ইউনিট ১৩

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য
(Area Related Theorems and Constructions)

ভূমিকা

ক্ষেত্রফল গণিতের একটি গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায়। কোন সমতলের সীমাবদ্ধ স্থানকে ক্ষেত্র বলে এবং ক্ষেত্রের পরিমাপকে ক্ষেত্রফল বলে। আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রয়োজন মেটাতে বিভিন্ন আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানতে হয় ও পরিমাপ করতে হয়। এই ইউনিটে বহুভূজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত কতিপয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য বিষয়ক বিষয়বস্তু আলোচনা করা হবে।

ইউনিটের উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি–

- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন,
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্যগুলো যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবেন,
- প্রদত্ত উপাত্ত ব্যবহার করে বিভিন্ন আকারের ক্ষেত্র অঙ্কন ও তার যথার্থতা যাচাই করতে পারবেন,
- প্রদত্ত উপাত্ত ব্যবহার করে ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবেন,
- নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ত্রিভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবেন।

ইউনিট সমাপ্তির সময়	ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ৭ দিন

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ ১: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য

পাঠ২ : ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সম্পাদ্য

পাঠ ১ ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন,
- একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান, নির্ণয় করতে পারবেন
- একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান, প্রমাণ করতে পারবেন,
- পীথাগোরাসের উপপাদ্য প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	ক্ষেত্রফল, একক, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, ত্রিভুজক্ষেত্র, সামান্তরিকক্ষেত্র

মূলপাঠ

আমাদের চারপাশের সকল বস্তু কিছু না কিছু জায়গা জুড়ে রয়েছে। এসব জায়গার অবস্থান সমতল, দ্বিমাত্রিক, ত্রিভুজাকার, চতুর্ভুজাকার, পঞ্চভুজাকার, ষড়ভুজাকার ইত্যাদি বিভিন্ন রকমের হতে পারে। এক কথায় একে বহুভুজক্ষেত্র বলা চলে। এই সকল ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ব্যবহার করা হয় এবং তাদের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে লেখা হয়। যেমন, বাংলাদেশের ক্ষেত্রফল ১৪৪ হাজার বর্গ কিলোমিটার (প্রায়)। বর্তমান পাঠে বহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত কতিপয় উপপাদ্য কিভাবে যাচাই ও প্রমাণ করতে হয়, সে সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (Area of a Plane Region)

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে। সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের পরিমাপকে ঐ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে ধরা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গসেন্টিমিটার।

ক্ষেত্র পরিমাপের একক

(ক) দেশীয় পদ্ধতি: দেশীয় পদ্ধতিতে ক্ষেত্র পরিমাপের এককগুলো দৈর্ঘ্যের একক থেকে রূপান্তরিত হয়নি।

1 কাঠা = 16 ছটাক = 720 বর্গফুট = 80 বর্গগজ = 66.89 বর্গমিটার

1 ছটাক = 5 বর্গগজ = 45 বর্গফুট = 20 গন্ডা

1 গন্ডা = 1 বর্গহাত

1 বিঘা = 20 কাঠা = 1600 বর্গগজ

(খ) ব্রিটিশ পদ্ধতি:

1 বর্গগজ = 9 বর্গফুট

1 একর = 4840 বর্গগজ = 3 বিঘা 8 ছটাক = 100 ডেসিম্যাল

1 বর্গফুট = 144 বর্গইঞ্চি

1 ডেসিম্যাল = 48.40 বর্গগজ = 435.6 বর্গফুট

(গ) মেট্রিক পদ্ধতি:

1 বর্গ মিটার = 100 বর্গ ডেসিমিটার = 10,000 বর্গ সেন্টিমিটার

1 বর্গ ডেকামিটার = 100 বর্গ মিটার = 1 এয়র

1 বর্গ হেক্টোমিটার = 100 বর্গ ডেকামিটার = 10,000 বর্গ মিটার

1 হেক্টর = 10,000 বর্গ মিটার = 1 বর্গ হেক্টোমিটার

(ঘ) মেট্রিক একক ও ব্রিটিশ এককের রূপান্তর:

1 বর্গ সে.মি = 0.155 বর্গ ইঞ্চি

1 বর্গ মিটার = 1.196 বর্গগজ = 10.76 বর্গফুট

1 হেক্টর = 2.47 একর = 247 ডেসিম্যাল

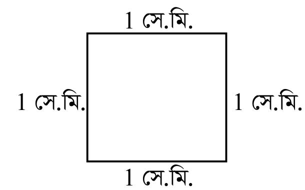
1 বর্গ কি.মি. = 100 হেক্টর = 0.3861 বর্গমাইল

1 এয়র = 100 বর্গ মিটার = 1 বর্গ ডেকামিটার

1 হেক্টর = 100 এয়র = 247 ডেসিম্যাল

1 এয়র = 2.47 ডেসিম্যাল

যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেন্টিমিটার, তার ক্ষেত্রফল হবে 1 বর্গ সেন্টিমিটার। পাশের চিত্রে দেখুন।

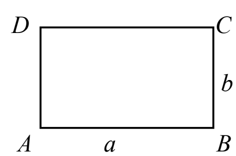


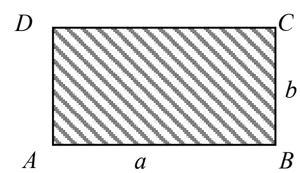
ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

বিভিন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

১। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

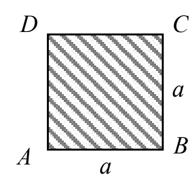
$ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র যার, দৈর্ঘ্য $AB = a$ একক (যথা, মিটার) এবং প্রস্থ $BC = b$ একক (যথা, মিটার) হলে $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= ab$ বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার)





২। বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

$ABCD$ একটি বর্গক্ষেত্র যার এক বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = a$ একক (যথা, মিটার)
অতএব $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক (যথা বর্গ মিটার)

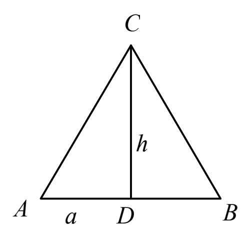


৩। ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল:

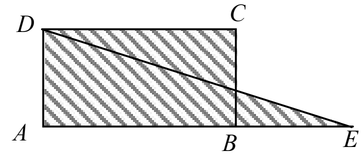
ABC একটি ত্রিভুজ যার ভূমি $AB = a$ একক (যথা, মিটার)
উচ্চতা $CD = h$ একক (যথা, মিটার)

অতএব, ABC ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CD$ বর্গ একক

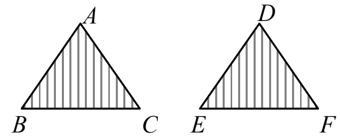
$= \frac{1}{2} a.h$ বর্গ একক (যথা বর্গ মিটার)



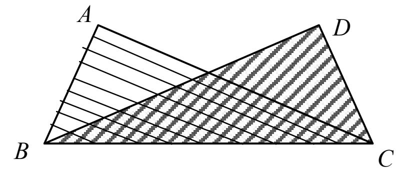
দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে '=' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। যেমন,
$ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AED$ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



উল্লেখ্য যে, ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ লেখা হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta DEF$ এর ক্ষেত্রফল।



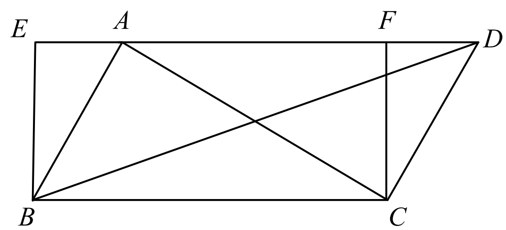
কিন্তু দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম নাও হতে পারে।
যেমন, চিত্রে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $=$ ΔDBC এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু, ΔABC ও ΔDBC সর্বসম নয়।



উপপাদ্য ১৩.১

একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।

বিশেষ নির্বচনঃ মনে করুন, ABC ও DBC ত্রিভুজক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।
প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta$ ক্ষেত্র DBC এর ক্ষেত্রফল



অঙ্কনঃ BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করুন। তারা যথাক্রমে AD রেখার বর্ধিত অংশকে E বিন্দুতে এবং AD রেখাকে F বিন্দুতে ছেদ করে, এবং $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি হয়।

প্রমাণঃ $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র।
এখন Δ ক্ষেত্র ABC এবং আয়তক্ষেত্র $EBCF$ একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাংশের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং Δ ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র $EBCF$)

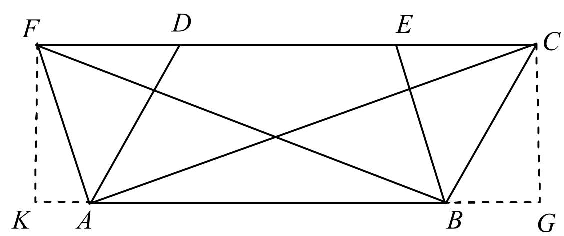
অনুরূপভাবে, Δ ক্ষেত্র $DBC = \frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র $EBCF$)

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র DBC-এর ক্ষেত্রফল (প্রমাণিত)

উপপাদ্য ১৩.২

একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

বিশেষ নির্বচনঃ মনে করুন, $ABCD$ ও $ABEF$ সামান্তরিকক্ষেত্র দুইটি AB ও FC সমান্তরাল রেখা দুইটির উপর এবং ভূমি AB এর উপর অবস্থিত।
প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $=$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল।



অঙ্কনঃ A, C ও B, F যোগ করুন। C বিন্দু থেকে AB এর বর্ধিতাংশের উপর CG লম্ব টানুন।
AB এর বর্ধিতাংশের উপর F বিন্দু থেকে FK লম্ব টানুন।

প্রমাণ: ΔABC এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}AB\times CG$

এবং ΔABF এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}AB\times FK$

যেহেতু $CG=FK$ (অঙ্কন অনুসারে) এবং AB প্রত্যেকের সাধারণ বাহু,

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $=\Delta ABF$ এর ক্ষেত্রফল

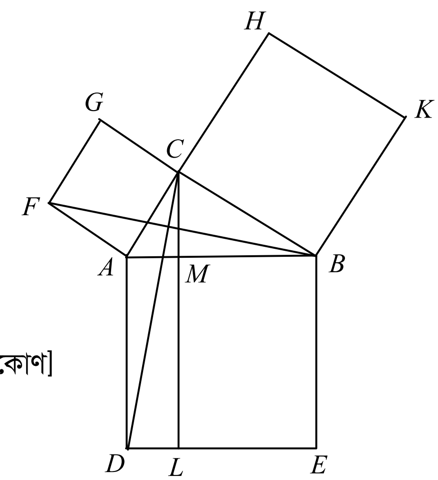
$\Rightarrow \frac{1}{2}$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $=$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল (প্রমাণিত)

উপপাদ্য ১৩.৩

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ACB$ সমকোণ এবং AB অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2=BC^2+AC^2$



অঙ্কন: AB, BC এবং AC বাহুর উপর যথাক্রমে $ADEB$, $BCHK$ ও $ACGF$ বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করুন। C বিন্দু দিয়ে AD বা BE রেখার সমান্তরাল CL রেখা আঁকুন। মনে করুন, তা AB রেখাকে M এবং DE রেখাকে L বিন্দুতে ছেদ করে। C, D এবং B, F যোগ করুন।

প্রমাণ: ΔCAD ও ΔFAB এর মধ্যে

$AB=AD, CA=AF$

অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD=\angle CAB+\angle BAD$

$=\angle CAB+\angle CAF$ [$\because \angle BAD=\angle CAF=$ এক সমকোণ]

$=$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BAF$

$\therefore \Delta CAD\cong\Delta FAB$ ....(1)

অতএব, ত্রিভুজক্ষেত্র $CAD=$ ত্রিভুজক্ষেত্র FAB

এখন, ত্রিভুজক্ষেত্র CAD এবং আয়তক্ষেত্র $ADLM$ একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও CL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং আয়তক্ষেত্র $ADLM=2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD)

আবার, ত্রিভুজক্ষেত্র BAF এবং বর্গক্ষেত্র $ACGF$ একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও BG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং বর্গক্ষেত্র $ACGF=2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র FAB) $=2$ (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD) [(1) নং সমীকরণ অনুযায়ী]

$\therefore$ আয়তক্ষেত্র $ADLM=$ বর্গক্ষেত্র $ACGF$ .... (2)

অনুরূপভাবে, C,E ও A,K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে,

আয়তক্ষেত্র $BELM=$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$ .... (3)

এখন, (2) ও (3) নং সমীকরণ যোগ করে পাওয়া যায়,

আয়তক্ষেত্র $ADLM+$ আয়তক্ষেত্র $BELM=$ বর্গক্ষেত্র $ACGF+$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$

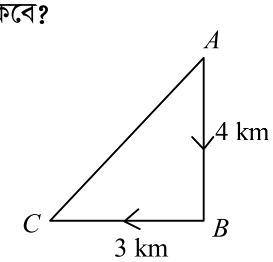
বা, বর্গক্ষেত্র $ABED=$ বর্গক্ষেত্র $ACGF+$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$

অর্থাৎ, $AB^2=BC^2+AC^2$ (প্রমাণিত)

পীথাগোরাসের উপপাদ্যের ব্যবহারিক প্রয়োগ

উদাহরণ 1: এক ব্যক্তি একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে ঠিক দক্ষিণে 4 কিলোমিটার যাওয়ার পর সেখান থেকে ঠিক পশ্চিম দিকে 3 কিলোমিটার গেল। যাত্রা শেষে সে যাত্রা শুরুর স্থান থেকে কত দূরে থাকবে?

সমাধান: মনে করুন, লোকটি A স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে দক্ষিণ দিকে 4 কিলোমিটার যাওয়ার পর B স্থানে পৌঁছাল এবং B থেকে পশ্চিম দিকে গমণ করে 3 কিলোমিটার যাওয়ার পর C বিন্দুতে পৌঁছাল।



তাহলে, $AB = 4$ কি.মি., $BC = 3$ কি.মি. $AC = ?$

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = \left(4^2 + 3^2\right) = 16 + 9 = 25 = 5^2$$

$\therefore AC = 5$ কি.মি.

$\therefore$ লোকটি যাত্রা শুরুর স্থান থেকে 5 কিলোমিটার দূরে থাকবে।

সারসংক্ষেপ

- আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক এবং প্রস্থ b একক হলে ক্ষেত্রফল $= ab$ বর্গ একক
- বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক হলে ক্ষেত্রফল $= a^2$ বর্গ একক
- দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে '=' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। যেমন, $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ AED ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।
- ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হলে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ লেখা হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta DEF$ এর ক্ষেত্রফল।
- দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম নাও হতে পারে।
- একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।
- একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৩.১

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন (1-4):

1. 1 বর্গ মিটার সমান কত বর্গফুট?

   (ক) 100.76 (খ) 107.6 (গ) 10.76 (ঘ) 1076

2. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য করুন:

   (i) প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে।

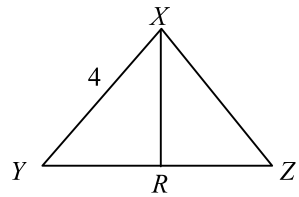
   (ii) দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম।

   (iii) দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান।

   নিচের কোন্‌টি সঠিক?

   (ক) (i) ও (ii) (খ) (i) ও (iii) (গ) (ii) ও (iii) (ঘ) (i), (ii) ও (iii)

নিম্নের চিত্রে XYZ একটি সমবাহু ত্রিভুজ, $XR \perp YZ$ এবং $XY = 4$ । তথ্যের ভিত্তিতে 3 ও 4 নং প্রশ্নের উত্তর দিন:



3. YR বা $ZR =$ কত?
   (ক) 2 একক (খ) $\sqrt{2}$ একক (গ) 4 একক (ঘ) 8 একক
4. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?
   (ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{3}$
5. $PQRS$ একটি ট্রাপিজিয়াম। এর PR ও QS বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র $PQRS$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
6. ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q । প্রমাণ করুন যে,
   Δ ক্ষেত্র APQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।
7. XYZ একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং XR, YZ এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4XR^2 = 3XY^2$.
8. প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
9. প্রমাণ করুন যে, সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিকক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
10. প্রমাণ করুন যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।
11. ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$
12. দুইটি খুঁটি 35 ও 30 মিটার উচু এবং পরস্পর থেকে 12 মিটার দূরে অবস্থিত। খুঁটি দুইটির শীর্ষ বিন্দু দুইটির দূরত্ব নির্ণয় করুন।
13. এক ব্যক্তি কোন নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে ঠিক উত্তরে 12 কি.মি. যায়। সেখান থেকে 4 কি.মি. ঠিক পূর্ব দিকে যায় এবং সর্বশেষে 9 কি.মি. ঠিক দক্ষিণে যায়। যাত্রা শেষে লোকটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে কত দূরে থাকবে নির্ণয় করুন।
14. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু।
   (ক) তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন করুন।
   (খ) P বিন্দু হতে AB ও AC এর উপর যথাক্রমে Q ও R লম্ব অঙ্কন করুন এবং দেখান যে $PB^2 = 2P^2$.
   (গ) প্রমাণ করুন যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

পাঠ ২ ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সম্পাদ্য

পাঠভিত্তিক উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

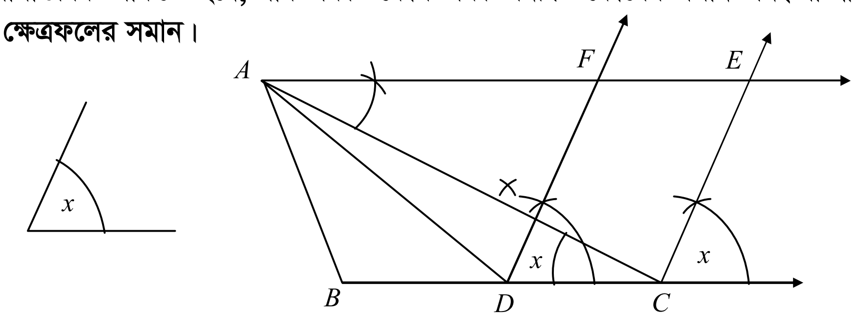
- একটি নির্দিষ্ট কোনো ত্রিভুজক্ষেত্র দেওয়া থাকলে তার সমক্ষেত্র একটি সামান্তরিক আঁকতে পারবেন ও তার বর্ণনা করতে পারবেন,
- একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র দেওয়া থাকলে তার সমক্ষেত্র একটি ত্রিভুজ আঁকতে ও তার বর্ণনা করতে পারবেন,
- একটি নির্দিষ্ট কোনো চতুর্ভুজক্ষেত্র দেওয়া থাকলে তার সমক্ষেত্র একটি সামান্তরিক আঁকতে পারবেন ও তার বর্ণনা করতে পারবেন।

মূখ্য শব্দ	ত্রিভুজক্ষেত্র, চতুর্ভুজক্ষেত্র, সামান্তরিকক্ষেত্র

মূলপাঠ

সম্পাদ্য ১৩.১

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এমন একটি সামান্তরিকক্ষেত্র আঁকতে হবে, যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা ΔABC এর ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন: BC বাহুকে D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করুন। DC রেখাংশের D বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CDF$ অঙ্কন করুন। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল AE রশ্মি টানুন। মনে করুন, তা DF কে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে DF রেখাংশের সমান্তরাল CE রশ্মি টানুন। মনে করুন, তা AE রশ্মিকে E বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, $DCEF$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ: A, D যোগ করুন।

এখন Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র ADC এর ক্ষেত্রফল [$\because$ ভূমি $BD =$ ভূমি DC এবং উচ্চতা একই]

Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= 2\times($$\Delta$ ক্ষেত্র ADC এর ক্ষেত্রফল)

আবার, সামান্তরিক ক্ষেত্র $DCEF$ এর ক্ষেত্রফল $= 2($$\Delta$ ক্ষেত্র ADC এর ক্ষেত্রফল) [$\because$ উভয়েই একই ভূমি DC এর উপর অবস্থিত এবং $DC || AE$]

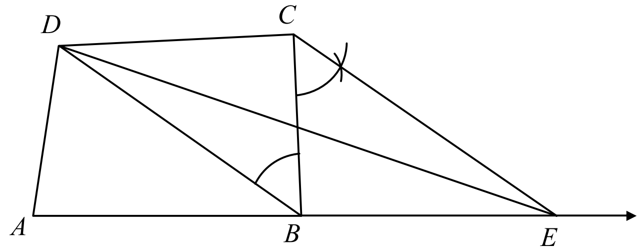
$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $DCEF$ এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

আবার $\angle CDF = \angle x$ [অঙ্কন অনুসারে]

অতএব, সামান্তরিক $DCEF$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য ১৩.২

এমন একটি ত্রিভূজ আঁকতে হবে, যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।



বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, $ABCD$ একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র। এরূপ একটি ত্রিভূজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $ABCD$ চতুর্ভূজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন: D, B যোগ করুন। C বিন্দু দিয়ে $CE \parallel DB$ টানুন। মনে করুন, তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করুন। তাহলে, ΔDAE ই উদ্দিষ্ট ত্রিভূজ।

প্রমাণ: BD ভূমির উপর ΔBDC ও ΔBDE অবস্থিত এবং $BD \parallel CE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র BDC এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র এর BDE ক্ষেত্রফল

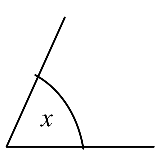
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র BDC এর ক্ষেত্রফল $+$ Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র BDE এর ক্ষেত্রফল $+$ Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল।

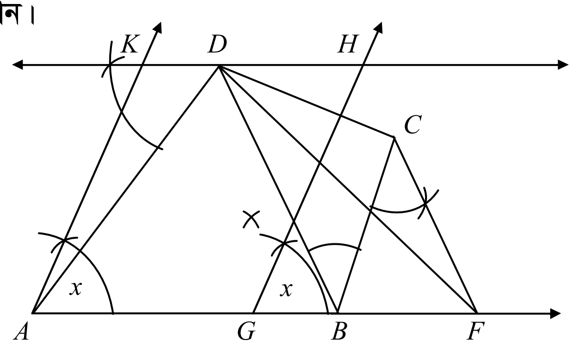
$\therefore$ চতুর্ভুজ $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $=$ Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল।
অতএব, $\Delta\ ADE$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

বিশেষ দ্রষ্টব্য: উপরের পদ্ধতির সাহায্যে নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট অসংখ্য ত্রিভুজক্ষেত্র আঁকা যাবে।

সম্পাদ্য ১৩.৩

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ দেওয়া আছে এবং তা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।





বিশেষ নির্বচন: মনে করুন, $ABCD$ একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ একটি প্রদত্ত $\angle x$ এর সমান এবং সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $ABCD$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন: B, D যোগ করুন। C বিন্দু দিয়ে $BD \parallel CF$ টানুন। মনে করুন, CF, AB বাহুর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে। AF রেখাংশের মধ্যবিন্দু G নির্ণয় করুন। AG রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle GAK$ আঁকুন এবং G বিন্দু দিয়ে $GH \parallel AK$ টানুন। D বিন্দু দিয়ে $KDH \parallel AG$ টানুন। মনে করুন, তা AK ও GH কে যথাক্রমে K ও H বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $AGHK$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

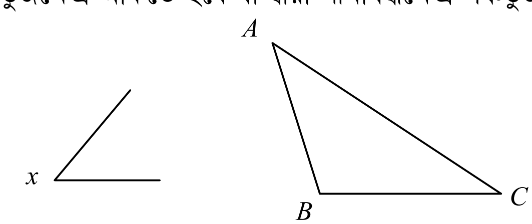
প্রমাণঃ D, F যোগ করুন।
$AGHK$ একটি সামান্তরিক [অঙ্কন অনুসারে], যেখানে, $\angle GAK = \angle x$
আবার, Δ ক্ষেত্র DAF এর ক্ষেত্রফল = চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল
এবং সামান্তরিক ক্ষেত্র $AGHK$ এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র DAF এর ক্ষেত্রফল।
সুতরাং, সামান্তরিক ক্ষেত্র $AGHK$ এর ক্ষেত্রফল = চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল ।
অতএব, $AGHK$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সারসংক্ষেপ

- এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করা যায়, যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।
- এমন একটি ত্রিভূজ অঙ্কন করা যায়, যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।
- এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করা যায়, যার একটি কোণ দেওয়া আছে এবং তা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১৩.২

1. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করুন, যার একটি বাহু একটি প্রদত্ত রেখাংশের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি প্রদত্ত সামান্তরিকক্ষেত্রের সমান।
2. কোনো নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ভূমির উপর এরূপ আর একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন যার শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অবস্থিত এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র নির্দিষ্ট ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রের সমান।
3. কোনো চতুর্ভুজের একটি মৌলিক বিন্দু দিয়ে সরলরেখার মাধ্যমে চতুর্ভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করুন।
4. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 6 বর্গ সে.মি.। এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করুন।
5. কোনো নির্দিষ্ট উচ্চতা বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন, যেন ত্রিভুজক্ষেত্রটি অপর একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের সমান হয়।
6. এমন একটি ত্রিভুজক্ষেত্র আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র পঞ্চভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রের সমান।
7.



(ক) উদ্দীপক অনুযায়ী, x কোন্ ধরনের কোণ এবং ΔABC ত্রিভুজটি কোণ ভেদে কি ধরনের ত্রিভুজ।
(খ) এমন একটি সামান্তরিক আঁকুন, যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র ΔABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।
(গ) খ-এ অঙ্কিত সামান্তরিকটির অঙ্কনের বর্ণনা দিন।