



পরিসংখ্যান (Statistics)

ভূমিকা

বিভিন্ন পরিসংখ্যানবিদের অক্লান্ত পরিশ্রমের ফসল পরিসংখ্যান শাস্ত্রটি। স্যার আর এ ফিশার, ইয়ুল এবং কেডেল, কার্ল পিয়ারসন, মহালনবিশ ইত্যাদি পরিসংখ্যানবিদের নাম বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। তবে স্যার আর এ ফিশার পরিসংখ্যানের জনক হিসেবে স্বীকৃত।



Karl Pearson(27 March 1857 – 27 April 1936) **Sir Ronald Aylmer Fisher**(17 February 1890 – 29 July 1962)
দ্রুত পরিবর্তনশীল বিশ্বের চ্যালেঞ্জ মোকাবেলায় ও বিজ্ঞান-প্রযুক্তির উন্নয়নে পরিসংখ্যানের গুরুত্ব অপরিসীম। উন্নয়নের ধারা অব্যাহত রাখতে তথ্য সম্পর্কে সম্যক জ্ঞান থাকা প্রয়োজন। কারণ তথ্যের ধারাবাহিকতা সমাজ-উন্নয়নের মূল চাবিকাঠি। পরিসংখ্যানিক তথ্য সম্পর্কে বিশদভাবে জানার জন্য এই ইউনিটে পরিসংখ্যানিক তথ্য, তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি, তথ্য উপস্থাপন, তথ্যের পরিসংখ্যানিক পরিমাপ ইত্যাদি সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে।



ইউনিটের উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- পরিসংখ্যানের ধারণা ও সংজ্ঞা বলতে ও ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- তথ্য ও তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন,
- তথ্য উপস্থাপন করতে পারবেন,
- পরিসংখ্যানিক পরিমাপ পদ্ধতি (গড়, মধ্যক, প্রচুরক) বর্ণনা ও ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- পরিসংখ্যানিক পরিমাপের সাহায্যে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।



ইউনিট সমাপ্তির সময়

ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ১৫ দিন

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

- পাঠ ১: পরিসংখ্যানের ধারণা ও সংজ্ঞা
- পাঠ ২: পরিসংখ্যানিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি ও তথ্য উপস্থাপন
- পাঠ ৩: তথ্য বা উপাত্তের লেখচিত্র
- পাঠ ৪: পরিসংখ্যানিক পরিমাপ পদ্ধতি (গড়, মধ্যক ও প্রচুরক)

পাঠ ১

পরিসংখ্যানের ধারণা ও সংজ্ঞা



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা বলতে পারবেন,
- পরিসংখ্যানের গুরুত্ব ও কার্যাবলী বর্ণনা করতে পারবেন,
- পরিসংখ্যানের ব্যবহার ও অপব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	পরিসংখ্যান, ব্যবহার, অপব্যবহার
------------	--------------------------------



মূলপাঠ

পরিসংখ্যান সংখ্যা বিষয়ক বিজ্ঞান। মানুষের প্রাত্যহিক জীবনের রাজনৈতিক, সামাজিক, শিল্প-বাণিজ্য তথা অর্থনৈতিক সকল ক্ষেত্রে পরিসংখ্যানের সংযোগ রয়েছে।

পরিসংখ্যান শব্দের শাব্দিক অর্থ হলো সংখ্যাাত্মক তথ্য বা সংখ্যা নিয়ে গবেষণা বিজ্ঞান। পরিসংখ্যান শব্দটি ল্যাটিন শব্দ Status, ইতালীয় শব্দ Statista বা জার্মান শব্দ Statistik হতে উদ্ভূত হয়েছে বলে ধরা হয়। অতিপ্রাচীনকাল হতে পরিসংখ্যানের ব্যবহার শুরু হয়েছে। বলতে গেলে মানুষ যেদিন থেকে ভাষা ব্যবহার করতে শিখেছে, সেদিন থেকেই পরিসংখ্যানের ব্যবহার শুরু হয়েছে।

পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা

পরিসংখ্যান বলতে প্রাথমিকভাবে বোঝায় কোন অনুসন্ধানের সংখ্যাভিত্তিক তথ্য। অর্থাৎ সংখ্যাভিত্তিক তথ্যের সংগ্রহ বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যা দানের বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি হলো পরিসংখ্যান। তাই পরিসংখ্যানের সংজ্ঞায় আমরা বলতে পারি, যে বিজ্ঞান কোন সংখ্যাাত্মক তথ্যাবলী সংগ্রহ, সংবদ্ধকরণ, উপস্থাপন, বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যা দান করে, সেই বিজ্ঞান হলো পরিসংখ্যান।

পরিসংখ্যানের বিকাশ লাভ

প্রাচীনকাল হতে সংখ্যাাত্মক বিষয়টি ব্যবহার হয়ে আসছে। খ্রীষ্টপূর্ব ৩০৫০ অব্দে মিশরের ফারাওরা তাঁদের পিরামিড তৈরির প্রয়োজনে লোক গণনা করে লিপিবদ্ধ করতেন। তা'ছাড়া বিভিন্ন সময়ে রাজকার্য সম্পাদনের ক্ষেত্রে বিভিন্ন তথ্য লিপিবদ্ধ করে রাখতেন। স্যার পেটি, ই.হ্যালি জীবন সংক্রান্ত পরিসংখ্যান, বীমা ইত্যাদি লিপিবদ্ধ করে রাখতেন। সামাজিক, বাণিজ্যিক, অর্থনৈতিক বিষয়ের সাথে সংখ্যাতত্ত্বের ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক সংযোজিত হয়েছে বিগত শতাব্দী থেকে। তা'ছাড়া বিভিন্ন শাস্ত্রে পরিসংখ্যানের উন্নতি সাধন করেছেন Karl Pearson, R. A. Fisher, Yule-Kendall ইত্যাদি পরিসংখ্যানবিদগণ। বর্তমানে পরিসংখ্যানের ব্যবহার বহুবিধ। পরিসংখ্যানের বিভিন্নমুখী বিকাশের জন্য বিশ্বায়নের এ যুগে পরিসংখ্যানের গুরুত্ব আরও বৃদ্ধি পেয়েছে।

পরিসংখ্যানের ব্যবহার

সমাজ উন্নয়নে, শিক্ষাক্ষেত্রে পরিসংখ্যানের ব্যবহার বিস্তৃত। পরিসংখ্যানের ব্যবহার ক্ষেত্র নিম্নরূপ:

- শিক্ষা বিজ্ঞান উন্নয়নে
- বাণিজ্য তথা বাজার বিশ্লেষণে
- জনসংখ্যা উন্নয়নে
- রাষ্ট্র পরিচালনায়

ইত্যাদি ক্ষেত্রে পরিসংখ্যানের ব্যবহার বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য।

পরিসংখ্যানের অপব্যবহার

তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে পরিসংখ্যানের যেমন গুরুত্ব রয়েছে, অপব্যবহারে ঠিক তেমনি ক্ষতির সম্মুখীন হতে হয়। যেমন-

- পরিসংখ্যান না জানা ব্যক্তিদের দ্বারা তথ্য সংগ্রহ করলে ক্ষতির সম্মুখীন হতে হয়।
- অবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি ব্যবহারে তথ্য কোন কাজে লাগে না।
- সঠিক ধারণা পাওয়া যায় না বিধায় সঠিক সিদ্ধান্ত নেয়া সম্ভব নয়।
- ভুল সিদ্ধান্ত সমাজ উন্নয়নের বাধা হয়ে দাঁড়ায়।



সারসংক্ষেপ

- ✳ পরিসংখ্যান সংখ্যা বিজ্ঞান।
- ✳ রাষ্ট্রীয় সামাজিক সহ বিজ্ঞানের প্রতিটি শাখায় পরিসংখ্যানের ব্যবহার রয়েছে।
- ✳ সঠিক পরিসংখ্যান পদ্ধতি ব্যবহারে যে কোন বিষয়ে উন্নয়নের হাতিয়ার হলো পরিসংখ্যান।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৭.১

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (✓) দিন (1-3):

1. পরিসংখ্যান হল-

- (ক) সংখ্যাভিত্তিক বিজ্ঞান
(গ) ব্যবসায়ভিত্তিক বিজ্ঞান

- (খ) সমাজভিত্তিক বিজ্ঞান
(ঘ) যুক্তিভিত্তিক বিজ্ঞান

2. পরিসংখ্যানের কাঁচা উপাদান হল-

- (ক) গণনা (খ) তথ্য

- (গ) গড় (ঘ) সংশ্লেষ

3. পরিসংখ্যান শব্দের শাব্দিক অর্থ হল-

- (ক) বর্ণাভিত্তিক তথ্য (খ) সংখ্যাাত্মক তথ্য

- (গ) ল্যাটিন তথ্য (ঘ) কল্পিত তথ্য

শূন্যস্থান পূরণ করুন (4-5):

4. পরিসংখ্যান ল্যাটিন শব্দ ——— হতে উদ্ভূত।

5. ——— সকলেই পরিসংখ্যানবিদ।

সত্য/মিথ্যানির্ণয় করুন (6-7):

6. পরিসংখ্যান প্রাচীনকাল থেকে ব্যবহার হয়ে আসছে।

7. Statista শব্দের সাথে পরিসংখ্যানের কোন সম্পর্ক নেই।

8. এক কথায় উত্তর লিখুন:

- (ক) পরিসংখ্যান।
(খ) Statistik শব্দের অর্থ।
(গ) পরিসংখ্যানের অপব্যবহার।

পাঠ ২ পরিসংখ্যানিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি ও তথ্য উপস্থাপন



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- তথ্য বা উপাত্তের সংজ্ঞা বলতে ও বর্ণনা করতে পারবেন,
- কিভাবে উপাত্ত সংগ্রহ করতে হয় তা বর্ণনা করতে পারবেন,
- উপাত্তের সারণিভুক্তকরণ করতে পারবেন,
- গণসংখ্যা ও ক্রমজোযিত গণসংখ্যা নির্ণয় করতে পারবেন,
- চলকের বর্ণনা দিতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	তথ্য বা উপাত্ত, গুণবাচক তথ্য, পরিমাণগত তথ্য, প্রাথমিক তথ্য, মাধ্যমিক তথ্য, সারণিভুক্তকরণ, পরিসর, শ্রেণি ব্যবধান, গণসংখ্যা, ক্রমজোযিত গণসংখ্যা, চলক, বিচ্ছিন্ন চলক, অবিচ্ছিন্ন চলক
------------	---



মূলপাঠ

তথ্য বিশ্ব সম্পর্কে বিস্তারিত জানার জন্য তথ্য বিশ্ব থেকে তথ্য বা উপাত্ত সংগ্রহ করা প্রয়োজন। এ তথ্য সংগ্রহ পরিসংখ্যানিক উপায়ে করতে হয়। তথ্য হলো পরিসংখ্যান গবেষণার কাঁচা উপাদান।

তথ্য বা উপাত্ত (Data)

যখন কোন গবেষক কোন ব্যক্তি বা বস্তুর বৈশিষ্ট্যকে পরিমাণগতভাবে পরিমাপ করে তখন সেই পরিমাপকে তথ্য বা উপাত্ত বলে। উদাহরণস্বরূপ বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের গড় বয়স জানতে হলে বিশ্ববিদ্যালয়ের টিউটোরিয়াল কেন্দ্র থেকে কিছুসংখ্যক শিক্ষার্থীর বয়স সংগ্রহ করে বয়সের গড়ের ধারণা বের করা যায়। এখানে সংগৃহীত বয়স হল তথ্য বা উপাত্ত।

তথ্যের বৈশিষ্ট্য অনুসারে তথ্য দু'ধরনের হয়- (ক) গুণবাচক তথ্য; (খ) পরিমাণগত তথ্য।

(ক) গুণবাচক তথ্য (Qualitative Data): কোন অনুসন্ধানে ব্যক্তি বা বস্তুর গুণবাচক বৈশিষ্ট্য আছে বা নেই দ্বারা পরিমাপ করা হয়, তাকে গুণবাচক উপাত্ত বা তথ্য বলে। উদাহরণস্বরূপ কোন এলাকায় ধানক্ষেতে পোকামাকড় মারায় ঔষধ দেয়ার পর তা কার্যকর কিনা, এমন উপাত্তকে গুণবাচক উপাত্ত বলে।

(খ) পরিমাণগত তথ্য (Quantitative Data): আবার গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলীকেও পরিসংখ্যানের তথ্য বা উপাত্ত বলা হয়। পরিমাণযোগ্য সংখ্যাটুকু পরিমাপকে পরিমাণগত তথ্য বলা হয়। যেমন বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের ৫০ জন এসএসসি প্রোগ্রামের শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরকে পরিমাণগত তথ্য বলা যায়, কারণ এখানে শিক্ষার্থীদের মেধাকে সংখ্যা দিয়ে পরিমাপ করা হয়েছে।

তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি (Data Collection Method)

তথ্যবিশ্ব থেকে তথ্য সংগ্রহ করা হয়। তথ্য সাধারণত দু'ভাবে সংগ্রহ করা হয়- (ক) প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি; (খ) মাধ্যমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি।

(ক) প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি (Primary Data Collection Method): যে তথ্য বিভিন্ন ধরনের জরিপের বা সাক্ষাতকারের মাধ্যমে সরাসরি সংগ্রহ করা হয় তাকে প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি বলে। প্রশ্নপত্রের মাধ্যমে, ডাক যোগাযোগের মাধ্যমে প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ করা হয়।

(খ) মাধ্যমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি (Secondary Data Collection Method): যেসব উপাত্ত বিভিন্ন প্রতিষ্ঠান থেকে প্রকাশিত হয়, সেই তথ্য বা উপাত্তগুলো সংগ্রহ করার পদ্ধতিকে মাধ্যমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি বলা হয়। যেমন WHO,

ILO, World Bank, বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো ইত্যাদি থেকে প্রকাশিত তথ্য সংগ্রহকে মাধ্যমিক তথ্যসংগ্রহ পদ্ধতি বলে।

উপাত্তের সারণিভুক্তকরণ (Tabulate the Data)

গুণবাচক পরিমাপ নয় এমন সংখ্যামূলক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের কাঁচা উপাদান। এ ধরনের উপাত্ত সাধারণত অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকে। এসব অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে সরাসরিভাবে বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় না। তাই উপাত্তগুলোকে বিভিন্নভাবে সাজাতে হয়। প্রয়োজন হয় উপাত্তগুলো বিন্যস্ত বা সারণিভুক্ত করা। আর উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো উপাত্তের উপস্থাপন।

উপাত্তের সারণিভুক্তকরণ অর্থাৎ গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি করতে কতগুলোধাপ অনুসরণ করতে হয়।

ধাপ ১: পরিসর নির্ণয়: পরিসর হল তথ্যের সর্বোচ্চ সীমা থেকে সর্বনিম্ন সীমার বিয়োগফল। অর্থাৎ পরিসরকে R দ্বারা প্রকাশ করলে, $R =$ তথ্যের সর্বোচ্চ সীমা – তথ্যের সর্বনিম্ন সীমা।

ধাপ ২: শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয়: তথ্যের উপর নির্ভর করে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করা হয়। শ্রেণি সংখ্যাকে K দ্বারা প্রকাশ করলে, $K = \sqrt{N}$; এখানে $N =$ মোট তথ্যসংখ্যা

ধাপ ৩: শ্রেণি ব্যবধান নির্ণয়: শ্রেণি ব্যবধান কে d দ্বারা প্রকাশ করলে

$$d = \frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণি সংখ্যা}} = \frac{R}{K}$$

ধাপ ৪: টালি চিহ্ন ও গণসংখ্যা নির্ণয়: শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যে অবস্থিত তথ্য মান সংখ্যাকে টালি “|” চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়। পাঁচটি টালি চিহ্নের ক্ষেত্রে “|N|” এভাবে লিখতে হয়। একটি শ্রেণি ব্যবধানের ঘরে মোট টালি “|” সংখ্যাই ঘটন সংখ্যা বা গণসংখ্যা (Frequency)।

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা (Cumulative Frequency): শ্রেণিগুলোর গণসংখ্যাকে পর্যায়ক্রমে যোগ করে স্থাপন করলে তাকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বলা হবে।

এ পর্যায়ে আমরা উদাহরণের সাহায্যে একটি গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি নির্ণয় করবো।

উদাহরণ ১: নিচে ৪০ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল:

৭০,	৪৫,	৪০,	৩৫,	৬০,	৬০,	৫৫,	৫৮,	৬৫,	৮০,
৭০,	৪৬,	৫০,	৬০,	৬৫,	৭০,	৫৮,	৬০,	৪৮,	৭০,
৩৬,	৮৫,	৯০,	৬০,	৫০,	৪৬,	৭২,	৯৫,	৯৮,	৬০,
৬২,	৭০,	৬০,	৬৫,	৪৬,	৭৬,	৮০,	৮৭,	৯০,	৮৫।

(i) প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করতে হবে।

(ii) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করতে হবে।

সমাধান: গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি করতে আমরা প্রতিটি ধাপ অনুসরণ করবো।

ধাপ-১: তথ্যসমূহের সর্বোচ্চ মান ৯৮ এবং সর্বনিম্ন মান ৩৫। তথ্যসমূহের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য অর্থাৎ পরিসর, $R = ৯৮ - ৩৫ = ৬৩$


ধাপ-২: শ্রেণিসংখ্যা $K = \sqrt{N} = \sqrt{৪০} = ৬.৩২ \approx ৭$

ধাপ-৩: শ্রেণি ব্যবধান $d = \frac{R}{K} = \frac{৬৩}{৬.৩২} = ১০.১৬ \approx ১০$

গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি নিম্নে দেওয়া হল:

শ্রেণি ব্যবধান	টালি মার্ক	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩০-৩৯		২	২
৪০-৪৯		৬	(২+৬) = ৮
৫০-৫৯		৬	(৮+৬) = ১৪
৬০-৬৯		১১	(১৪+১১) = ২৫
৭০-৭৯		৭	(২৫+৭) = ৩২
৮০-৮৯		৫	(৩২+৫) = ৩৭
৯০-১০০		৩	(৩৭+৩) = ৪০

প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ক্রমযোজিত গণসংখ্যার ঘরে লিখতে হবে। এখানে প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ২, তাই প্রথম শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ২। দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ৬, প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ২ এর সাথে যোগ করে পাওয়া যায় $২+৬ = ৮$ । অতএব দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ৮। দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ৮ এর সাথে তৃতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ৬ যোগ করলে পাওয়া যায় $৮+৬ = ১৪$, যা তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। এভাবে পর্যায়ক্রমে পরবর্তী শ্রেণিগুলোর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করতে হয়।

 শিক্ষার্থীর কাজ	বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের অন্তর্গত একটি টিউটোরিয়াল সেন্টারের এসএসসি প্রোগ্রামের ইংরেজি বিষয়ের ৩০ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর নিম্নে দেওয়া হল। গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করুন।
	৪৪, ৪৫, ৪৮, ৪৯, ৫০, ৫২, ৪৭, ৫৩,
	৫৬, ৫৬, ৫৭, ৫৭, ৯০, ৮৫, ৭৭, ৯০,
	৬১, ৫১, ৬৫, ৬২, ৭৫, ৭২, ৬৬, ৭৮,
	৫২, ৫৩, ৫৫, ৬০, ৬০, ৭৯।

চলক (Variable)

তথ্য বিশ্বের প্রত্যেকটি উপাদানের এক বা একাধিক বৈশিষ্ট্য থাকে। এ বৈশিষ্ট্যের প্রত্যেকটিই পরিমাণে আলাদা। তাই প্রত্যেকটি বৈশিষ্ট্য পরিমাপকে চলক বলে। যেমন, মানুষের বিভিন্ন পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য হলো উচ্চতা, ওজন, মেধা ইত্যাদি। যে সমস্ত বৈশিষ্ট্য পরিমাপযোগ্য সেগুলোকে পরিমাপযোগ্য চলক বলে। যেসব বৈশিষ্ট্য সংখ্যাত্মক পরিমাপ করা যায় না অর্থাৎ ছেলেটি ভাল/মন্দ, জ্ঞানী/বুদ্ধিমান ইত্যাদি গুণবাচক বৈশিষ্ট্যে পরিমাপ বা শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয়, এ ধরনের তথ্যকে গুণবাচক চলক বলে।

পরিমাণবাচক চলককে আবার দু'ভাবে ভাগ করা যায়:

(ক) **বিচ্ছিন্ন চলক (Discrete Variable):** চলকের যে মান পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাহাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন ১, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি।

(খ) **অবিচ্ছিন্ন চলক (Indiscrete Variable):** যে চলক কোন সীমার মধ্যে অবস্থান করে তাকে অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন $৫ \leq x \leq ৬$, $০ \leq x < \infty$ ইত্যাদি।



সারসংক্ষেপ

- ❖ পরিসংখ্যানিক গবেষণায় কাঁচা উপাদান হলো তথ্য বা উপাত্ত।
- ❖ বৈশিষ্ট্য অনুসারে তথ্য বা উপাত্ত দু'ধরনের হয়- (ক) গুণবাচক তথ্য; (খ) পরিমাণগত তথ্য।
- ❖ তথ্যবিশ্ব থেকে তথ্য সংগ্রহ করা হয়। তথ্য সাধারণত দু'ভাবে সংগ্রহ করা হয়- (ক) প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি; (খ) মাধ্যমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি।
- ❖ সংগ্রহিত তথ্যকে গবেষণার কাজে লাগানোর জন্য সংঘটিত করতে হয়, টেবিলে উপস্থাপন করতে হয়, অতঃপর বিশ্লেষণ করতে হয় সিদ্ধান্ত নেওয়ার জন্য।
- ❖ একটি শ্রেণি ব্যবধানের ঘরে মোট টালি “|” সংখ্যায়ই ঘটন সংখ্যা বা গণসংখ্যা (Frequency)।
- ❖ শ্রেণিগুলোর গণসংখ্যাকে পর্যায়ক্রমে যোগ করে স্থাপন করলে তাকে ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা বলা হবে।
- ❖ তথ্যে এক বা একাধিক ধরনের বৈশিষ্ট্য থাকে; প্রত্যেকটি বৈশিষ্ট্যের পরিমাপনকে চলক বলে।
- ❖ চলকের যে মান পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাহাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন ১, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি।
- ❖ যে চলক কোন সীমার মধ্যে অবস্থান করে তাকে অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন $৫ \leq x \leq ৬$, $০ \leq x < \infty$ ইত্যাদি।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৭.২

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (✓) লিখুন (1-2):

1. তথ্যের বৈশিষ্ট্যের উপর ভিত্তি করে তথ্যকে কত ভাগে ভাগ করা হয়-
 (ক) ৫ ভাগে (খ) ৩ ভাগে (গ) ২ ভাগে (ঘ) ৭ ভাগে
2. তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি কত প্রকার-
 (ক) ৪ প্রকার (খ) ২ প্রকার (গ) ৫ প্রকার (ঘ) ৩ প্রকার

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন (3-4):

3. প্রাথমিক তথ্য সরাসরি বা প্রশ্নোত্তরের মাধ্যমে সংগ্রহ করা হয়।
4. মাধ্যমিক তথ্য প্রকাশিত তথ্য নয়।

শূন্যস্থান পূরণ করুন (5-7):

5. পরিসরকে R দ্বারা প্রকাশ করলে, $R =$ _____
6. শ্রেণি সংখ্যাকে K দ্বারা প্রকাশ করলে $K =$ _____
7. শ্রেণি ব্যবধান কে d দ্বারা প্রকাশ করলে $d =$ _____

8. এক কথায় উত্তর লিখুন:

- (ক) শ্রেণিবদ্ধকরণ।
- (খ) প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি।
- (গ) টালিমার্ক।
- (ঘ) গণসংখ্যা।

পাঠ ৩ তথ্য বা উপাত্তের লেখচিত্র



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন করতে পারবেন,
- গণসংখ্যা নিবেশনের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করতে পারবেন,
- গণসংখ্যা নিবেশনের অজিভ রেখা অঙ্কন করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ আয়তলেখ, গণসংখ্যা বহুভুজ, অজিভ রেখা

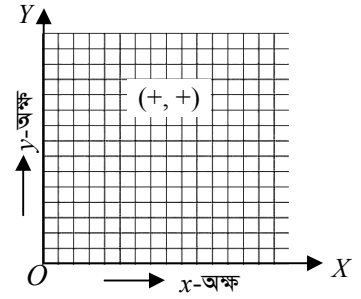


মূলপাঠ

তথ্য, পরিমাপের সংখ্যাত্মক উপস্থাপন, তথ্যকে পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণ, সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে বেশ জটিল প্রক্রিয়ার মধ্যে যেতে হয়। কিন্তু তথ্যকে গ্রাফ বা চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করতে পারলে তা সহজ, চিত্তাকর্ষ ও আকর্ষণীয় করে তোলে এবং একজন পরিসংখ্যান জানা ব্যক্তি না হলেও যে কেউই তথ্য সম্পর্কে ধারণা দিতে পারবে।

নকশা ও লেখচিত্র উভয় মাধ্যমেই তথ্যসমূহকে উপস্থাপন করা হয়। দুইটি চলকের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক পর্যালোচনার জন্য ব্যবহৃত হয় গ্রাফ পেপার। লেখচিত্র অঙ্কনের সাধারণ নিয়ম নিম্নরূপ।

ছক কাগজে লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। ছক কাগজে আনুভূমিক ও উলম্ব রেখা থাকে যা কাগজে সমান আকারের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র তৈরি করে থাকে। চিত্র অনুযায়ী OX কে x -অক্ষ এবং OY কে y -অক্ষ দ্বারা নির্দেশ করা হয়। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম ঘরকে একক ধরে চলকের মান স্থাপন করা হয়।



চিত্র: গ্রাফ পেপার

আয়তলেখ (Histogram)

আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান ও y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে। বর্গক্ষেত্রের প্রতি ঘরকে একক ধরতে হবে। অতঃপর প্রতি শ্রেণির শ্রেণি ব্যবধান ও গণসংখ্যাকে বিবেচনায় নিয়ে আয়তক্ষেত্র আঁকতে হবে। আয়তক্ষেত্রগুলো একের সাথে অপরটি গায়ে মিশে থাকবে। উক্ত শ্রেণি ব্যবধান ও গণসংখ্যার আয়তক্ষেত্রগুলোকে একত্রে আয়তলেখ বলা হয়।

গণসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon)

গণসংখ্যা বহুভুজের ক্ষেত্রে x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান এবং গণসংখ্যাকে y -অক্ষ বরাবর স্থাপন করতে হবে। অতঃপর শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বরাবর গণসংখ্যা বিন্দুগুলো চিহ্নিত করে রেখাংশ দ্বারা যোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যাবে উহাই গণসংখ্যা বহুভুজ।

মনে রাখার বিষয়:

আয়তলেখ এবং গণসংখ্যা বহুভুজের ক্ষেত্রে গণসংখ্যা নিবেশণ অবশ্যই অবিচ্ছিন্ন নিবেশণ সারণি হতে হবে। বিচ্ছিন্ন নিবেশণ সারণি হলে সারণিটিকে অবিচ্ছিন্ন করতে হবে।

উদাহরণ 1: নিচের গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করুন।

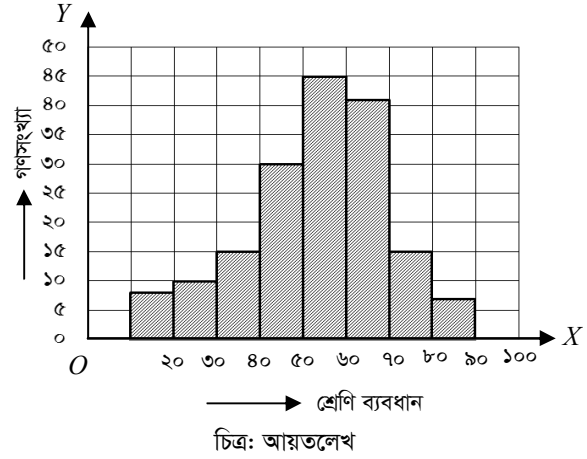
শ্রেণি ব্যবধান	১০-২০	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০
গণসংখ্যা	৮	১০	১৫	৩০	৪৫	৪১	১৫	৭

সমাধান:

আয়তলেখ:

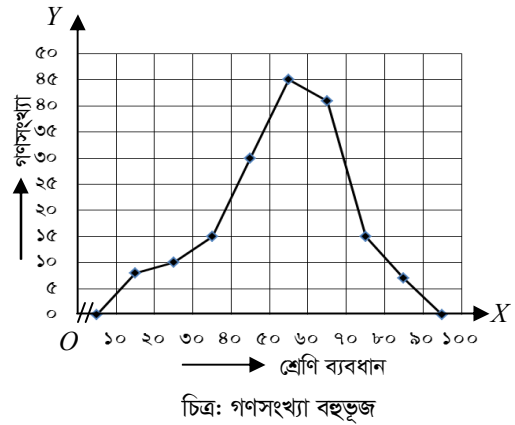
এখানে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণিটির শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন। তাই গ্রাফ কাগজে x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান এবং y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করুন। গ্রাফ কাগজের প্রতিটি ঘরকে একক ধরে আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করুন।

প্রাপ্ত ক্ষেত্রগুলোকে আয়তলেখ বলা হবে।

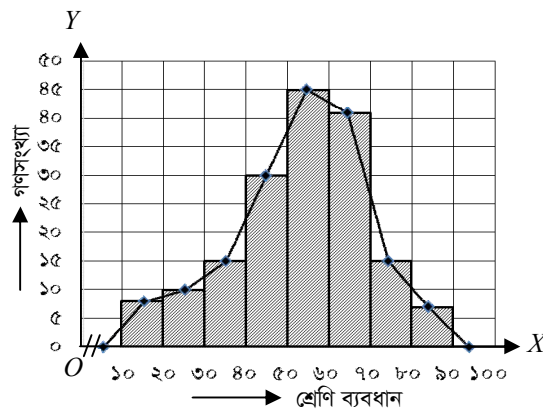


গণসংখ্যা বহুভুজ:

প্রথমে x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান ও y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা গ্রাফ কাগজে স্থাপন করতে হবে। অতঃপর শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু বরাবর গণসংখ্যার অবস্থান নির্দেশিত করার জন্য একটি বিন্দু দিয়ে নির্দেশ করতে হবে। পর্যায়ক্রমে প্রত্যেক শ্রেণি মধ্যবিন্দুর বিপরীতে গণসংখ্যা নির্দেশিত করতে হবে। অতঃপর রেখাংশ দ্বারা যোগ করে বহুভুজ আঁকতে হবে। শ্রেণি ব্যবধানের ১ম ও শেষ মধ্যবিন্দু বর্ধিত করে চিত্র অনুযায়ী প্রাপ্য রেখাংশ দিয়েই গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করতে হবে।



একই গ্রাফ কাগজে আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা যায়। নিম্নে চিত্রটি দেখানো হলো।



এক্ষেত্রে প্রথমে আয়তলেখ আঁকতে হবে। অতঃপর শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করে মধ্যবিন্দুর বিপরীতে রেখাংশ দ্বারা যোগ করতে হবে।

বিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন

উদাহরণ 2: নিম্নে বিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি দেওয়া হলো:

ওজন: কেজি	৪১-৪৫	৪৬-৫০	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০
গণসংখ্যা: শিক্ষার্থী সংখ্যা	২	৫	১০	২০	১৫	৮

সারণি তথ্য থেকে-

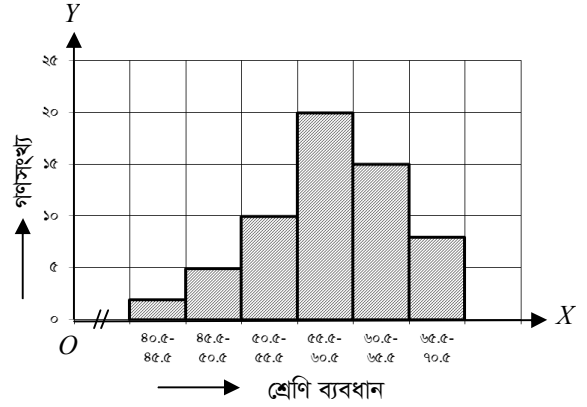
- (ক) আয়তলেখ অঙ্কন করুন।
 (খ) গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করুন।
 (গ) আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করুন।

সমাধান: প্রদত্ত সারণিতে শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। তাই প্রথমে বিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধানকে অবিচ্ছিন্ন করতে হবে। এ ক্ষেত্রে প্রথম শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা ও পরবর্তী শ্রেণি ব্যবধানে নিম্নসীমার গড় হবে প্রথম শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা। অর্থাৎ ৪৫ ও ৪৬ এর গড় ৪৫.৫ হবে প্রথম শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা। অতঃপর প্রত্যেকটি শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার সাথে .৫০ যোগ করতে হবে এবং নিম্নসীমা থেকে .৫০ বিয়োগ করতে হবে। এভাবে পর্যায়ক্রমে সারণিটি বিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে অবিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশণ সারণিতে সাজাতে হবে। নিম্নে বিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা সারণিকে অবিচ্ছিন্ন সারণিতে রূপান্তরিত করা হয়েছে।

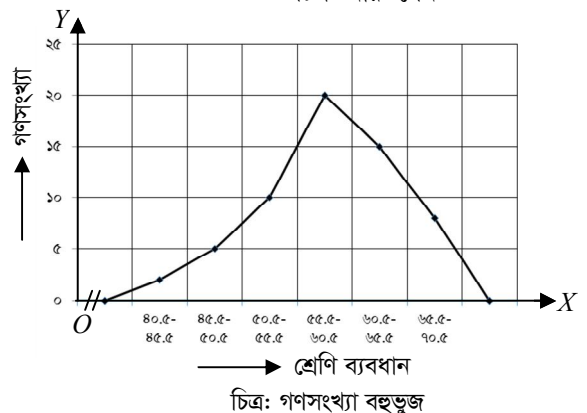
সারণি

বিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
৪১-৪৫	$\{(৪১-.৫)-(৪৫+.৫)\}$ বা ৪০.৫-৪৫.৫	৪৩	২
৪৬-৫০	$\{(৪৬-.৫)-(৫০+.৫)\}$ বা ৪৫.৫-৫০.৫	৪৮	৫
৫১-৫৫	$\{(৫১-.৫)-(৫৫+.৫)\}$ বা ৫০.৫-৫৫.৫	৫৩	১০
৫৬-৬০	$\{(৫৬-.৫)-(৬০+.৫)\}$ বা ৫৫.৫-৬০.৫	৫৮	২০
৬১-৬৫	$\{(৬১-.৫)-(৬৫+.৫)\}$ বা ৬০.৫-৬৫.৫	৬৩	১৫
৬৬-৭০	$\{(৬৬-.৫)-(৭০+.৫)\}$ বা ৬৫.৫-৭০.৫	৬৮	৮

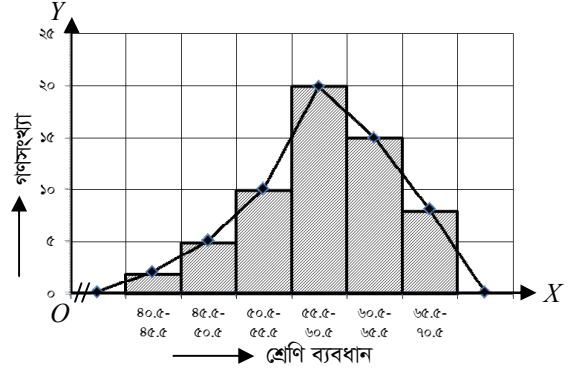
(ক) আয়তলেখ: আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান ও y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা গ্রাফ কাগজে নিম্নের চিত্রানুযায়ী অঙ্কন করতে হবে। পর্যায়ক্রমে প্রতিটি শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীতে তাদের গণসংখ্যা গ্রাফ কাগজে স্থাপন করতে হবে।



(খ) গণসংখ্যা বহুভুজ: প্রথম x -অক্ষ বরাবর ছাত্রের ওজনের সীমার মধ্যবিন্দুকে নির্দেশিত করে তার বিপরীতে y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করতে হবে। অতঃপর নির্দেশিত বিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে রেখাংশ দ্বারা যোগ করলে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কিত হবে।



(গ) আয়তলেখ ব্যবহার করে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন: উপরের চিত্রে আয়তলেখ এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করে তার বিপরীতে গণসংখ্যা আয়তক্ষেত্রের উপর নির্দেশিত করতে হবে। অতপর রেখাংশ দ্বারা সংযুক্ত করতে হবে। চিত্রে দেখুন।



চিত্র: আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ

অজিত রেখা (Ogive Curve): কোনো তথ্য বা উপাত্তের শ্রেণি বিন্যাসের পর x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং y -অক্ষ বরাবর ক্রমজোযিত গণসংখ্যা স্থাপন করে অজিত রেখা পাওয়া যায়। অজিত রেখাকে ক্রমজোযিত গণসংখ্যার লেখচিত্র বলেও অভিহিত করা হয়।

অজিত অঙ্কনের ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত ধাপ অনুসরণ করতে হবে:

ধাপ ১: গণসংখ্যাকে ক্রমজোযিত গণসংখ্যায় রূপান্তরিত করতে হবে।

ধাপ ২: গ্রাফ কাগজে OX বরাবর x -অক্ষ এবং OY বরাবর y -অক্ষ আঁকতে হবে।

ধাপ ৩: x -অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধানের সর্বোচ্চ বিন্দুকে গ্রহণ করে উক্ত শ্রেণির বিপরীতে y -অক্ষ বরাবর ক্রমজোযিত গণসংখ্যা স্থাপন করতে হবে।

ধাপ ৪: অতঃপর মুক্তহস্তে বিন্দুগুলো যোগ করলে যে রেখা পাওয়া যাবে তাই অজিত রেখা।

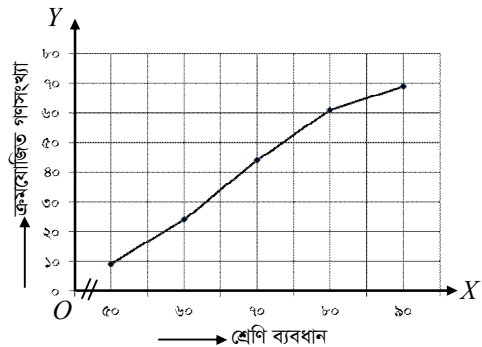
উদাহরণ 3: নিম্নের তথ্য থেকে অজিত রেখা অঙ্কন করুন।

শিক্ষার্থীর ওজন	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০
গণসংখ্যা	৯	১৫	২০	১৭	৮


সমাধান: প্রদত্ত তথ্য সারণিকে নিম্নরূপে লেখা যায়—


শ্রেণি ব্যবধান	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০
গণসংখ্যা	৯	১৫	২০	১৭	৮
ক্রমজোযিত গণসংখ্যা	৯	৯+১৫=২৪	২৪+২০=৪৪	৪৪+১৭=৬১	৬১+৮=৬৯

অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রথমে গ্রাফ কাগজে OX বরাবর x -অক্ষ এবং OY বরাবর y -অক্ষ নির্দেশিত করুন। অতঃপর x -অক্ষ বরাবর প্রত্যেক শ্রেণির সর্বোচ্চ সীমা বিপরীতে y -অক্ষ বরাবর ক্রমজোযিত গণসংখ্যা স্থাপন করুন এবং মুক্তহস্তে রেখা দ্বারা যোগ করুন।



চিত্র : অজিত রেখা

 শিক্ষার্থীর কাজ	নিম্নের তথ্য সারণি থেকে,							
	(ক) আয়তলেখ অঙ্কন করুন।							
	(খ) গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করুন।							
(গ) অজিভ রেখা অঙ্কন করুন।								
প্রাপ্ত নম্বর পরিসংখ্যান	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০	৯০-১০০	
গণসংখ্যা	২	৮	১৫	২০	১৬	১২	৭	

 সারসংক্ষেপ
<ul style="list-style-type: none"> ❖ তথ্যকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত করা হলে, তথ্যের বৈশিষ্ট্য যেমন বুঝতে সহজ হয় তেমনি চিত্রাকর্ষক হয়। ❖ বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্রে ব্যবহার পরিসংখ্যানে রয়েছে। যেমন:- আয়তলেখ, গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা ইত্যাদি। তা'ছাড়া আয়তলেখ-এর মাধ্যমে গণসংখ্যা বহুভুজও অঙ্কন করা যায়। ❖ আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করতে গ্রাফ কাগজে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণি ব্যবধান এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করতে হয়। ❖ অজিভ রেখা অঙ্কন করতে গ্রাফ কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রত্যেক শ্রেণির সর্বোচ্চ সীমা এবং y-অক্ষ বরাবর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা স্থাপন করতে হয়। ❖ অজিভ রেখাকে ক্রমজোযিত গণসংখ্যার লেখচিত্র বলেও অভিহিত করা হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৭.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন (✓) লিখুন (1-3):

- তথ্য উপস্থাপন করা যায়-

(ক) লেখ-এর সাহায্যে	(খ) সংশ্লেষকের সাহায্যে	(গ) মধ্যমায়	(ঘ) সম্ভাবনার সাহায্যে
---------------------	-------------------------	--------------	------------------------
- গণসংখ্যা বহুভুজ কোন্ সারণি থেকে আঁকা হয়-

(ক) প্রাথমিক তথ্য থেকে	(খ) গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে
(গ) প্রাকৃতিক সংখ্যা ব্যবহার করে	(ঘ) কাল্পনিক সংখ্যা ব্যবহার করে
- অজিভ রেখা আঁকতে প্রয়োজন হয়-

(ক) ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা	(খ) গড়	(গ) মধ্যক	(ঘ) গণসংখ্যা
-------------------------	---------	-----------	--------------

শূন্যস্থান পূরণ করুন (4-5):

- আয়তলেখ আঁকতে অবিচ্ছিন্ন চলকের গণসংখ্যা ——— সারণি প্রয়োজন।
- আঁকতে ক্রমোযোজিত গণসংখ্যা প্রয়োজন।
- এক কথায় উত্তর লিখুন:

(ক) আয়তলেখ।
(খ) গণসংখ্যা বহুভুজ।
(গ) অজিভ রেখা।

বাক্য/শব্দ মিল করুন (7-9):

- | | |
|--------------------------------|--|
| 7. আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা | (ক) গণসংখ্যা নিয়ে থাকতে হয় |
| 8. অজিভ রেখা অঙ্কনে ক্রমোযোজিত | (খ) শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু ধরে নিতে হয় |
| 9. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনে | (গ) বহুভুজ অঙ্কন করা যায় |

পাঠ ৪ পরিসংখ্যানিক পরিমাপ পদ্ধতি (গড়, মধ্যক ও প্রচুরক)



পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- কেন্দ্রীয় প্রবণতা বর্ণনা করতে পারবেন,
- গড় নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন,
- মধ্যক নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন,
- প্রচুরক নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন,
- গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ কেন্দ্রীয় প্রবণতা, গাণিতিক গড়, গুরুত্ব প্রদত্ত তথ্যের গড়, মধ্যক, প্রচুরক



মূলপাঠ

কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central Tendency)

কাঁচা তথ্যকে বা অবিন্যস্ত তথ্যকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে দেখা যায় তথ্যসমূহের মাঝামাঝি অবস্থানে তথ্য আধিক্য থাকে। আবার তথ্যসমূহকে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণিতে উপস্থাপন করা হলে দেখা যায় শ্রেণি বিন্যাসের মাঝামাঝি একটি শ্রেণির দিকে গণসংখ্যার অধিক্য বেশি হয়। অর্থাৎ তথ্যসমূহ মাঝামাঝি কেন্দ্রিভূত হয়। তথ্যসমূহের কেন্দ্রে পুঞ্জিভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলা হয়। কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করার কতগুলো পদ্ধতি রয়েছে, এ পদ্ধতিগুলোকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পদ্ধতি বলা হয়। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো:

(ক) গাণিতিক গড়, (খ) মধ্যক, (গ) প্রচুরক

গড় (Mean)

তথ্যসমূহের যোগফলকে, তথ্যসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলেই গড় পাওয়া যায়। গড়কে সাধারণত গাণিতিক গড় বলা হয়। গাণিতিক গড়কে নিম্নভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়

$$\text{গড়} = \frac{\text{তথ্যসমূহের যোগফল}}{\text{তথ্য সংখ্যা}}$$

উদাহরণস্বরূপ, ৫ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর যদি ৫০, ৬০, ৬৫, ৭০ এবং ৮০ হয়, তাহলে

$$\text{গড়} = \frac{৫০ + ৬০ + ৬৫ + ৭০ + ৮০}{৫} = \frac{৩২৫}{৫} = ৬৫$$

∴ নির্ণয় গড় = ৬৫

যদি তথ্যসংখ্যা খুব বেশি হয় তাহলে উপরের সূত্র ব্যবহার করে গড় নির্ণয় করা বেশি কঠিন এবং ভুল হওয়ার সম্ভাবনা বেশি হয়। তাই তথ্যসংখ্যা বেশি হলে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি ব্যবহার করে গড় নির্ণয় করতে হয়। গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি ব্যবহার করে গড় নির্ণয় পদ্ধতি নিম্নে আলোচনা করা হলো।

গড় নির্ণয় পদ্ধতি

ধাপ ১: শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যমান নির্ণয় করতে হবে। এ ক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ সীমা যোগ করে ২ দ্বারা ভাগ করলে মধ্যমান পাওয়া যাবে।

$$\text{অর্থাৎ শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যমান} = \frac{\text{শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা} + \text{নিম্নসীমা}}{২}$$

এভাবে সকল ঘরের মধ্যমান নির্ণয় করতে হবে।

ধাপ ২: মধ্যমান কে x_i দ্বারা প্রকাশ করলে এবং গণসংখ্যাকে f_i দ্বারা প্রকাশ করলে মধ্যমান ও গণসংখ্যার গুণফল হবে $f_i x_i$; যেখানে $i = 1, 2, \dots, n$ ।

ধাপ ৩: সকল শ্রেণির মধ্যমানের সাথে উক্ত শ্রেণির গণসংখ্যার গুণফল নির্ণয় করে যোগ করতে হবে অর্থাৎ $\sum f_i x_i$ নির্ণয় করতে হবে।

ধাপ ৪: গণসংখ্যার যোগফল অর্থাৎ $N = \sum f_i$ নির্ণয় করতে হবে।

ধাপ ৫: নির্ণেয় গড় = $\frac{\sum f_i x_i}{N}$

গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি হতে কিভাবে গড় নির্ণয় করতে হয় তা নিম্নে উদাহরণের মাধ্যমে দেখানো হলো।

উদাহরণ ১: নিচের তথ্য থেকে গড় নির্ণয় করুন।

শ্রেণি ব্যবধান	২৫-৩৫	৩৫-৪৫	৪৫-৫৫	৫৫-৬৫	৬৫-৭৫	৭৫-৮৫
গণসংখ্যা	৫	১০	১৫	২০	১০	৫

সমাধান: গড় নির্ণয় করতে হলে প্রত্যেক শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

যেমন প্রথম শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু = $\frac{৩৫ + ২৫}{২} = \frac{৬০}{২} = ৩০$

সমস্যার তথ্যগুলো সারণি আকারে লেখা যায়।

সারণি

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যবিন্দু (x_i)	$f_i x_i$
২৫-৩৫	৫	৩০	১৫০
৩৫-৪৫	১০	৪০	৪০০
৪৫-৫৫	১৫	৫০	৭৫০
৫৫-৬৫	২০	৬০	১২০০
৬৫-৭৫	১০	৭০	৭০০
৭৫-৮৫	৫	৮০	৪০০
	$N = \sum f_i = ৬৫$		$\sum f_i x_i = ৩৬০০$

আমরা জানি, গড় = $\frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{৩৬০০}{৬৫} = ৫৫.৪$

∴ নির্ণেয় গড় = ৫৫.৪

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়

শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তের গড় নির্ণয়ের জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি হলো সহজ। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিম্নের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হয়।

ধাপ ১: শ্রেণিসমূহের মধ্যমান নির্ণয় করতে হবে।

ধাপ ২: শ্রেণি ব্যবধানসমূহের মধ্যমান থেকে সুবিধা মোতাবেক কোন মধ্যমানকে আনুমানিক গড় ধরতে হবে এবং A দ্বারা সূচিত করতে হবে।

ধাপ ৩: প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমান থেকে আনুমানিক গড় (A) বিয়োগ করতে হবে এবং তাকে শ্রেণি ব্যাপ্তির মান দ্বারা ভাগ করে ধাপ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে হবে। অর্থাৎ ধাপ বিচ্যুতি u হলে

$$u = \frac{\text{মধ্যমান} - \text{আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}} = \frac{x_i - A}{h}; \quad h = \text{শ্রেণি ব্যাপ্তি}$$

ধাপ ৪: ধাপ বিচ্যুতিকে সংশ্লিষ্ট শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হবে।

ধাপ ৫: বিচ্যুতির গড় নির্ণয় করতে হবে এবং এর সাথে আনুমানিক গড় যোগ করে কাজিত গড় নির্ণয় করতে হবে।
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সূত্র ব্যবহার করতে হবে।

$$\text{গড়, } \bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

যেখানে, \bar{x} = নির্ণিত গড়

A = আনুমানিক গড়

h = শ্রেণি ব্যবধান

f_i = i -তম শ্রেণির গণসংখ্যা

$f_i u_i$ = i -তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি

n = মোট গণসংখ্যা

এখন উদাহরণের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় আলোচনা করা হলো।

উদাহরণ 2: নিম্নের তথ্য থেকে গড় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি ব্যবহার করে) নির্ণয় করুন

শ্রেণি ব্যবধান	২৫-৩৫	৩৫-৪৫	৪৫-৫৫	৫৫-৬৫	৬৫-৭৫	৭৫-৮৫
গণসংখ্যা	০৫	১০	১৫	২০	১০	০৫

সমাধান: লক্ষ্য করুন, ৫৫-৬৫ শ্রেণি ব্যবধানে গণসংখ্যা সবচেয়ে বেশি। এই শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যমানকে আনুমানিক গড় ধরতে হবে। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির বিভিন্ন ধাপ অনুসরণ করে নিম্নের সারণি তৈরি করতে হবে:

সারণি

শ্রেণি ব্যবধান	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - A}{h}; A = 60, h = 10$	গণসংখ্যা \times ধাপবিচ্যুতি ($f_i u_i$)
২৫-৩৫	৩০	৫	$u_1 = \frac{30 - 60}{10} = -3$	-১৫
৩৫-৪৫	৪০	১০	$u_2 = \frac{40 - 60}{10} = -2$	-২০
৪৫-৫৫	৫০	১৫	$u_3 = \frac{50 - 60}{10} = -1$	-১৫
৫৫-৬৫	৬০	২০	$u_4 = \frac{60 - 60}{10} = 0$	০
৬৫-৭৫	৭০	১০	$u_5 = \frac{70 - 60}{10} = 1$	১০
৭৫-৮৫	৮০	৫	$u_6 = \frac{80 - 60}{10} = 2$	১০
		$n = 65$		$\sum f_i u_i = -30$

আমরা জানি, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি ব্যবহার করে গড় নির্ণয়ের সূত্র হলো:

$$\text{গড়, } \bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i \times h}{n} = 60 + \left(\frac{-30 \times 10}{65} \right) = 60 - 4.615 = 55.385$$

\therefore নির্ণেয় গড় $\bar{x} = 55.8$

গুরুত্ব প্রদত্ত তথ্যের গড়

তথ্য কোনো কোনো ক্ষেত্রে বিভিন্ন গুরুত্ব ও কারণের দ্বারা প্রভাবিত হয়। এধরনের তথ্যের সাথে গুরুত্ব বা কারণের কথা বিবেচনা করে তথ্য উপর ভার (weight) আরোপিত করে গড় নির্ণয় করতে হয়। অর্থাৎ কোন তথ্যের মান যদি x_1, x_2, \dots, x_n হয় এবং গুরুত্ব বা কারণের জন্য ভার w_1, w_2, \dots, w_n হয় তাহলে গুরুত্ব প্রদত্ত গড়,

$$\bar{x}_w = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

একটি উদাহরণের সাহায্যে গুরুত্ব প্রদত্ত বা গুরুত্ব আরোপিত (weighted mean) গড় আলোচনা করা হল।

উদাহরণ 3: একটি পরিবারে মাসের দ্রব্য ক্রয়ের তালিকা দেওয়া হলো। গুরুত্ব প্রদত্ত গড় নির্ণয় করুন।

দ্রব্যের নাম	ক	খ	গ	ঘ	ঙ
মূল্য (প্রতি কেজি)	১০	১২	৩০	৫	৮
পরিমাণ কেজি	২০	১০	৫	৪	৬

সমাধান: গড় নির্ণয় করতে প্রদত্ত তথ্যগুলো নিম্নের সারণি অনুসারে তথ্যমান নির্ণয় করতে হবে।

সারণি


দ্রব্যের নাম	মূল্যমান কেজিপ্রতি টাকায় (x_i)	পরিমাণ কেজি (w_i)	$x_i w_i$
ক	১০	২০	২০০
খ	১২	১০	১২০
গ	৩০	৫	১৫০
ঘ	৫	৪	২০
ঙ	৮	৬	৪৮
		$\sum w_i = ৪৫$	$\sum w_i x_i = ৫৩৮$

আমরা জানি, গুরুত্ব প্রদত্ত গড়,

$$\bar{x}_w = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{৫৩৮}{৪৫} = ১১.৯৬$$

এখানে, x = প্রতিটি তথ্য মান, w = প্রতিটি তথ্যের ভার

∴ নির্ণেয় গুরুত্ব প্রদত্ত গড় $\bar{x}_w = ১১.৯৬$

 শিক্ষার্থীর কাজ	বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের এসএসসি প্রোগ্রামের বিভিন্ন বিষয়ের পাশের শতকরা হার ও শিক্ষার্থী সংখ্যা নিম্নে দেওয়া হলো। এসএসসি প্রোগ্রামের বিভিন্ন বিষয়ের পাশের গড় হার নির্ণয় করুন।						
	এসএসসি প্রোগ্রামের বিভিন্ন বিষয়	বাংলা	ইংরেজি	গণিত	ধর্ম	ইতিহাস	অর্থনীতি
	পাশের শতকরা হার	৭০	৮০	৫০	৯০	৬০	৮৫
	শিক্ষার্থী সংখ্যা	৮০	১২০	১০০	২২৫	১৩৫	৩০০

মধ্যক (Median)

কোন তথ্যের সর্বমোটের মানকে মধ্যক বলে।

বিভিন্ন পদ্ধতিতে মধ্যক নির্ণয় করা যায়। নিম্নে মধ্যক নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করা হলো।

সরাসরি পদ্ধতিতে মধ্যক নির্ণয়

তথ্যকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে সবচেয়ে মাঝের তথ্যমানকে মধ্যক বলে।

১. তথ্য বিজোড় সংখ্যা হলে, মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল, $M_e = \frac{n+1}{2}$ তম তথ্যসংখ্যা মান, এখানে $n =$ তথ্যসংখ্যা।

উদাহরণ 4: যদি অবিন্যস্ত তথ্য ১১, ১৫, ০৯, ০৮, ১৬, ১২, ২০ হয়, তাহলে মধ্যক নির্ণয় করুন।

সমাধান: সাজানো তথ্য: ০৮, ০৯, ১১, (১২), ১৫, ১৬, ২০

এখানে তথ্য সংখ্যা ৭, অর্থাৎ বিজোড় সংখ্যা

$$\begin{aligned} \text{তাহলে মধ্যক, } M_e &= \frac{n+1}{2} \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} \\ &= \frac{৭+১}{২} = ৪ \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} \\ &= ১২ \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক=১২

২. তথ্য জোড় সংখ্যা হলে, মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল,

$$M_e = \frac{\frac{n}{2} \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান}}{2}$$

উদাহরণ 5: যদি অবিন্যস্ত তথ্য ১১, ১৫, ০৯, ০৮, ১৬, ১২, ২০, ১৮ হয়, তাহলে মধ্যক নির্ণয় করুন।

সমাধান: এখানে তথ্য সংখ্যা ৮টি অর্থাৎ জোড় সংখ্যা। প্রথমে তথ্যগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজাতে হবে, অর্থাৎ-
সাজানো তথ্য: ০৮, ০৯, ১১, ১২, ১৫, ১৬, ১৮, ২০। তাহলে, মধ্যক হবে-

$$\begin{aligned} M_e &= \frac{\frac{৮}{২} \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} + \left(\frac{৮}{২} + 1\right) \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান}}{২} \\ &= \frac{৪ \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} + ৫ \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান}}{২} \\ &= \frac{১২ + ১৫}{২} = \frac{২৭}{২} = ১৩.৫ \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক = ১৩.৫

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয়

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় দুইটি পদ্ধতিতে করা যায়-

পদ্ধতি ১: শ্রেণি ব্যবধান ছাড়া নিবেশন সারণি

উদাহরণ 6: নিম্নে ৪০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) দেওয়া হল, মধ্যক নির্ণয় করুন।

উচ্চতা (সে.মি)	১৫০	১৫৫	১৬০	১৬৫	১৭০	১৭৫
শিক্ষার্থী সংখ্যা	২	৪	১০	১২	৭	৫

সমাধান: মধ্যক নির্ণয়ে তথ্য সারণিকে নিম্নভাবে লিখতে হবে এবং ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

তথ্য সারণি

উচ্চতা (সে.মি)	১৫০	১৫৫	১৬০	১৬৫	১৭০	১৭৫
শিক্ষার্থী সংখ্যা	২	৪	১০	১২	৭	৫
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	২	৬	১৬	২৮	৩৫	৪০

এখানে, $n = ৪০$ । অতএব, মধ্যক মান, জোড় সংখ্যার ক্ষেত্রে

$$M_e = \frac{\frac{n}{2} \text{তম তথ্যসংখ্যা মান} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{তম তথ্যসংখ্যা মান}}{2}$$

$$= \frac{\frac{80}{2} \text{তম পদ} + \left(\frac{80}{2} + 1\right) \text{তম পদ}}{2} = \frac{২০\text{তম পদ} + ২১\text{তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{১৬৫ + ১৬৫}{2} = ১৬৫$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক = ১৬৫

এখানে ক্রমজোযিত গণসংখ্যার যে ঘরে মধ্যক মান অবস্থান করবে, সেই ঘরের তথ্যমানের গড় হবে মধ্যক।

পদ্ধতি ২: শ্রেণি ব্যবধান যুক্ত গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয়

গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় করতে নিম্নলিখিত ধাপ অনুসরণ করতে হবে।

ধাপ ১: গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

ধাপ ২: যদি শ্রেণি বিন্যস্ত তথ্যের সংখ্যা n হয়, তবে মধ্যক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার কোন শ্রেণিতে অবস্থিত তা নির্ণয়

করতে যে শ্রেণিতে $\frac{n}{2}$ মান পাওয়া যাবে উক্ত শ্রেণিকেই মধ্যক শ্রেণি বলা হবে।

ধাপ ৩: মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল- $M_e = L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times h$

যেখানে, L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা

n = তথ্য সংখ্যা

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণি ব্যবধান

উদাহরণ 7: নিম্নের তথ্য থেকে সূত্রের সাহায্যে মধ্যক নির্ণয় করুন-

শ্রেণি ব্যবধান (উচ্চতা সেমি.)	১৫০-১৫৫	১৫৫-১৬০	১৬০-১৬৫	১৬৫-১৭০	১৭০-১৭৫	১৭৫-১৮০
গণসংখ্যা (শিক্ষার্থী)	২	৪	১০	১২	৭	৫

সমাধান: গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ধাপ-১ অনুসারে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে যা নিম্নে সারণিতে দেওয়া হল:

মধ্যক নির্ণয়ের সারণি		
শ্রেণি ব্যবধান (উচ্চতা)	গণসংখ্যা (শিক্ষার্থী)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১৫০-১৫৫	২	২
১৫৫-১৬০	৪	৬
১৬০-১৬৫	১০	১৬
১৬৫-১৭০	১২	২৮
১৭০-১৭৫	৭	৩৫
১৭৫-১৮০	৫	৪০

ধাপ ২ অনুসারে, মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়ে, $\frac{n}{2} = \frac{৪০}{2} = ২০$

তাহলে, ২০ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ঘরে মধ্যক অবস্থান করে, তাই মধ্যক শ্রেণি হবে (১৬৫-১৭০)।

ধাপ ৩ অনুসারে, মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র ব্যবহার করলে মধ্যক মান পাওয়া যাবে- মধ্যক, $M_e = L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times h$

এখানে, $L = ১৬৫$, $F_c = ১৬$ (মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা), $f_m = ১২$ (মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা), $n = ৪০$ এবং $h = ৫$ (শ্রেণি ব্যবধান)

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক, } M_e &= ১৬৫ + \frac{\frac{৪০}{২} - ১৬}{১২} \times ৫ = ১৬৫ + \frac{২০ - ১৬}{১২} \times ৫ \\ &= ১৬৫ + \frac{৪}{১২} \times ৫ = ১৬৫ + \frac{৫}{৩} = ১৬৫ + ১.৬৭ = ১৬৬.৬৭ \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় মধ্যক = ১৬৬.৬৭

প্রচুরক (Mode)

তথ্য সারির মধ্যে সবচেয়ে বেশি উপস্থাপিত তথ্য সংখ্যাকে প্রচুরক বলে।

কাঁচা বা অবিন্যস্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় পদ্ধতি:

ধরা যাক, বাউবি'র এসএসসি প্রোগ্রামের কিছু শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর হল:

৬০, ৬৫, ৬৩, ৬৫, ৬৫, ৬২ এবং ৬১

তাহলে, প্রাপ্ত নম্বরকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে পাওয়া যায়- ৬০, ৬১, ৬২, ৬৩, ৬৫, ৬৫, ৬৫
অর্থাৎ প্রচুরক হবে সর্বাধিক উপস্থাপিত প্রাপ্ত নম্বর।

এখানে প্রচুরককে M_o দ্বারা প্রকাশ করলে, $M_o = ৬৫$

গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় পদ্ধতি

প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে-

ধাপ ১: গণসংখ্যা নিবেশণ সারণিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা যুক্ত শ্রেণি ব্যবধান ঘরকে বলা হবে প্রচুরক শ্রেণি। এ প্রচুরক শ্রেণি প্রথমে নির্ধারণ করতে হবে।

ধাপ ২: Δ_1 ও Δ_2 নির্ণয় করতে হবে নিম্নভাবে-

$$\Delta_1 = f_0 - f_{-1}, \quad \Delta_2 = f_0 - f_{+1}$$

এখানে, f_0 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা

f_{-1} = প্রচুরক শ্রেণি পূর্বের ঘরের গণসংখ্যা

f_{+1} = প্রচুরক শ্রেণির পরের ঘরের গণসংখ্যা

ধাপ ৩: প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি হল-

$$\text{প্রচুরক, } M_o = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$$

এখানে, $\Delta_1 = f_0 - f_{-1}$

$$\Delta_2 = f_0 - f_{+1}$$

h = শ্রেণি ব্যবধান

L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা

উদাহরণ ৪: নিম্নের তথ্য সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় করুন।

শ্রেণি ব্যবধান (উচ্চতা সে.মি.)	১৫০-১৫৫	১৫৫-১৬০	১৬০-১৬৫	১৬৫-১৭০	১৭০-১৭৫	১৭৫-১৮০
--------------------------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

গণসংখ্যা	২	৪	১০	১২	৭	৫
----------	---	---	----	----	---	---

সমাধান: প্রচুরক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিচের সারণি ব্যবহার করতে হবে-

শ্রেণি ব্যবধান	গণসংখ্যা
১৫০-১৫৫	২
১৫৫-১৬০	৪
১৬০-১৬৫	১০
১৬৫-১৭০	১২
১৭০-১৭৫	৭
১৭৫-১৮০	৫
	$n = ৪০$

এখানে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা ১২। অতএব প্রচুরক শ্রেণি হবে ১৬৫-১৭০

প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হল: প্রচুরক, $M_o = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$

এখানে, $L = ১৬৫$, $\Delta_1 = f_o - f_{-1} = ১২ - ১০ = ২$, $\Delta_2 = f_o - f_{+1} = ১২ - ৭ = ৫$, $h = ৫$

$$\therefore M_o = ১৬৫ + \frac{২}{২+৫} \times ৫ = ১৬৫ + \frac{২}{৭} \times ৫ = ১৬৫ + ১.৪৩ = ১৬৬.৪৩$$

\therefore নির্ণয় প্রচুরক = ১৬৬.৪৩

শিক্ষার্থীর কাজ	নিচের তথ্য সারণি থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করুন-						
	তথ্য সারণি						
	শ্রেণি ব্যবধান	১০-২০	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০
	গণসংখ্যা	৪	৬	১০	২০	১৫	১০

সারসংক্ষেপ
<ul style="list-style-type: none"> তথ্যসমূহ মাঝামাঝি কেন্দ্রীভূত হয়। তথ্যসমূহের কেন্দ্রে পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলা হয়। গড়, মধ্যক ও প্রচুরক কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপক। তথ্য বিশ্লেষণের জন্য গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করা প্রয়োজন। তথ্যসমূহের যোগফলকে, তথ্যসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলেই গড় পাওয়া যায়। অর্থাৎ, $\text{গড়} = \frac{\text{তথ্যসমূহের যোগফল}}{\text{তথ্য সংখ্যা}}$ গণসংখ্যা নিবেশন সারণি ব্যবহার করে গড় নির্ণয়ের সূত্র, $\text{গড়} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সূত্র, $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$ গুরুত্ব প্রদত্ত তথ্যের গড়, $\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$ কোন তথ্যের সর্বমোট মানকে মধ্যক বলে।

❖ তথ্য বিজোড় সংখ্যা হলে, মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল, $M_e = \frac{n+1}{2}$ তম তথ্যসংখ্য মান

❖ তথ্য জোড় সংখ্যা হলে, মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল,

$$M_e = \frac{\frac{n}{2} \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম তথ্যসংখ্যা মান}}{2}$$

❖ শ্রেণি ব্যবধান যুক্ত গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি হল, $M_e = L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times h$

❖ তথ্য সারির মধ্যে সবচেয়ে বেশি উপস্থাপিত তথ্য সংখ্যাকে প্রচুরক বলে।

❖ প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি হল, $M_o = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$, যেখানে $\Delta = f_o - f_{-1}$ এবং $\Delta_2 = f_o - f_{+1}$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৭.৪

সঠিক উত্তরের পার্শ্বে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-16):

- তথ্যের সমষ্টি, তথ্য সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে কোন্ মান পাওয়া যায়—
(ক) ভেদাঙ্ক (খ) মধ্যক (গ) গড় (ঘ) প্রচুরক
- মানের ক্রমানুযায়ী সাজালে সর্বোমধ্য তথ্যকে বলা হয়—
(ক) গড় (খ) মধ্যক (গ) ভেদাঙ্ক (ঘ) প্রচুরক
- মানের ক্রমানুসারে সাজালে সর্বাধিক ব্যবহৃত তথ্যকে বলা হয়—
(ক) গড় (খ) মধ্যক (গ) ভেদাঙ্ক (ঘ) প্রচুরক

শীতকালের কোন এক অঞ্চলে ১০ দিনের তাপমাত্রার ($^{\circ}C$) তথ্য নিচে দেওয়া হল:

১০°, ০৯°, ০৮°, ০৫°, ১১°, ১২°, ০৭°, ১৩°, ১৪°, ০৫° এ তথ্যের উপর ভিত্তি করে 4-6 নং পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দিন:

- সংখ্যাসূচক তথ্যের প্রচুরক কত?
(ক) ১২° (খ) ০৫° (গ) ১৪° (ঘ) ০৮°
- সংখ্যাসূচক তথ্যের গড় তাপমাত্রা কত?
(ক) ০৮° (খ) ৮.৪° (গ) ৯.৪° (ঘ) ০৯°
- সংখ্যাসূচক তথ্যের মধ্যক কোন্টি?
(ক) ৯.৫° (খ) ০৯° (গ) ৮.৫° (ঘ) ০৮°

নিচে আপনার টিউটোরিয়াল কেন্দ্রে গণিত পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি দেওয়া হল। এ সারণি থেকে 7-15 নং পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দিন-

শ্রেণি ব্যবধান	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০	৯০-১০০
গণসংখ্যা	৬	১২	১৬	২৪	১২	৮	২
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	৬	১৮	৩৪	৫৮	৭০	৭৮	৮০

- তথ্যগুলোকে কয়টি শ্রেণিতে ভাগ করা হয়েছে—
(ক) ৬ (খ) ৭ (গ) ৮ (ঘ) ৯
- গণসংখ্যা নিবেশণ সারণির শ্রেণি ব্যবধান কত?

- (ক) ৫ (খ) ৯ (গ) ১০ (ঘ) ১৫
9. ৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান কত?
(ক) ৭১.৫ (খ) ৬১.৫ (গ) ৬৫ (ঘ) ৭৫.৫
10. নিবেশণটির মধ্যক শ্রেণি কোন্টি?
(ক) ৪০-৫০ (খ) ৫০-৬০ (গ) ৬০-৭০ (ঘ) ৭০-৮০
11. মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা কত?
(ক) ১৮ (খ) ৩৪ (গ) ৫৮ (ঘ) ৭০
12. মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা কত?
(ক) ৪০ (খ) ৫০ (গ) ৬০ (ঘ) ৭০
13. মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা কত?
(ক) ১৬ (খ) ২৪ (গ) ৩৪ (ঘ) ৫৮
14. বিন্যাসের মধ্যক মান কত?
(ক) ৬৩ (খ) ৬৩.৫ (গ) ৬৫ (ঘ) ৬৫.৫
15. বিন্যাসের প্রচুরক কত?
(ক) ৬৫ (খ) ৬১ (গ) ৭০ (ঘ) ৭০.৪
16. মানের ক্রমানুসারে সাজালে তথ্যের প্রচুরক-
(i) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ।
(ii) সর্বাধিক ব্যবহৃত মান।
(iii) সবক্ষেত্রে অনন্য নাও হতে পারে।
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোন্টি সঠিক?
(ক) (i) ও(ii) (খ) (i) ও(iii) (গ) (ii) ও(iii) (ঘ) (i), (ii) ও(iii)

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় করুন (17-22):

17. গড়, $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{N} \times h$ যেখানে $A =$ যেকোনো মান, $h =$ শ্রেণি ব্যবধান
18. গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় করা যায়।
19. মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয়ের প্রয়োজন নেই।
20. আয়তলেখ থেকে প্রচুরক নির্ণয় করা সম্ভব।
21. অজিভ রেখা থেকে মধ্যক নির্ণয় করা যায়।
22. বিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে আয়তলেখ অঙ্কন করা যায়।

শূন্যস্থান পূরণ করুন (23-24):

23. প্রচুরক, $M_o =$ ———

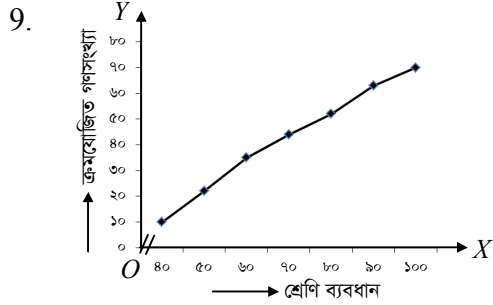
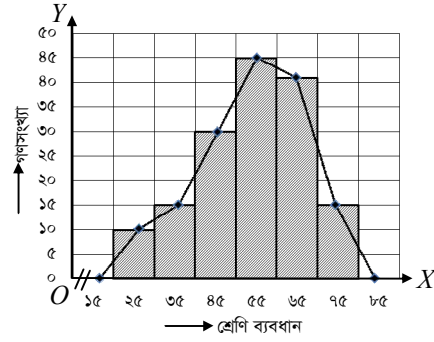
24. মধ্যক, $M_e =$ ———

25. এক কথায় উত্তর লিখুন:

- (ক) গড়।
(খ) মধ্যক।
(গ) প্রচুরক।
(ঘ) গুরুত্ব প্রদত্ত গড় বা ভার আরোপিত গড়।



- পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা লিখুন। পরিসংখ্যানের ব্যবহার ও অপব্যবহার লিখুন।
- তথ্যের সংজ্ঞা লিখুন। তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতির নাম লিখুন ও আলোচনা করুন।
- পরিমাণবাচক ও গুণবাচক তথ্যের পার্থক্য লিখুন।
- গণসংখ্যার সংজ্ঞা লিখুন। গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি তৈরির ধাপগুলো লিখুন।
- একটি আয়তলেখ গ্রাফ কাগজে কিভাবে আঁকবেন, বর্ণনা করুন।
- গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের সংজ্ঞা লিখুন।
- বিচ্ছিন্ন নিবেশণ সারণি থেকে কিভাবে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করবেন, ধাপগুলো লিখুন।
- (ক) পাশের চিত্রটিকে কী বলা হয়?
(খ) চিত্রের প্রথম শ্রেণির ও শেষ শ্রেণির মধ্যমান কত?
(গ) চিত্রে শ্রেণি ব্যবধানগুলো লিখুন।
(ঘ) প্রতি শ্রেণির গণসংখ্যাগুলো পর্যায়ক্রমে লিখুন।



- (ক) উপরের চিত্রে রেখাটিকে কী বলে?
(খ) তথ্যের শ্রেণি ব্যবধান লিখুন।
- যশোর আরআরসি'র অন্তর্গত নওয়াপাড়া শঙ্করপাশা উচ্চ বিদ্যালয় টিউটোরিয়াল কেন্দ্রে ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) এ দেওয়া হলো:
৪৫, ৫০, ৫৫, ৫১, ৫৬, ৫৭, ৫৬, ৬০, ৫৮, ৬১, ৬০, ৬২, ৬০, ৬৩, ৬১,
৬৩, ৬৬, ৬৭, ৬১, ৭০, ৭০, ৬০, ৬৩, ৬১, ৫০, ৫৫, ৫৭, ৫৬, ৬২, ৫৬,
৬৭, ৭০, ৬৯, ৭০, ৬৯, ৭০, ৬০, ৫৬, ৫৮, ৬১, ৬৩, ৬৪, ৬৪, ৬৩, ৬০,
৫৬, ৬৩, ৬০, ৬৩, ৬৪।
(ক) ১০ শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণি তৈরি করুন।
(খ) অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যবধান সারণি তৈরি করুন।
(গ) আয়তলেখ, গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা অঙ্কন করুন।
(ঘ) সারণি থেকে সর্গক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করুন।
- যদি ৫, ২, ৩, ৮, ৮, ৯, ৮, ১০ মোট ৮টি তথ্যমান হয়, তাহলে প্রচুরক নির্ণয় করুন।
- নিচে তথ্য সারণি দেওয়া হল

শ্রেণি ব্যবধান	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১০	১২	৫	৭	২

- (ক) অবিচ্ছিন্ন সারণি তৈরি করুন।
(খ) আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করুন।
(গ) অজিভ রেখা অঙ্কন করুন।
(ঘ) সারণি থেকে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করুন।
- নিম্নের তথ্য থেকে আয়তলেখ, গণসংখ্যা বহুভুজ, অজিভ নির্ণয় করুন।

শ্রেণি ব্যবধান	১০০-১১০	১১০-১২০	১২০-১৩০	১৩০-১৪০	১৪০-১৫০
----------------	---------	---------	---------	---------	---------

গণসংখ্যা	২৫	৪২	৫০	৩৫	১০
----------	----	----	----	----	----

14. নিচের তথ্য সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যবধান	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০
গণসংখ্যা	১০	১৫	২০	১৫	৬	৪

- (ক) শ্রেণি ব্যবধানের সংজ্ঞা লিখুন।
 (খ) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করুন।
 (গ) আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ একই গ্রাফ পেপারে অঙ্কন করুন।
 (ঘ) অর্জিত রেখা অঙ্কন করুন।
 (ঙ) গড় নির্ণয় করুন।
 (চ) মধ্যক নির্ণয় করুন।
 (ছ) প্রচুরক নির্ণয় করুন।

15. নিম্নের ২৫টি তথ্য থেকে গণসংখ্যা নিবেশণ সারণী তৈরি করুন এবং:

৫৫, ৭০, ৬৮, ৭৯, ৭১, ৮৫, ৯০, ৪৫, ৬১, ৪৫, ৬৫, ৭২, ৭১,
 ৭৮, ৯৫, ৮০, ৬০, ৭০ ৫৫, ৫৯, ৭৫, ৬৫, ৬৮, ৪৫, ৪০।

- (ক) গড় ও প্রচুরক নির্ণয় করুন।
 (খ) আয়তলেখ অঙ্কন করুন ও প্রচুরক নির্দেশিত করুন।
 (গ) অর্জিত অঙ্কন করুন ও মধ্যক নির্দেশিত করুন।
 (ঘ) আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ একই গ্রাফ পেপারে অঙ্কন করুন।