ইউনিট ১৬

পরিমিতি
(Mensuration)

ভূমিকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ২০১২ এ জ্যামিতি শিক্ষার উদ্দেশ্য হিসেবে জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কনের সাহায্যে শিক্ষা ও কর্মজীবনে হাত ও চোখ ব্যবহারের কৌশল রপ্ত করার কথা বলা হয়েছে। মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীরা যাতে যথাযথ (appropriate) পরিমাপক ব্যবহার করে ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত, আয়তাকার ঘনবস্তু, ঘনক, কোণক, বেলন ও বৃত্তাকৃতি বস্তুর ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারে সে প্রত্যয় ব্যক্ত করা হয়েছে। ব্যবহারিক প্রয়োজনে রেখার দৈর্ঘ্য, তলের ক্ষেত্রফল, ঘনবস্তুর আয়তন ইত্যাদি পরিমাপ করা হয়। এ রকম যেকোনো রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। পরিমাপকৃত রাশি এবং এরূপ নির্ধারিত এককের অনুপাতই রাশিটির পরিমাপ নির্ধারণ করে। পরিমিতির এ অংশে ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত, আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক, কোণক, বেলন, গোলক সম্পর্কিত পরিমাপ নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

ইউনিটের উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় ও সমস্যার সমাধান করতে পারবেন,
- চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং সে সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন,
- বৃত্তক্ষেত্র ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং সে সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন,
- বিভিন্ন আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং সে সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন,
- কোণক, বেলন ও ঘনকের আয়তন নির্ণয় এবং সে সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

ইউনিট সমাপ্তির সময়	ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ১৫ দিন

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ ১ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত পরিমাপ

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

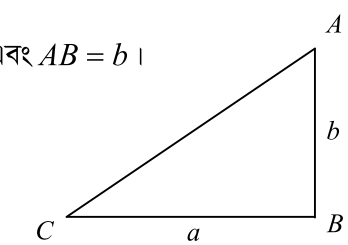
- সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ত্রিভুজক্ষেত্রের দুই বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ত্রিভুজের তিন বাহু দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	ত্রিভুজ, ক্ষেত্রফল

মূলপাঠ

ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (Area of Triangular region)

১। সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



মনে করুন, ABC সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে $BC = a$ এবং $AB = b$।

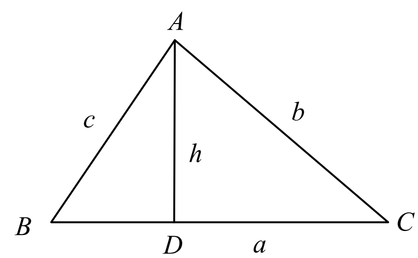
BC কে ভূমি এবং AB কে উচ্চতা বিবেচনা করলে,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2} ab$$

২। ত্রিভুজক্ষেত্রের দুই বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, ABC একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির বাহু তিনটি $BC = a,\ CA = b$ এবং $AB = c$। A থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব আঁকুন।



ধরুন, ত্রিভুজটির উচ্চতা $AD = h$ । কোণ C বিবেচনা করুন।

তাহলে, $\frac{AD}{CA} = \sin C$

বা, $\frac{h}{b} = \sin C$

বা, $h = b \sin C$

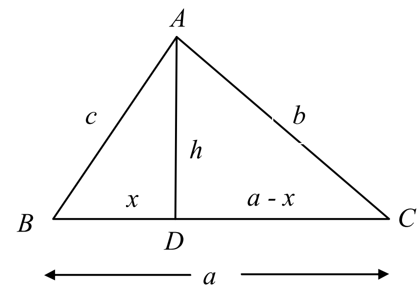
Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2} \times a \times b \sin C = \frac{1}{2} ab \sin C$

অনুরূপভাবে, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B$

৩। ত্রিভুজের তিন বাহু দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, ABC একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজটির বাহু তিনটি $BC = a,\ CA = b$ এবং $AB = c$।

অতএব, এর পরিসীমা $2s = a + b + c$



$AD \perp BC$ আঁকুন।

ধরুন, $BD = x$; তাহলে $CD = a - x$

$\Delta\, ABD$ এবং $\Delta\, ACD$ সমকোণী।

$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2$ এবং $AD^2 = AC^2 - CD^2$

$\therefore AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

বা, $c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$

বা, $c^2 - x^2 = b^2 - a^2 + 2ax - x^2$

বা, $2ax = c^2 + a^2 - b^2$

$\therefore x = \dfrac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$

এখন, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$$= c^2 - x^2 = c^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)^2$$

$$= \left(c + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)\left(c - \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)$$

$$= \left(\frac{2ac + c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)\left(\frac{2ac - c^2 - a^2 + b^2}{2a}\right)$$

$$= \frac{\{(c+a)^2 - b^2\}\{b^2 - (c-a)^2\}}{4a^2}$$

$$= \frac{(c+a+b)(c+a-b)(b+c-a)(b-c+a)}{4a^2}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b+c-2b)(a+b+c-2a)(a+b+c-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{2s(2s-2b)(2s-2a)(2s-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{2\times2\times2\times2\times s(s-a)(s-b)(s-c)}{4a^2} = \frac{4s(s-a)(s-b)(s-c)}{a^2}$$

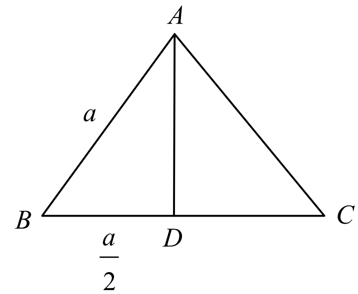
$\therefore AD = \sqrt{\dfrac{4s(s-a)(s-b)(s-c)}{a^2}}$

বা, $AD = \dfrac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2}BC.AD = \dfrac{1}{2}.a.\dfrac{2}{a}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

৪। সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a ।



এখন BC বাহুর উপর AD লম্ব আঁকুন। অতএব, $BD = CD = \frac{a}{2}$

$\Delta\ ADB$ সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

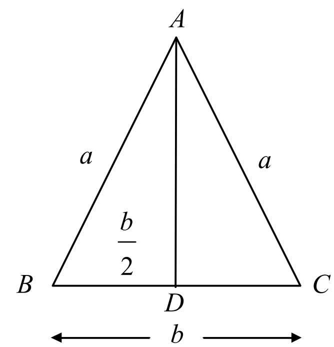
$$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$$= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

৫। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



মনে করুন, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। এর $AB = AC = a$ এবং $BC = b$ ।

এখন BC বাহুর উপর AD লম্ব আঁকুন। অতএব, $BD = CD = \frac{b}{2}$

$\Delta\ ADB$ সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$$= a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4a^2 - b^2}{4}$$

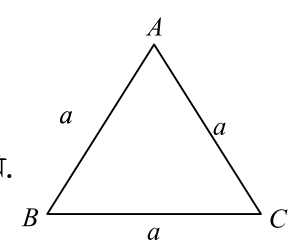
$\therefore AD = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$

Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$$= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2} = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$$

উদাহরণ 1: একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সে.মি। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ মনে করুন, ABC ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক $= 2\sqrt{3}$ সে.মি



আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{3}\right)^2$ বর্গ সে.মি. $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

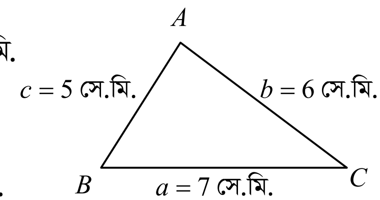
$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. $= 3\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= 3\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

উদাহরণ 2: একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি., 6 সে.মি. ও 7 সে.মি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান: মনে করুন, ত্রিভুজ ABC এর $AB = c = 5$ সে.মি. $AC = b = 6$ সে.মি. এবং $BC = a = 7$ সে.মি.।

এবং ত্রিভুজটির পরিসীমা $= 2s = a + b + c$ ।



অতএব, $s = \frac{1}{2}$ পরিসীমা $= \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+6+7}{2}$ সে.মি. $= \frac{18}{2}$ সে.মি. $= 9$ সে.মি.

আমরা জানি, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গএকক

$= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt{216}$ বর্গ সে.মি.

$= 14.7$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

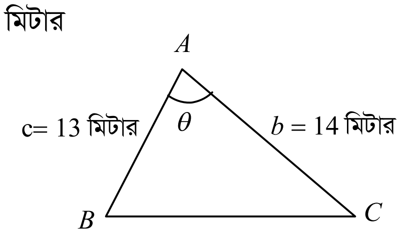
$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= 14.7$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

উদাহরণ 3: একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 মিটার ও 14 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 91 বর্গমিটার। বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণ নির্ণয় করুন।

সমাধান: মনে করুন, ত্রিভুজ ABC এর $AB = c = 13$ মিটার, $AC = b = 14$ মিটার

Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= 91$ বর্গমিটার।

AB ও BC বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ নির্ণয় করতে হবে।



$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times c \times b \times \sin\theta$

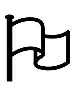
বা, 91 বর্গ মিটার $= \frac{1}{2} \times 13 \times 14 \times \sin\theta$ বর্গ মিটার

বা, $7 \times 13 \sin\theta = 91$

বা, $\sin\theta = \frac{91}{13 \times 7} = 1 = \sin 90^{\circ}$

$\therefore \theta = 90^{\circ}$

$\therefore$ নির্ণেয় অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৬.১

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-5):

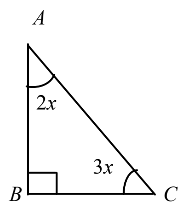
1. ΔABC-এ $AB = BC = AC = 4$ সে.মি. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

   (ক) $4\sqrt{3}$ (খ) $2\sqrt{3}$ (গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

2. একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 30° হলে অঙ্কিত ত্রিভুজটি কী ধরনের ত্রিভুজ?

   (ক) সমবাহু   (খ) সমদ্বিবাহু   (গ) বিষমবাহু   (ঘ) সমকোণী

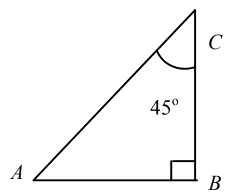
3.



চিত্রে x এর মান কত ডিগ্রি?

(ক) 15 (খ) 18 (গ) 20 (ঘ) 25

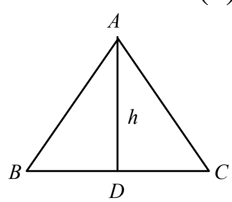
4.



উপরের চিত্রে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 200 বর্গমিটার হলে তার অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত ?

(ক) 30.48 মিটার (খ) 28.28 মিটার (গ) 26.68 মিটার (ঘ) 24.28 মিটার

5.



চিত্রে h এর মান $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ মিটার এবং BC=5 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার ?

(ক) $\frac{75}{4}$ (খ) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ (গ) $\frac{25\sqrt{3}}{8}$ (ঘ) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

6. কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 ও 10 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60^{o}। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

7. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি., 8 সে.মি. ও 9 সে.মি। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

8. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

9. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

10. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা 120^{o} কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘন্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। 5 ঘন্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় করুন।

11. ΔABC-এ $AB = 4$ সে.মি., $BC = 5$ সে.মি. এবং $AC = 4.5$ সে.মি.।

(ক) প্রদত্ত তথ্য অনুসারে ত্রিভুজটি আঁকুন।

(খ) ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র আঁকুন।

(গ) ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আঁকুন যার একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য a = 6 সে. মি.।

পাঠ ২ চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত পরিমাপ

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- সামান্তরিকের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং ঐ কর্ণের বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- রম্বসের দুইটি কর্ণ দেওয়া থাকলে রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল দুইটি বাহু এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব দেওয়া থাকলে ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	চতুর্ভুজ, চতুর্ভুজক্ষেত্র, ক্ষেত্রফল

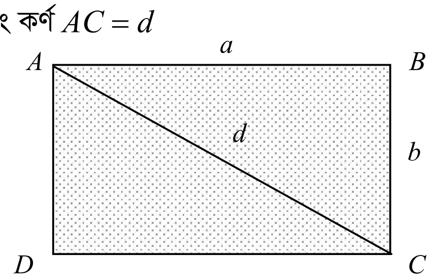
মূলপাঠ

চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (Area of Quadrilateral Region)

১। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র। এর দৈর্ঘ্য $AB = a$, প্রস্থ $BC = b$ এবং কর্ণ $AC = d$

আয়তক্ষেত্রের কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে সমান দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



$\therefore$ আয়তক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} a \times b = ab$$

লক্ষ করুন, আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা, $s = 2(a+b)$ এবং ΔABC সমকোণী।

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $d^2 = a^2 + b^2$

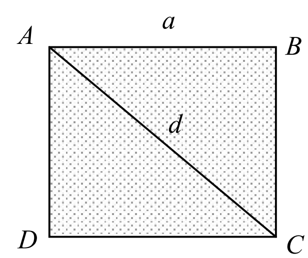
$\therefore d = \sqrt{a^2 + b^2}$

২। বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, $ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র। এর প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a।

ধরুন, বর্গক্ষেত্রটির কর্ণ $AC = d$।

AC কর্ণ $ABCD$ বর্গক্ষেত্রটিকে সমান দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



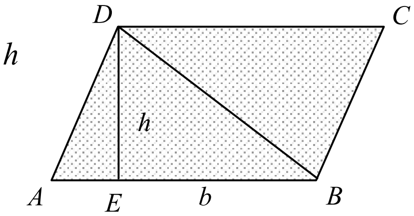
$\therefore$ বর্গক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} a \times a = a^2$$

[লক্ষ করুন, $ABCD$ বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা $s = 4a$ এবং কর্ণ $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$]

৩। সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

(ক) ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



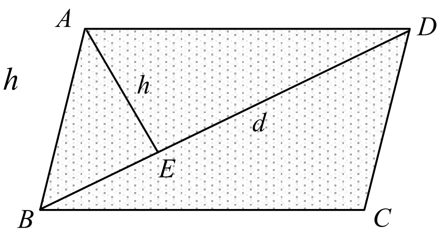
মনে করুন, $ABCD$ একটি সামান্তরিক। এর ভূমি $AB = b$ এবং উচ্চতা $DE = h$
BD কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} b \times h = bh$$

(খ) সামান্তরিকের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং ঐ কর্ণের বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



মনে করুন, $ABCD$ একটি সামান্তরিক। এর কর্ণ $BD = d$ ।
কর্ণ BD এর বিপরীত কৌণিক বিন্দু A থেকে BD এর উপর অঙ্কিত লম্ব $AE = h$
কর্ণ BD সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে সমান দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করেছে।

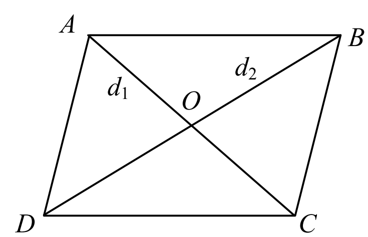
$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} d \times h = dh$$

৪। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

রম্বসের দুইটি কর্ণ দেওয়া থাকলে রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়



মনে করুন, $ABCD$ একটি রম্বস। এর কর্ণ $AC = d_1$ এবং $BD = d_2$ ।
কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।
কর্ণ BD রম্বসটিকে সমান দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore \Delta ABD$ এর উচ্চতা $\dfrac{d_1}{2}$

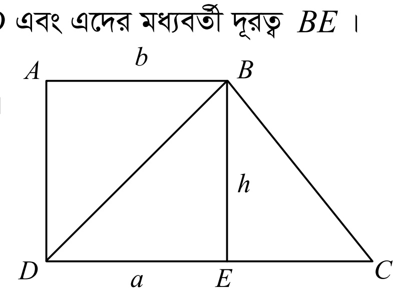
রম্বস $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \text{ ভূমি } \times \text{ উচ্চতা } = 2 \times \frac{1}{2} \times d_2 \times \frac{d_1}{2} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

৫। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল দুইটি বাহু এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব দেওয়া থাকলে ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়

মনে করুন, $ABCD$ একটি একটি ট্রাপিজিয়াম। এর সমান্তরাল বাহু দুইটি AB ও CD এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব BE ।
ধরুন, $AB = b$ একক, $CD = a$ একক এবং $BE = h$ একক ।



BD কর্ণ ট্রাপিজিয়াম $ABCD$ ক্ষেত্রটিকে ΔBCD ও ΔABD ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল

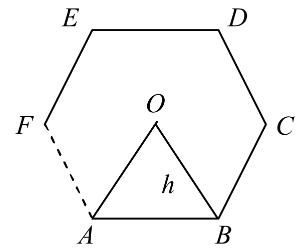
$= \Delta$ ক্ষেত্র BCD এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta$ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} CD \times BE + \frac{1}{2} AB \times AD$$

$$= \frac{1}{2} CD \times BE + \frac{1}{2} AB \times BE = \frac{1}{2} a.h + \frac{1}{2} b.h = \frac{1}{2} h(a+b)$$

৬। সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

যেসব বহুভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান এবং কোণগুলোও সমান, তাদের সুষম বহুভুজ বলে।
n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের কেন্দ্র এবং শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করলে n সংখ্যক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।
সুতরাং বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= n \times$ একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



$ABCDEF$............ একটি সুষম বহুভুজ, যার কেন্দ্র O, যার রয়েছে n সংখ্যক বাহু এবং প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a। $O, A; O,B$ যোগ করুন।
ধরুন, ΔAOB এর উচ্চতা h এবং $\angle AOB = \theta$
সুষম বহুভুজের প্রতিটি শীর্ষে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ $= 2\theta$
$\therefore$ n সংখ্যক সুষম বহুভুজের শীর্ষ কোণের সমষ্টি $= 2\theta.n$
সুষম বহুভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ $= 4$ সমকোণ
$\therefore$ n সংখ্যক ত্রিভুজের কোণের সমষ্টি $= 2\theta.n + 4$ সমকোণ
ΔAOB এর তিন কোণের সমষ্টি $= 2$ সমকোণ
$\therefore$ এরূপ n সংখ্যক ত্রিভুজের কোণের সমষ্টি $= n.\ 2$ সমকোণ
$\therefore$ $2\theta.n + 4$ সমকোণ $= n.\ 2$ সমকোণ

বা, $2\theta.n = (2n-4)$ সমকোণ

বা, $\theta = \dfrac{(2n-4)}{2n}$ সমকোণ

বা, $\theta = \dfrac{2(n-2)}{2n}$ সমকোণ

বা, $\theta = \left(1-\dfrac{2}{n}\right)$ সমকোণ

বা, $\theta = \left(1-\dfrac{2}{n}\right)\times 90^{\circ}$

$\therefore \theta = 90^{0} - \dfrac{180^{\circ}}{n}$

এখন, $\tan\theta = \dfrac{h}{\frac{a}{2}} = \dfrac{2h}{a}$

$\therefore h = \dfrac{a}{2}\tan\theta$

ΔAOB এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}a \times \dfrac{a}{2}\tan\theta$

$= \dfrac{a^2}{4}\tan\left(90^{\circ} - \dfrac{180^{\circ}}{n}\right)$

$= \dfrac{a^2}{4}\cot\left(\dfrac{180^{\circ}}{n}\right)$ $[\tan(90^{\circ} - A) = \cot A]$

$\therefore$ n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{na^2}{4}\cot\left(\dfrac{180^{\circ}}{n}\right)$

উদাহরণ 1: একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 40 সে.মি ও 60 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় করুন।
সমাধান: দেওয়া আছে, রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 60 সে.মি. ও 40 সে.মি.।

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(60 \times 40)$ বর্গ সে.মি.

$= 1200$ বর্গ সে.মি.

আবার, রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times$ রম্বসের বাহু

$$= 4\sqrt{\left(\frac{1}{2}\text{কর্ণ}'\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\text{কর্ণ}'\right)^2}$$

$$= 4\sqrt{\left(\frac{60}{2}\right)^2 + \left(\frac{40}{2}\right)^2} \text{ সে.মি}$$

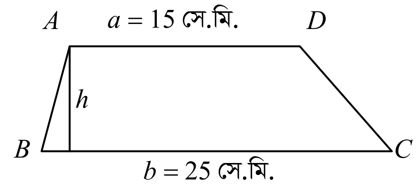
$= 4 \times \sqrt{(30)^2 + (20)^2}$ সে.মি $= 4 \times \sqrt{1300}$ সে.মি $= 4 \times 36.05$ সে.মি $= 144.2$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় রম্বসের ক্ষেত্রফল $= 1200$ বর্গ সে.মি. এবং রম্বসের পরিসীমা $= 144.2$ সে.মি. (প্রায়)

উদাহরণ 2: একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সে.মি. ও 15 সে.মি. এবং এর ক্ষেত্রফল 400 বর্গ সে.মি। ট্রাপিজিয়ামটির লম্ব দূরত্ব নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ দেওয়া আছে, সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য $BC = b = 25$ সে.মি., $AD = a = 15$ সে.মি. এবং $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= 400$ বর্গ সে.মি.। লম্ব দূরত্ব h নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}h(a+b)$



বা $400 = \frac{1}{2}h(25+15)$

বা $\frac{1}{2}h \times 40 = 400$

বা $20 \times h = 400$

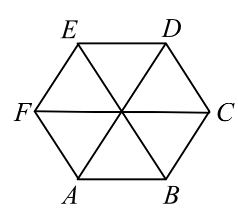
বা $h = \frac{400}{20} = 20$ সে.মি

$\therefore$ নির্ণেয় লম্ব দূরত্ব $= 20$ সে.মি.

উদাহরণ 3: একটি সুষম ষড়ভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ মনে করুন, সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 8$ সে.মি. এবং বাহুর সংখ্যা $n = 6$

আমরা জানি, সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4}\cot\frac{180^\circ}{n}$



$= \frac{6 \times 8^2}{4}\cot\frac{180^\circ}{6}$

$= \frac{6 \times 64}{4}\cot 30^\circ$

$= 6 \times 16 \times 1.73$

$= 166.08$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= 166.08$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৬.২

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-5):

1. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 ঃ 3 এবং এর কর্ণের দৈর্ঘ্য 25 মিটার হলে, ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
   (ক) 150 (খ) 300 (গ) 600 (ঘ) 750
2. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় 8 সেন্টিমিটার ও 5 সেন্টিমিটার। এদের মধ্যবর্তী লম্বদূরত্ব 4 সেন্টিমিটার হলে ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেন্টিমিটার?
   (ক) 26 (খ) 28 (গ) 30 (ঘ) 35
3. $ABCD$ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle AOD =$ কত?
   (ক) 90^{o} (খ) 120^{o} (গ) 180^{o} (ঘ) 360^{o}
4. i. আয়ত একটি সামান্তরিক
   ii. বর্গ একটি আয়ত
   iii. রম্বস একটি বর্গ
   নিচের কোন্‌টি সঠিক?
   (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
5. n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল কোন্‌টি ?
   (ক) $n\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (খ) $n\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$ (গ) $\frac{1}{2}\times nab$ (ঘ) $\frac{na^2}{4}\cot\left(\frac{180^{o}}{n}\right)$

6. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হতো তাহলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র হতো। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।
7. বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ভিতরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
8. একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রর ক্ষেত্রফলের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার ও উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
9. একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সেন্টিমিটার এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 54 সেন্টিমিটার। এর অপর কর্ণ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
10. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 31 সেন্টিমিটার ও 11 সেন্টিমিটার এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সেন্টিমিটার ও 12 সেন্টিমিটার। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
11. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 91 সে.মি. ও 51 সে.মি. এবং অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 13 সে.মি.।
   (ক) ট্রাপিজিয়ামটির পরিসীমা নির্ণয় করুন।
   (খ) ট্রাপিজিয়ামটির পরিসীমা একটি বর্গের পরিসীমার সমান হয়, তবে উক্ত বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
   (গ) প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

পাঠ ৩ বৃত্ত সংক্রান্ত পরিমাপ

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

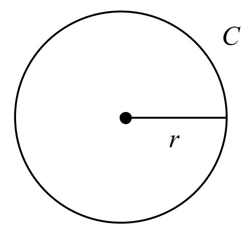
এই পাঠ শেষে আপনি-

- বৃত্তের পরিধি নির্ণয় করতে পারবেন,
- বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবেন,
- বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- বৃত্তক্ষেত্র ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- বৃত্ত সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	বৃত্ত, বৃত্তাংশ, পরিধি, বৃত্তকলা, ক্ষেত্রফল

মূলপাঠ

বৃত্তের পরিধি (Circumference of a Circle) নির্ণয়



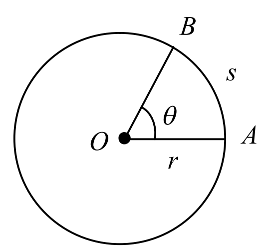
বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে তার পরিধি বলা হয়।

মনে করুন, একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r। এর পরিধি, $C = 2\pi r$,

যেখানে, $\pi = 3.14159265............$। এটি একটি অমূলদ সংখ্যা। এর আসন্ন মান 3.1416।

অতএব, কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ জানা থাকলে π-এর আসন্ন মান ব্যবহার করে বৃত্তের পরিধির আসন্ন মান নির্ণয় করা যায়।

বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য (Length of arc of a circle) নির্ণয়



মনে করুন, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত, যার ব্যাসার্ধ r এবং $AB = s$ বৃত্তচাপ কেন্দ্রে θ^{o} কোণ উৎপন্ন করেছে।

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

বৃত্তের কেন্দ্রে মোট উৎপন্ন কোণ $= 360^{o}$ এবং চাপ s দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ θ^{o}

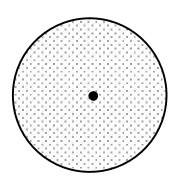
আমরা জানি, বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।

$$\therefore \frac{\theta^{o}}{360^{o}} = \frac{s}{2\pi r}$$

বা, $s = \dfrac{\pi r \theta}{180}$

বৃত্তক্ষেত্র ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল (Area of a circular region and a circular segment) নির্ণয়

কোন বৃত্ত ও এর অভ্যন্তর সংযোগে গঠিত সমতলের উপসেটটিকে একটি বৃত্তক্ষেত্র বলা হয় এবং বৃত্তটিকে এরূপ বৃত্তক্ষেত্রের সীমারেখা বলা হয়।

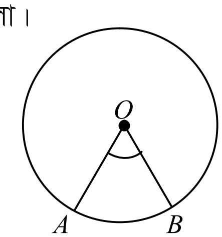


বৃত্তকলা

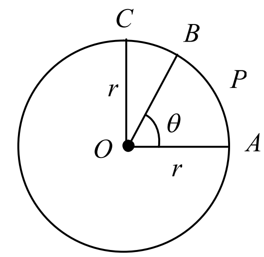
একটি চাপ ও চাপের প্রান্তবিন্দু সংশ্লিষ্ট ব্যাসার্ধ দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রকে বৃত্তকলা বলা হয়।

মনে করুন, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধির উপর A ও B দুইটি বিন্দু।

$\angle AOB$ এর অভ্যন্তরে OA ও OB ব্যাসার্ধ এবং AB চাপের উপর দন্ডায়মান OAB একটি বৃত্তকলা।



আমরা জানি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$
এবং বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের সমানুপাতিক।
সুতরাং, একই বৃত্তের দুইটি বৃত্তাংশ ক্ষেত্র এবং এরা যে চাপ দুইটির উপর দন্ডায়মান এদের পরিমাপ সমানুপাতিক।
মনে করুন, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ r
AOB বৃত্তকলা ক্ষেত্রটি APB চাপের উপর দন্ডায়মান, যার ডিগ্রি পরিমাপ θ।
OA-এর উপর OC লম্ব টানুন।



$$\therefore \frac{\text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\angle AOB \text{ এর পরিমাপ}}{\angle AOC \text{ এর পরিমাপ}}$$

বা, $$\frac{\text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\theta}{90^\circ} \quad [\because \angle AOC = 90^\circ]$$

বা, বৃত্তকলা AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{90^\circ} \times$ বৃত্তকলা AOC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4} \text{ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4} \times \pi r^2 = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$\therefore$ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

উদাহরণ 1: একটি বৃত্তের ব্যসার্ধ 7 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 72° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য ও বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন ($\pi = \frac{22}{7}$ ধরে)।

সমাধান: মনে করুন, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 7$ সে.মি., বৃত্তচাপ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 72^\circ$ এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য s সে.মি.।

আমরা জানি, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $s = \frac{\pi r \theta}{180^\circ} = \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 72^\circ}{180^\circ}$ সে.মি.

$$= \frac{22 \times 6}{15} \text{ সে.মি.} = \frac{44}{5} \text{ সে.মি.} = 8.8 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

এবং বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 = \frac{72^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ বর্গ সে.মি.

$$= \frac{22 \times 7}{5} \text{ বর্গ সে.মি.} = \frac{154}{5} \text{ বর্গ সে.মি.} = 30.8 \text{ বর্গ সে.মি}$$

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য 8.8 সে.মি এবং বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= 30.8$ বর্গ সে.মি.

উদাহরণ 2: একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধ 56 মিটার। পার্কটির বাইরের সীমানা ঘেষে 4 মিটার প্রশস্ত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
সমাধান: মনে করুন, বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধ $r = 56$ মিটার
$\therefore$ রাস্তাসহ পার্কের ব্যাসার্ধ $R = (56 + 4)$ মি. $= 60$ মি.
এখন, বৃত্তাকার পার্কের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 56 \times 56 \text{ বর্গমিটার } = 9856 \text{ বর্গমিটার}$$

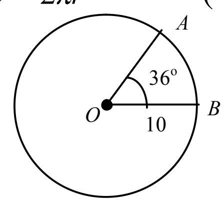
রাস্তাসহ বৃত্তাকার পার্কের ক্ষেত্রফল $= \pi R^2$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \text{ বর্গমিটার } = 11314.28 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (11314.28 - 9856)$ বর্গমিটার $= 1458.28$ বর্গমিটার (প্রায়)।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৬.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-5):

1. বৃত্তের কেন্দ্রে মোট উৎপন্ন কোণ সমান কত?
   (ক) 180^o (খ) 90^o (গ) 360^o (ঘ) 420^o
2. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে তার পরিধি কত?
   (ক) $C = 2\pi r$ (খ) $C = 2\pi r^2$ (গ) $C = 4\pi r$ (ঘ) $C = 4\pi r^2$
3. 

   উপরের চিত্রে AB চাপের দৈর্ঘ্য কত?
   (ক) 2π (খ) 3π (গ) 6π (ঘ) 9π
4. একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 26 মিটার। মাঠের বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
   (ক) 225π (খ) 169π (গ) 121π (ঘ) 52π
5. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2 সে.মি. এবং বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 180^o হলে বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
   (ক) π (খ) 2π (গ) 3π (ঘ) 4π
6. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের পার্থক্য 90 সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।
7. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি.। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান। বর্গক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
8. একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 124 মিটার । মাঠের সীমানা ঘেঁষে 6 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
9. একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সে.মি.। 88 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণসংখ্যকবার বেশি ঘুরবে?
10. একটি বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করুন।
11. একটি বৃত্তের পরিধি 440 মিটার এবং বৃত্তটিতে অন্তর্লিখিত একটি বর্গক্ষেত্র রয়েছে।
    (ক) বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত ?
    (খ) বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
    (গ) বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় করুন।

পাঠ ৪ আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক সম্পর্কিত পরিমাপ

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করতে পারবেন,
- ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করতে পারবেন,
- আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

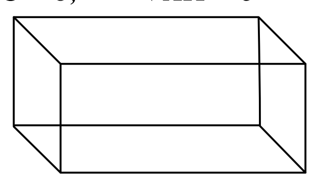
মূখ্য শব্দ	আয়তাকার ঘনবস্তু, ঘনক, কর্ণের দৈর্ঘ্য, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল, আয়তন

মূলপাঠ

আয়তাকার ঘনবস্তু (Rectangular solid)

তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তাকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে।

মনে করুন, $ABCDEFGH$ একটি আয়তাকার ঘনবস্তু। এর দৈর্ঘ্য $AB = a$, প্রস্থ $BC = b$, উচ্চতা $AH = c$



কর্ণ নির্ণয় (Determining the diagonal)

$ABCDEFGH$ আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ AF

ΔABC-এ $BC \perp AB$ এবং AC অতিভুজ।

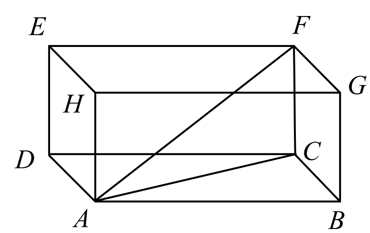
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + b^2$

আবার, ΔACF-এ $FC \perp AC$ এবং AF অতিভুজ।

$\therefore AF^2 = AC^2 + CF^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$\therefore AF = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুটির কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় (Determination of area of the whole surface)

আয়তাকার ঘনবস্তুর রয়েছে ছয়টি তল, যেখানে বিপরীত তলগুলো পরস্পর সমান।

আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল

$= 2(ABCD$ তলের ক্ষেত্রফল $+ ABGH$ তলের ক্ষেত্রফল $+ BCFG$ তলের ক্ষেত্রফল$)$

$= 2(AB \times AD + AB \times AH + BC \times BG)$

$= 2(ab + ac + bc) = 2(ab + bc + ca)$

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় (Determination Volume of the rectangular solid)

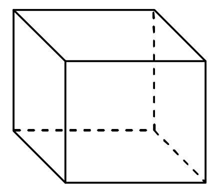
আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

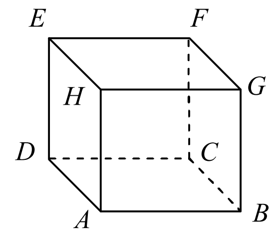
$$= abc$$

ঘনক (Cube)

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে তাকে ঘনক বলে।

মনে করুন, $ABCDEFGH$ একটি ঘনক। এর দৈর্ঘ্য $=$ প্রস্থ $=$ উচ্চতা $= a$ একক।





ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$

$= \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$

ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2(a.a + a.a + a.a)$

$= 2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2$

ঘনকটির আয়তন $= a.a.a = a^3$

উদাহরণ 1: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 16 মিটার, প্রস্থ 12 মিটার ও উচ্চতা 4.5 মিটার। এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল, আয়তন ও কর্ণের দৈর্ঘ্য কত নির্ণয় করুন।

সমাধান: এখানে আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 16$ মিটার, প্রস্থ $b = 12$ মিটার এবং উচ্চতা $c = 4.5$ মিটার

অতএব সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca) = 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গমিটার

$= 2(192 + 54 + 72)$ বর্গমিটার $= 2 \times 318 = 636$ বর্গমিটার

আয়তন $= abc = 16 \times 12 \times 4.5$ ঘন মিটার $= 864$ ঘন মিটার

কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার

$= \sqrt{256 + 144 + 20.25}$ মিটার $= \sqrt{420.25}$ মিটার $= 20.5$ মিটার।

উদাহরণ 2: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার সমষ্টি 17 সে.মি.। ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত নির্ণয় করুন।

সমাধান: মনে করুন, আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c সে.মি.।

$\therefore$ শর্তমতে $a + b + c = 17$ এবং $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 12$ বা, $a^2 + b^2 + c^2 = 144$

এখন, $(a + b + c)^2 = (17)^2$

বা, $(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca) = 289$

বা, $144 + 2(ab + bc + ca) = 289$

বা, $2(ab + bc + ca) = 289 - 144 = 145$

সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 145 সে.মি.।

উদাহরণ 3: একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 2368 বর্গ সে.মি.। যদি ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 6 ঃ 5 ঃ 4 হয়, তবে তার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় করুন।

সমাধান: মনে করুন, আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য $a = 6x$ সে.মি.

অতএব ঘনবস্তুটির প্রস্থ $b = 5x$ সে.মি. এবং উচ্চতা $c = 4x$ সে.মি.

আমরা জানি আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

অতএব প্রশ্নমতে $2368 = 2(ab + bc + ca) = 2(6x \times 5x + 5x \times 4x + 4x \times 6x)$ বর্গ একক

বা, $2368 = 2(30x^2 + 20x^2 + 24x^2) = 2 \times 74x^2 = 148x^2$

বা, $x^2 = \dfrac{2368}{148} = 16$

$\therefore x = 4$

অতএব ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য $= 6x$ সে.মি. $= 6 \times 4$ সে.মি. $= 24$ সে.মি., প্রস্থ $= 5x$ সে.মি. $= 5 \times 4$ সে.মি. $= 20$ সে.মি. এবং উচ্চতা $= 4x = 4 \times 4 = 16$ সে.মি.।

উদাহরণ 4: তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.। ঘনক তিনটিকে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকটির ধার, কর্ণের দৈর্ঘ্য, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান: আমরা জানি, ঘনকের ধার a হলে, তার কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3}$, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ এবং আয়তন $= a^3$

এখানে, প্রথম ঘনকের আয়তন $= 3^3$ ঘন সে.মি. $= 27$ ঘন সে.মি.

দ্বিতীয় ঘনকের আয়তন $= 4^3$ ঘন সে.মি. $= 64$ ঘন সে.মি.

এবং তৃতীয় ঘনকের আয়তন $= 5^3$ ঘন সে.মি. $= 125$ ঘন সে.মি.

অতএব, নতুন ঘনকের আয়তন $= a^3 = (27 + 64 + 125)$ ঘন সে.মি. $= 216$ ঘন সে.মি.

বা, $a^3 = 6^3$

$\therefore$ নতুন ঘনকের ধার $= a = 6$ সে.মি.

নতুন ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ সে.মি. $= 6 \times 1.732$ সে.মি. $= 10.392$ সে.মি. (প্রায়)

এবং নতুন ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2 = 6 \times 6^2 = 6 \times 36 = 216$ বর্গ সে.মি.

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৬.৪

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-5):

1. আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c হলে এর কর্ণ নিচের কোন্‌টি?

   (ক) $\sqrt{b^2 + c^2}$ (খ) $a^2 + b^2 + c^2$ (গ) $2(ab + bc + ca)$ (ঘ) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

2. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 30 সে.মি, 20 সে.মি ও 12 সে.মি.। এর আয়তন কত?

   (ক) 3200 ঘন সে.মি. (খ) 6200 ঘন সে.মি. (গ) 7200 ঘন সে.মি. (ঘ) 1100 ঘন সে.মি.

3. কোনো ঘনকের দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক ?

   (ক) $3a$ (খ) $6a$ (গ) $\sqrt{3}a$ (ঘ) $\sqrt{6}a$

4. একটি ঘনকের কর্ণ $6\sqrt{3}$ মিটার হলে এর আয়তন কত ঘনমিটার?

   (ক) 6 (খ) 36 (গ) 72 (ঘ) 216

5. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b এবং উচ্চতা c হলে

   i. কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

   ii. সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$

   iii. আয়তন $= abc$

   নিচের কোন্‌টি সঠিক?

   (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

6. আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 25 সে.মি., 20 সে.মি. ও 15 সে.মি। এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল, আয়তন এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

7. একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ভূমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 মিটার। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

8. একটি আয়তাকার বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি., 6 সে.মি. ও 4 সে.মি. এবং ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 87 বর্গ সে.মি.। বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব নির্ণয় করুন।
9. একটি দেয়ালের দৈর্ঘ্য 25 মিটার, উচ্চতা 6 মিটার এবং পুরুত্ব 30 সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি., প্রস্থ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। দেয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় করুন।
10. একটি ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
11. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21 : 16 : 12 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 87 সে.মি.।
    (ক) অনুপাতের সাধারণ রাশি x হলে, এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় করুন।
    (খ) ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় করুন।
    (গ) ঘনবস্তুর আয়তন ও সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

পাঠ ৫ কোণক, বেলন ও গোলক সম্পর্কিত পরিমাপ

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

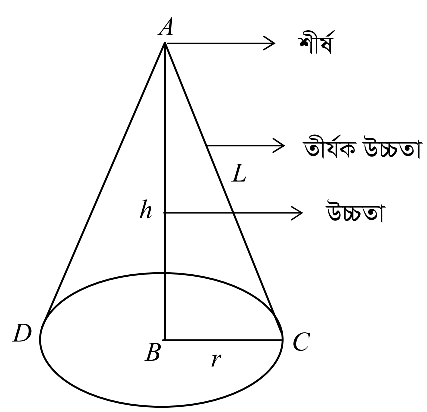
- কোণকের আয়তন নির্ণয় করতে পারবেন,
- বেলনের আয়তন নির্ণয় করতে পারবেন,
- গোলকের আয়তন নির্ণয় করতে পারবেন,
- কোণক, বেলন ও গোলক সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	কোণক, তীর্যক উন্নতি বা হেলানো উন্নতি, বক্রতল, সমগ্র তল, বেলন, বক্রপৃষ্ঠ, সমগ্র পৃষ্ঠতল, গোলক, আয়তন

মূলপাঠ

কোণকের পরিমাপ

কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যেকোন একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চারদিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে সমবৃত্তিভূমিক কোণক বলে।



সাধারণত সমবৃত্তিভূমিক কোণককেই কোণক বলা হয়।

পাশের চিত্র লক্ষ করুন।

AB হলো কোণকের অক্ষ = উচ্চতা = h, BC = ভূমির ব্যাসার্ধ = r

এবং তীর্যক উন্নতি বা হেলানো উন্নতি $AC = L$

ABC সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

বা, $L^2 = h^2 + r^2$

$$\therefore L = \sqrt{h^2 + r^2}$$

কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ (ভূমির পরিধি) $\times$ (হেলানো উন্নতি)

$$=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times L=\pi rL \ =\pi r\sqrt{h^2+r^2}$$ বর্গ একক

কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

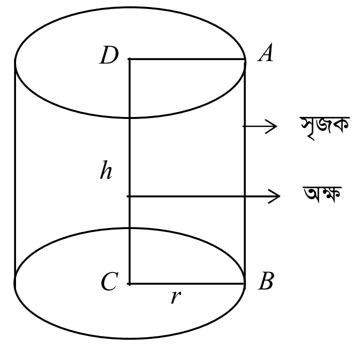
$$=\pi rL+\pi r^2 \ =\pi r(L+r)$$ বর্গ একক

কোণকের আয়তন $=\frac{1}{3}\times$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) $\times$ উচ্চতা $=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

বেলন (Cylinder)-এর পরিমাপ

কোনো আয়তক্ষেত্রের যেকোনো বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তিভূমিক বেলন বা সিলিন্ডার বলা হয়। সমবৃত্তিভূমিক বেলনের দুই প্রান্তকে বৃত্তাকার তল, বক্রতলকে বক্রপৃষ্ঠ বলা হয় এবং সমগ্র তলকে পৃষ্ঠতল বলা হয়। আয়তক্ষেত্রের অক্ষের সমান্তরাল ঘূর্ণায়মান বাহুটিকে বেলনের সৃজক বা উৎপাদক রেখা বলে।

মনে করুন, $ABCD$ একটি বেলন।



এখানে, ভূমির ব্যাসার্ধ $=BC=r$, উচ্চতা $=CD=h$

সুতরাং, ভূমির ক্ষেত্রফল $=\pi r^2$

বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি $\times$ উচ্চতা $=2\pi rh$

সম্পূর্ণতলের ক্ষেত্রফল বা সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বা পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$$=\left(\pi r^2+2\pi rh+\pi r^2\right)=\left(2\pi r^2+2\pi rh\right)=2\pi r(r+h)$$

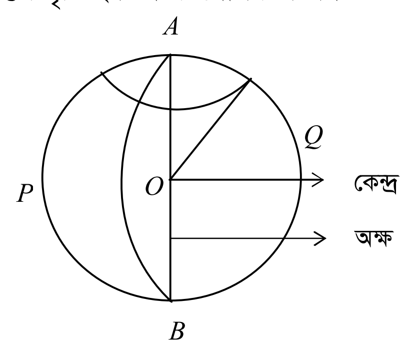
আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা $=\pi r^2 h$

গোলকের পরিমাপ

কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে ঘোরালে ঐ ব্যাসের চারিদিক যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয় তাকে গোলক বলে।

মনে করুন, $APBQ$ একটি গোলক।

গোলকটির কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ r



গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=\pi\times$ (ব্যাস)^2

$=4\pi r^2$ বর্গ একক

গোলকের আয়তন $=\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

উদাহরণ 1: একটি কোণকের তীর্যক উন্নতি 21 সে.মি. এবং তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল 396 বর্গ সে.মি. হলে তার ভূমির ব্যাসার্ধ কত নির্ণয় করুন।

সমাধান: এখানে তীর্যক উন্নতি $L=21$ সে.মি.

এবং বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=396$ বর্গ সে.মি.

মনে করুন, ভূমির ব্যাসার্ধ $=r$ সে.মি.

শর্তমতে, $\pi rL=396$

বা, $\frac{22}{7}\times r\times 21=396$

বা, $r=\frac{396\times 7}{22\times 21}$

$\therefore r=6$

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ $= 6$ সে.মি.

উদাহরণ 2: 12 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি কোণকের ভূমির ব্যাস 10 সে.মি.। কোণকটির তীর্যক উন্নতি, বক্রতলের ক্ষেত্রফল, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, কোণকের উচ্চতা $h = 12$ সে.মি. এবং ব্যাস $d = 10$ সে.মি.

অতএব, কোণকের ব্যাসার্ধ $= r = \frac{d}{2} = \frac{10}{2}$ সে.মি. $= 5$ সে.মি.

কোণকটির তীর্যক উন্নতি $L = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$= \sqrt{12^2 + 5^2}$ সে.মি. $= \sqrt{144 + 25}$ সে.মি. $= \sqrt{169}$ সে.মি. $= 13$ সে.মি.

কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r L$ বর্গ একক

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 13$ বর্গ সে.মি. $= 204.28$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

কোণকটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(L + r)$ বর্গ একক

$= \frac{22}{7} \times 5 \times (13 + 5)$ বর্গ সে.মি. $= \frac{22}{7} \times 5 \times 18$ বর্গ সে.মি. $= 282.86$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

কোণকটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= \frac{22 \times 25 \times 4}{7}$ ঘন সে.মি. $= 314.28$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উদাহরণ 3: 12 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাস 7 সে.মি.। সিলিন্ডারটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল, সম্পূর্ণতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, সিলিন্ডারের উচ্চতা $h = 12$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস $d = 7$ সে.মি.

অতএব, সিলিন্ডরটির ভূমির ব্যাসার্ধ $= r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2}$ সে.মি.

সিলিন্ডারটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r h$ বর্গ একক

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 12$ বর্গ সে.মি. $= 264$ বর্গ সে.মি.

সিলিন্ডারটির সম্পূর্ণতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক $= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \left(\frac{7}{2} + 12\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 22 \times \left(\frac{7 + 24}{2}\right)$ বর্গ সে.মি. $= 11 \times 31$ বর্গ সে.মি. $= 341$ বর্গ সে.মি.

সিলিন্ডারটির আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 12$ ঘন সে.মি.

$= \frac{22}{7} \times \frac{49}{4} \times 12$ ঘন সে.মি. $= 22 \times 7 \times 3$ ঘন সে.মি. $= 462$ ঘন সে.মি.

উদাহরণ 4: একটি ফাঁপা বেলনের বাইরের ও ভেতরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 11 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং উচ্চতা 14 সে.মি.। বেলনটির দুই বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং ধাতব অংশের আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, বেলনটির উচ্চতা $= h = 14$ সে.মি., ভূমির বাইরের ব্যাসার্ধ $= r_1 = 11$ সে.মি. এবং ভূমির ভেতরের ব্যাসার্ধ $= r_2 = 10$ সে.মি.

অতএব, বেলনটির বাইরের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r_1 h$ বর্গ একক

$$= 2\times\frac{22}{7}\times 11\times 14 \text{ বর্গ সে.মি.} = 968 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

অতএব, বেলনটির বাইরের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r_2 h$ বর্গ একক

$$= 2\times\frac{22}{7}\times 10\times 14 \text{ বর্গ সে.মি.} = 880 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

বেলনটির ধাতব অংশের আয়তন = (বাইরের ব্যাসার্ধ যুক্ত বেলনের আয়তন – ভেতরের ব্যাসার্ধ যুক্ত বেলনের আয়তন)

$$= \left(\pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h\right) = \pi h\left(r_1^2 - r_2^2\right) \text{ ঘন একক} = \frac{22}{7}\times 14\times\left(11^2 - 10^2\right) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 44\times(121-100) \text{ ঘন সে.মি.} = 44\times 21 \text{ ঘন সে.মি.} = 924 \text{ ঘন সে.মি.}$$

উদাহরণ 5: একটি গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 154 বর্গ সে.মি.। গোলকটির ব্যাসার্ধ ও আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান: আমরা জানি, গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $4\pi r^2 = 154$

বা, $4\times\frac{22}{7}\times r^2 = 154$

বা, $r^2 = \frac{154\times 7}{4\times 22} = \frac{7\times 7}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$\therefore r = \frac{7}{2}$

অতএব গোলকটির ব্যাসার্ধ $= \frac{7}{2}$ সে.মি.

এখন, গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক $= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{7}{2}\right)^3$ ঘন সে.মি.

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{49}{4} \text{ ঘন সে.মি.} = \frac{11\times 49}{3} \text{ ঘন সে.মি.} = 179.67 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

উদাহরণ 6: 4 সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে গলিয়ে $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত তৈরি করা হল। ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস $= 4$ সে.মি.। অতএব, গোলকটির ব্যাসাার্ধ $= r = \frac{4}{2}$ সে.মি. $= 2$ সে.মি.।

অতএব, গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$$= \frac{4}{3}\times\pi\times(2)^3 \text{ ঘন সে.মি.} = \frac{32\pi}{3} \text{ ঘন সে.মি.}$$

মনে করুন, লৌহ পাতের ব্যাসার্ধ r_1 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার লৌহ পাতের ক্ষেত্রফল $= \pi r_1^2$ বর্গ সে.মি.

যেহেতু বৃত্তাকার লৌহপাতটি $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু

$\therefore$ বৃত্তাকার লৌহপাতের আয়তন $= \pi r_1^2\times\frac{2}{3}$ ঘন সে.মি. $= \frac{2\pi r_1^2}{3}$ ঘন সে.মি.

শর্তানুসারে, $\dfrac{2\pi r_1^2}{3} = \dfrac{32\pi}{3}$

বা, $r_1^2 = 16 = (4)^2$

$\therefore r_1 = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাসার্ধ $= 4$ সে.মি.

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৬.৫

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-5):

1. নিচের কোন্‌টি কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে?

   (ক) $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$ (খ) $\sqrt{h^2 + r^2}$ (গ) $\pi r(L + r)$ (ঘ) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

2. একটি সমবৃত্তিভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে, এর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

   (ক) $2\pi rh$ (খ) $2\pi r^2 h$ (গ) $\pi r^2 h$ (ঘ) $\frac{1}{2}\pi rh$

3. যদি কোনো সিলিন্ডারের উচ্চতা h, কোনো ঘণকের এক ধারের সমান হয় এবং সিলিন্ডার ও ঘণকের আয়তন সমান হয়, তবে সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ কত?

   (ক) $\dfrac{h}{\sqrt{\pi}}$ (খ) $h\sqrt{\pi}$ (গ) $\dfrac{\sqrt{\pi}}{h}$ (ঘ) πh^2

4. একটি সমবৃত্তিভূমিক বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে
   i. বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$
   ii. সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$
   iii. আয়তন $= \pi r^2 h$
   নিচের কোন্‌টি সঠিক?

   (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

5. একটি গোলকের ব্যাস 7 মিটার। গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

   (ক) 154 (খ) 175 (গ) 22 (ঘ) 88

6. 24 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি কোণকের ভূমির ব্যাস 14 সে.মি. হলে এর তীর্যক উচ্চতার দৈর্ঘ্য, বক্রতলের ক্ষেত্রফল, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন কত?

7. একটি বেলন ও একটি কোণক উভয়ের উচ্চতা h এবং একই ভূমির উপর অবস্থিত। তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 ঃ 3 হলে প্রমাণ করুন যে, ভূমির ব্যাসার্ধ $= \dfrac{\sqrt{5}}{2}h$।

8. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বেলন আকারে একটি নিরেট দন্ডে পরিণত করা হলো। দন্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

9. একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস 12 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার।
   (ক) পাইপের বাইরের ও ভিতরের ব্যাসার্ধ কত?
   (খ) পাইপের লোহার আয়তন কত?
   (গ) 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় করুন।