আবৃত্ত দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন করতে পারবেন,
- অসীম অনাবৃত ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পাবেন।

ইউনিট সমাপ্তির সময়	ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ১০ দিন

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ ১: বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস

পাঠ ২: দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস

পাঠ ৩: আবৃত্ত দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন

পাঠ ৪: অসীম দশমিক

পাঠ ১ বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস করতে পারবেন,
- বাস্তব সংখ্যার বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন,
- বাস্তব সংখ্যার উপর যোগ ও গুণ প্রক্রিয়ার মৌলিক বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা, ভগ্নাংশ সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা, অমূলদ সংখ্যা, বাস্তব সংখ্যা

মূলপাঠ

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number)

গণনার প্রয়োজনে যে সংখ্যা ব্যবহার করা হয় তাই স্বাভাবিক সংখ্যা। যেমন $1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots$ইত্যাদি। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে N দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ $N=\{1,\ 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots\}$

পূর্ণ সংখ্যা (Integers)

শূন্য সহ সকল ধণাত্নক ও ঋণাত্নক অখণ্ড সংখ্যা সমূহকে পূর্ণ সংখ্যা বলা হয়।
যেমনঃ $\ldots\ldots\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$ ইত্যাদি। সাধারণত পূর্ণ সংখ্যার সেটকে Z দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
অর্থাৎ $Z=\{\ldots\ldots\ldots, -3, -2, -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots\ldots\}$

ভগ্নাংশ সংখ্যা (Fractional Number)

দুইটি পূর্ণ সংখ্যা p ও q যদি সহমৌলিক হয় এবং $q \neq 0$, $q \neq 1$ হয় তবে $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলা হয়। যেমনঃ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{-5}{2}$ ইত্যাদি। $p<q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p>q$ হলে, ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমনঃ $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \ldots\ldots\ldots\ldots$ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{2}, \ldots\ldots\ldots$ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মূলদ সংখ্যা (Rational Number)

দুইটি পূর্ণ সংখ্যা p ও q এবং $q \neq 0$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সকল সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। মূলদ সংখ্যার সেটকে সাধারণত Q দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ $Q=\left\{\frac{p}{q} \middle| p, q \in Z \text{ এবং } q \neq 0, p \text{ ও } q \text{ সহমৌলিক}\right\}$

অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number)

যে সকল সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদেরকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। অমূলদ সংখ্যার সেটকে সাধারণত Q' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমনঃ $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{5}{2}}$ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা (Decimal Fractional Number)
মূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করা যায়, এরা সসীম এবং আবৃত্ত হয়।

যেমন: $3 = 3.0,\quad \frac{5}{2} = 2.5,\quad \frac{10}{3} = 3.333\cdots$ ইত্যাদি।

অমূলদ সংখ্যাকেও দশমিকে প্রকাশ করা যায়, এরা অসীম এবং অনাবৃত্ত হয়।

যেমন: $\pi = 3.1416$..............., $\sqrt{2} = 1.414213$..............., $\sqrt{3} = 1.723$............ ইত্যাদি।

বাস্তব সংখ্যা (Real Number)
মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যাকে একত্রে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। বাস্তব সংখ্যার সেটকে সাধারণত R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
অর্থাৎ $R = Q \cup Q'$
অতএব সেটের সাহায্যে বাস্তব সংখ্যার সেটকে $N \subset Z \subset Q \subset R$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

ধনাত্মক সংখ্যা (Positive Number)
শূন্যের চেয়ে বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

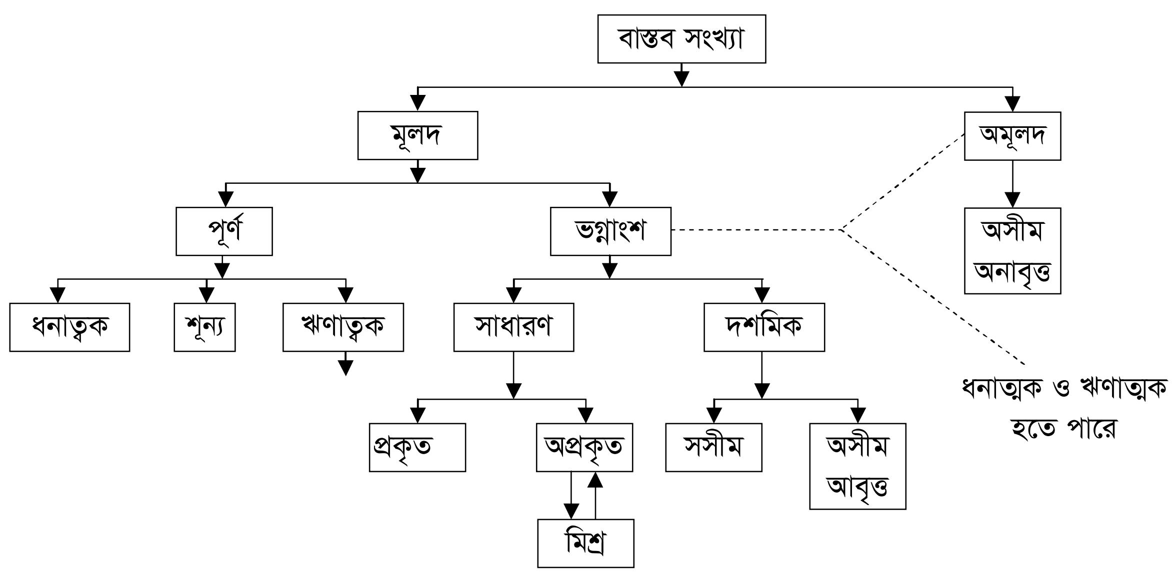
যেমন: $2,\ \frac{1}{4},\ \sqrt{3},\ 0.32,\ 0.006,\ 4.123$............ ইত্যাদি।

ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Number)
শূন্যের চেয়ে ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়। যেমন: $-1,\ -\frac{1}{3},\ -\sqrt{2},\ -0.341$ ইত্যাদি।

অঋণাত্মক সংখ্যা (Non-Negative Number)
শূন্য সহ সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে অঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন: $0, 1, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1.3,\ 2.123$............ইত্যাদি।

নিচের ছকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস দেখানো হলো



বাস্তব সংখ্যার উপর যোগ$(+)$, গুণ$(\times)$ এবং সম্পর্কের $(<, >, =)$ মৌলিক বৈশিষ্ট

১। $a, b \in R$ হলে, $a+b \in R$ এবং $ab \in R$
(দুইটি বাস্তব সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল বাস্তব সংখ্যা)

২। $a, b \in R$ হলে, $a+b=b+a$ এবং $ab=ba$
(বাস্তব সংখ্যার যোগ এবং গুণ বিনিময় বিধি মেনে চলে)

৩। $a, b, c \in R$ হলে, $(a+b)+c=a+(b+c)$ এবং $(ab)c=a(bc)$
(বাস্তব সংখ্যার যোগ এবং গুণ সংযোগ বিধি মেনে চলে)

৪। বাস্তব সংখ্যার সেটে 0 এবং $1 \neq 0$ এর অস্তিত্ব রয়েছে যেন সকল $a \in R$ এর জন্য $a+0=0+a=a$ এবং $a.1=1.\,a=a$

৫। $a \in R$ হলে, $a+(-a)=(-a)+a=0$ এবং $a \in R$ এবং $a \neq 0$ হলে $a.\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{a}.\,a=1$

৬। $a,b,c \in R$ হলে $a\,.\,(b+c)=ab+ac$ এবং $(b+c).a=b.a+c.a$

৭। $a, b \in R$ হলে, হয় $a=b$ অথবা $a<b$ অথবা $a>b$

৮। $a,b,c \in R$ এবং $a<b$ হলে $a+c<b+c$

৯। $a,b,c \in R$ এবং $a<b$ হলে $ac<bc$ যখন $c>0$ এবং $ac>bc$ যখন $c<0$.

শিক্ষার্থীর কাজ	$5,\ -5,\ \sqrt{19},\ 0,\ \dfrac{9}{7},\ 13,\ 2\dfrac{2}{3},\ 1.1234\ldots\ldots\ldots,\ 0.3\dot{2}\dot{3}$ সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখান।

উদাহরণ 1: $\sqrt{2}$ এবং 3 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করুন।

সমাধান: এখানে $\sqrt{2}=1.4142135.....$

মনে করুন, $x=2.1340067\ ......$ এবং $y=2.4310033\ ....$

x এবং y উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{2}$ এর চেয়ে বড় এবং 3 এর চেয়ে ছোট । অর্থাৎ

$$\sqrt{2}<2.1340067\ldots\ldots\ldots<3 \quad \text{এবং} \quad \sqrt{2}<2.4310033\ \ldots\ldots\ldots<3$$

আবার x এবং y কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ x এবং y দুইটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ 2: 2 এবং 2.6 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করুন।

সমাধান: মনে করুন, $x=2.1010010001......$ এবং $y=2.2010020002......$

স্পষ্টতঃ সংখ্যা দুইটি 2 এর চেয়ে বড় এবং 2.6 এর চেয়ে ছোট। অর্থাৎ

$$2<2.1010010001\ldots\ldots\ldots<2.6 \qquad \text{এবং}\ 2<2.2020020002\ldots\ldots\ldots<2.6$$

2 এবং 2.6 এর মাঝে x এবং y অবস্থিত এবং উভয়ই অমূলদ।

শিক্ষার্থীর কাজ	$\sqrt{3}$ এবং 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করুন।

প্রতিজ্ঞা: $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

প্রমাণ: আমরা জানি, $1<3<4$

$\therefore \sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$

বা $1<\sqrt{3}<2$

সুতরাং $\sqrt{3}$ এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেক্ষা ছোট। অতএব $\sqrt{3}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

তাহলে, $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

$\sqrt{3} = \dfrac{p}{q}$ (ধরুন) যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $q \neq 0$, p ও q সহমৌলিক

বা, $3 = \dfrac{p^2}{q^2}$ (বর্গ করে)

বা, $3q = \dfrac{p^2}{q}$ (উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে)

স্পষ্টতঃ $3q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\dfrac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা হবে না

$$3q \neq \frac{p^2}{q}$$

$\therefore \sqrt{3}$ এর মান $\dfrac{p}{q}$ আকারের কোন সংখ্যা হতে পারে না।

$\therefore \sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

শিক্ষার্থীর কাজ	প্রমাণ করুন $\sqrt{6}$ এবং $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ অমূলদ সংখ্যা

সারসংক্ষেপ

- গণনার প্রয়োজনে যে সংখ্যা ব্যবহার করা হয় তাই স্বাভাবিক সংখ্যা। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে N দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- শূন্য সহ সকল ধণাত্বক ও ঋণাত্বক অখণ্ড সংখ্যা সমূহকে পূর্ণ সংখ্যা বলা হয়। সাধারণত পূর্ণ সংখ্যার সেটকে Z দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- দুইটি পূর্ণ সংখ্যা p ও q যদি সহমৌলিক হয় এবং $q \neq 0$, $q \neq 1$ হয় তবে $\dfrac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলা হয়। $p < q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে, ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়।
- দুইটি পূর্ণ সংখ্যা p ও q এবং $q \neq 0$ হলে, $\dfrac{p}{q}$ আকারের সকল সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। মূলদ সংখ্যার সেটকে সাধারণত Q দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- যে সকল সংখ্যাকে $\dfrac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদেরকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। অমূলদ সংখ্যার সেটকে সাধারণত Q' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যাকে একত্রে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। বাস্তব সংখ্যার সেট কে সাধারণত R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- শূন্যের চেয়ে বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্বক সংখ্যা বলা হয়, শূন্যের চেয়ে ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্বক সংখ্যা বলা হয় এবং শূন্য সহ সকল ধণাত্বক সংখ্যাকে অঋণাত্বক সংখ্যা বলা হয়।

পাঠ ২ দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- ভগ্নাংশকে আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	সসীম দশমিক ভগ্নাংশ, অসীম দশমিক ভগ্নাংশ, আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ

মূলপাঠ

সসীম দশমিক ভগ্নাংশ (Terminating decimals)

সসীম দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকে সসীম সংখ্যক অংক থাকে। যেমনঃ $.2$, 1.013, 52.47 ইত্যাদি।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ (Recurring decimals)

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডান দিকের অংশ গুলো বা অংশ বিশেষ বার বার থাকে। যেমনঃ 3.3333.........., 2.4545.........., 7.12 767 767.......... ইত্যাদি।

এসব আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে আবার পৌনঃপুনিক চিহ্ন দিয়ে সসীম আকারে প্রকাশ করা যায়।

যেমনঃ 3.3333.............. বা $3.\dot{3}$

2.4545.................. বা $2.\dot{4}\dot{5}$

এবং 7.12767767 বা $7.12\dot{7}6\dot{7}$।

অসীম দশমিক ভগ্নাংশ (Non-terminating decimals)

অসীম দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকের অংকগুলো সসীম হবে না। যেমনঃ 3.1416..........., 2.827351..........ইত্যাদি।

লক্ষণীয়ঃ প্রত্যেক সসীম দশমিক এবং আবৃত্ত দশমিক মূলদ সংখ্যা এবং অসীম দশমিক অমূলদ সংখ্যা।

শিক্ষার্থীর কাজ	1.723, 4.2333........., 0.0025, 3.12345........ , 0.01505105.......... ভগ্নাংশগুলোকে কারণসহ শ্রেণিবিন্যাস করুন।

বাস্তব সংখ্যার দশমিক প্রকাশ

প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়। যেমনঃ $3 = 3.0$, $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{1}{3} = 0.333........$ ইত্যাদি।

মূলদ সংখ্যাকে সসীম দশমিক অথবা আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করা যায়। $\frac{p}{q}$ আকারে যদি q (হর) এর উৎপাদক 2 অথবা 5 হয় তা হলে $\frac{p}{q}$ মূলদ সংখ্যাকে সসীম দশমিকে প্রকাশ করা যায়। যেমনঃ $\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \times 2} = .75$, $\frac{9}{10} = \frac{9}{2 \times 5} = .9$

q এর উৎপাদক যদি 2 এবং 5 ছাড়া অন্য কোন মৌলিক উৎপাদক হয়, তাহলে $\frac{p}{q}$ এর মান আবৃত্ত দশমিক হবে।

যেমন: $\frac{3}{7} = 0.428571428571..........,\quad \frac{23}{6} = 3.8333...........$ ।

যদি কোন অসীম দশমিক সংখ্যা আবৃত্ত না হয় তবে সেটি একটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ 1: $\frac{25}{6}$ কে দশমিকে প্রকাশ করুন।

সমাধান: 25 কে 6 দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়,

$$\begin{array}{l} 6)25(4.1666..... \\ \quad \underline{24} \\ \quad 10 \\ \quad \underline{\ 6} \\ \quad\ 40 \\ \quad\ \underline{36} \\ \qquad 40 \\ \qquad \underline{36} \\ \qquad\ 4 \end{array}$$

লক্ষ করুন, ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভাগের প্রক্রিয়া শেষ হয় নাই। ভাগফলে একই সংখ্যা 6 বার বার আসতে থাকে। এখানে 4.1666..... একটি আবৃত্ত ভগ্নাংশ।

$$\therefore \frac{25}{6} = 4.1666........ \text{ বা } 4.1\dot{6}$$

দশমিক বিন্দুর পর একাধিক অংক আবৃত্ত হলে, কেবল প্রথম ও শেষ অংকের উপর পৌনঃপুনিক বিন্দু বসাতে হয়। যেমন:

$3.124\,124\,124..........$ কে লিখা হয় $3.\dot{1}2\dot{4}$

দশমিক বিন্দুর ডান দিকে আবৃত্তাংশ ছাড়া এক বা একাধিক অংক থাকলে, তাকে মিশ্র পৌনঃপুনিক বলে। যেমন: $1.\dot{3}$ বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক এবং $4.235\dot{1}\dot{2}$ মিশ্র পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ।

সারসংক্ষেপ

- সসীম দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানদিকে সসীম সংখ্যক অংক থাকে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডান দিকের অংশ গুলো বা অংশ বিশেষ বার বার থাকে। এসব আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে আবার পৌনঃপুনিক চিহ্ন দিয়ে সসীম আকারে প্রকাশ করা যায়।
- প্রত্যেক সসীম দশমিক এবং আবৃত্ত দশমিক মূলদ সংখ্যা এবং অসীম দশমিক অমূলদ সংখ্যা।
- যদি কোন অসীম দশমিক সংখ্যা আবৃত্ত না হয় তবে সেটি একটি অমূলদ সংখ্যা।
- দশমিক বিন্দুর পর একাধিক অংক আবৃত্ত হলে, কেবল প্রথম ও শেষ অংকের উপর পৌনঃপুনিক বিন্দু বসাতে হয়।
- দশমিক বিন্দুর ডান দিকে আবৃত্তাংশ ছাড়া এক বা একাধিক অংক থাকলে, তাকে মিশ্র পৌনঃপুনিক বলে।

পাঠ ৩ আবৃত্ত দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আবৃত্ত দশমিক কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে পারবেন।

মূলপাঠ

উদাহরণ 1: $0.\dot{5}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান: $0.\dot{5} = 0.5555..........$

$$0.\dot{5} \times 10 = 0.5555.......\times 10 = 5.5555.....$$

এবং $\underline{0.\dot{5} \times 1 = 0.5555.......\times 1 = 0.5555......}$

বিয়োগ করে $0.\dot{5}\times 10 - 0.\dot{5}\times 1 = 5$

বা, $0.\dot{5}\times (10-1) = 5$

বা, $0.\dot{5}\times 9 = 5$

$\therefore\ 0.\dot{5} = \dfrac{5}{9}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \dfrac{5}{9}$

ব্যাখ্যা ঃ

প্রথম ধাপে-

আবৃত্ত দশমিকে দশমিক বিন্দুর পর যে কয়টি অংক থাকে 1এর ডানে সেই সংখ্যক শূন্য বসিয়ে আবৃত্ত দশমিককে গুণ করা হয়। যেমন উপরোক্ত উদাহরণে দশমিকের পর 1টি অংক আছে তাই উক্ত আবৃত্ত ভগ্নাংশ কে 10 দ্বারা গুণ করা হয়েছে।

এরপর আবৃত্ত দশমিকে দশমিক বিন্দুর পর যে কয়টি অনাবৃত্ত অংক থাকে 1 এর ডানে সেই সংখ্যক শূন্য বসিয়ে গুণ করা হয়। উপরোক্ত উদাহরণে দশমিক বিন্দুর পর কোন অনাবৃত্ত অংক নেই তাই 1 এর ডানে কোন শূন্য বসানো হয়নি।

দ্বিতীয় ধাপে-

১ম গুণফল থেকে দ্বিতীয় গুণফল বিয়োগ করা হয়েছে, এতে ডানপক্ষের পূর্ণ সংখ্যা পাওয়া গিয়েছে।

লক্ষণীয় যে, দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো আবৃত্ত অংক ছিল ততটি 9 (এখানে 1টি 9)এবং এর ডানে দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো অনাবৃত্ত অংক ছিল ততটি শূন্য (এখানে অনাবৃত্ত অংক নেই বলে কোন শূন্য বসানো হয়নি) বসিয়ে প্রাপ্ত বিয়োগফলকে ভাগ করা হয়েছে।

আমরা আরো কিছু সমস্যার সমাধান করবো।

উদাহরণ 2: $0.\dot{2}\dot{3}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান: $0.\dot{2}\dot{3} = 0.232323....$

সুতরাং, $0.\dot{2}\dot{3} \times 100 = 0.232323....\times 100 = 23.2323.......$

$\underline{0.\dot{2}\dot{3} \times 1 = 0.232323....\times 1 = .2323.................}$

বিয়োগ করে $0.\dot{2}\dot{3} \times 100 - 0.\dot{2}\dot{3} \times 1 = 23$

বা, $0.\dot{2}\dot{3}\ (100-1) = 23$

বা, $0.\dot{2}\dot{3} \times 99 = 23$

$\therefore\ 0.\dot{2}\dot{3} = \dfrac{23}{99}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \dfrac{23}{99}$

উদাহরণ 3: $4.1\dot{3}4\dot{5}$ সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান: $4.1\dot{3}4\dot{5} = 4.1345\ 345\ ....$

সুতরাং $4.1\dot{3}4\dot{5} \times 10000 = 4.1345\ 345\ .....\times 10000 = 41345.345.....$

$\underline{4.1\dot{3}4\dot{5} \times 10 = 4.1345\ 345\ .....\times 10 = 41.345...........................}$

বিয়োগকরে $4.1\dot{3}4\dot{5} \times 10000 - 4.1\dot{3}4\dot{5} \times 10 = 41304$

বা, $4.1\dot{3}4\dot{5} \times (10000 - 10) = 41304$

বা, $4.1\dot{3}4\dot{5} \times 9990 = 41304$

$\therefore\ 4.1\dot{3}4\dot{5} = \dfrac{41304}{9990}$

এখন, 41304 কে 9990 দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়,

$$\frac{41304}{9990})41304(4\frac{1344}{9990} = 4\frac{672}{4995}$$

$$\frac{39960}{1344}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ভগ্নাংশ $4\dfrac{1344}{9990}$ বা $4\dfrac{672}{4995}$

শিক্ষার্থীর কাজ	$.\dot{3}\dot{2}$ এবং $3.14\dot{3}2\dot{6}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তরের সংক্ষিপ্ত নিয়ম:

$$\text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ} = \frac{\text{প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে গঠিত সংখ্যা} - \text{অনাবৃত্ত অংশ দ্বারা গঠিত সংখ্যা}}{\text{দশমিক বিন্দুর পরে যতগুলি আবৃত্ত অংক আছে ততগুলি } 9 \text{ এবং দশমিক বিন্দুর পরে যতগুলি অনাবৃত্ত অংক আছে ততগুলি শূন্য দ্বারা গঠিত সংখ্যা।}}$$

উদাহরণ 4: ঃ $43.3\dot{4}5\dot{7}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান: $43.3\dot{4}5\dot{7} = \dfrac{433457 - 433}{9990} = \dfrac{433024}{9990}$

এখন,

$$9990)433024(43\frac{3454}{9990}$$

$$\begin{array}{r} \underline{39960} \\ 33424 \\ \underline{29970} \\ 3454 \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 43\dfrac{3454}{9990}$ বা $= 43\dfrac{1727}{4995}$

বিকল্প সমাধান

$$\begin{aligned} 43.3\dot{4}5\dot{7} &= 43\frac{3457-3}{9990} \\ &= 43\frac{3454}{9990} \\ &= 43\frac{1727}{4995} \end{aligned}$$

উদাহরণ 5: ঃ $32.\dot{5}6\dot{7}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

সমাধান: $32.\dot{5}6\dot{7} = \dfrac{32567 - 32}{999} = \dfrac{32535}{999}$

এখন,

$$999)32535(32\frac{567}{999}$$

$$\begin{array}{r} \underline{2997} \\ 2565 \\ \underline{1998} \\ 567 \end{array}$$

$\therefore 32.\dot{5}6\dot{7} = 32\dfrac{567}{999}$ বা $32\dfrac{21}{37}$

বিকল্প সমাধান

$$\begin{aligned} 32.\dot{5}6\dot{7} &= 32\frac{567}{999} \\ &= 32\frac{21}{37} \end{aligned}$$

শিক্ষার্থীর কাজ	$0.0\dot{3}\dot{2}$, $3.32\dot{5}\dot{7}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করুন।

পাঠ ৪ অসীম দশমিক

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- অসীম অনাবৃত্ত ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	মান, আসন্ন মান

মূলপাঠ

পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে, যে দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দুর ডান পাশে ভিন্ন ভিন্ন অংক অসীম ভাবে আসে তাকে অসীম দশমিক সংখ্যা বলা হয়। যেমনঃ $3.1416789......$ একটি অসীম দশমিক সংখ্যা।

2 এর বর্গমূল একটি অসীম দশমিক সংখ্যা। $\sqrt{2}=1.4142135.........$

নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান

অসীম দশমিকের মান কোন নির্দিষ্ট স্থান পর্যন্ত মান বের করা এবং কোন নির্দিষ্ট স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করার অর্থ একই নয়। যেমন ঃ $4.5325891..........$ দশমিক সংখ্যাটির চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান হবে 4.5325 । কিন্তু সংখ্যাটি চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান হবে 4.5326 । এখানে দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান একই হবে যা 4.53 । সসীম দশমিক ক্ষেত্রেও এভাবে আসন্ন মান বের করা যায়।

মন্তব্য: যত দশমিক স্থান পর্যন্ত মান বের করতে বলা হবে, তত দশমিক স্থান পর্যন্ত যে সব অংক থাকবে হুবহু সে অংকগুলো লিখতে হবে মাত্র। আর যত দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করতে বলা হবে এবং পরবর্তী স্থানটিতে যদি $5, 6, 7, 8$ বা 9 থাকে, তবে শেষ অংকটির সাথে 1 যোগ করতে হবে। কিন্তু যদি $1, 2, 3$ বা 4 থাকে তবে শেষ স্থানটির অংক যেমন ছিল তেমনই থাকবে, এ ক্ষেত্রে দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং আসন্ন মান একই হবে।

উদাহরণ 1: $5.4623845.......$ দশমিক সংখ্যাটির $1, 2, 3, 4, 5$ দশমিক স্থান পর্যন্ত মান ও আসন্ন মান নির্ণয় করুন।

সমাধান:

দশমিক স্থান পর্যন্ত মান		দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	
এক দশমিক স্থান পর্যন্ত মান	5.4	এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	5.5
দুই " " " "	5.46	দুই " " " "	5.46
তিন " " " "	5.462	তিন " " " "	5.462
চার " " " "	5.4623	চার " " " "	5.4624
পাঁচ " " " "	5.46238	পাঁচ " " " "	5.46238

শিক্ষার্থীর কাজ	$3.605261........$, $\sqrt{29}$ দশমিক সংখ্যার $1, 2, 3, 4, 5$ দশমিক স্থান পর্যন্ত মান ও আসন্ন মান নির্ণয় করুন।

সারসংক্ষেপ

- যে দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দুর ডান পাশে ভিন্ন ভিন্ন অংক অসীম ভাবে আসে তাকে অসীম দশমিক সংখ্যা বলা হয়।
- অসীম দশমিকের মান কোন নির্দিষ্ট স্থান পর্যন্ত মান বের করা এবং কোন নির্দিষ্ট স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করার অর্থ একই নয়।

চূড়ান্ত মূল্যায়ন

1. প্রমাণ করুন $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ প্রত্যেকে অমূলদ।
2. 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করুন।
3. আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করুন

   (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{7}{33}$ (iii) $\frac{29}{9}$ (iv) $3\frac{8}{15}$
4. সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন

   (i) $.\dot{3}$ (ii) $0.\dot{2}\dot{4}$ (iii) $0.2\dot{5}$ (iv) $2.7\dot{8}$ (vi) $6.2\dot{3}0\dot{9}$
5. 1.3 এবং $\sqrt{8}$ দুইটি সংখ্যা

   (i) প্রথম ভগ্নাংশটিকে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

   (ii) প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করুন।

   (iii) প্রদত্ত সংখ্যা দুইটির মধ্যে কোনটি অমূলদ সংখ্যা যুক্তি সহকারে প্রকাশ করুন।