# মহাকর্ষ
# Gravitation

ইউনিট ৫

## ভূমিকা (Introduction)

হাত থেকে একটি কলম ফসকে গেলে তা মাটিতে পড়ে যায়। যে কোনো জিনিস উঁচু থেকে ছেড়ে দিলে তা নিচে পড়ে। বাতাসের মধ্যে একটুকরো ইট ভাসিয়ে রাখা যায় না। কিন্তু কি বিস্ময়! মহাশূন্যে ভেসে থাকে কোটি কোটি গ্রহ নক্ষত্র মহাজাগতিক বস্তুসমূহ। পৃথিবীর টানে বস্তু মাটিতে পড়ছে, কিন্তু চাঁদ কেন মাটিতে পড়ছে না? সৌর জগতের গ্রহগুলো কেনো কক্ষ চ্যুত হচ্ছে না। এসব প্রশ্নের উত্তর মহাকর্ষ বল, অভিকর্ষ বল। আইজাক নিউটন, গ্যালেলিও গ্যালিলাই, কেপলার প্রমুখ বিজ্ঞানী এসম্পর্কে বিভিন্ন তত্ত্ব ও তথ্য উপস্থাপন করেছেন। তা নিয়ে গড়ে উঠেছে পদার্থবিজ্ঞানের মৌলিক জ্ঞানের বিষয়বস্তু মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ। মহাকর্ষ- পদার্থবিজ্ঞান তথা বলবিদ্যা অধ্যয়নের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায়।

এ ইউনিটে মহাকর্ষ, নিউটনের মহাকর্ষ বলের সূত্র, গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র, অভিকর্ষ বল ও তার প্রভাব, মহাকর্ষ বল ও তার ক্ষেত্র, কৃত্রিম উপগ্রহ, মুক্তি বেগ এবং এতৎ সংক্রান্ত রাশিমালার প্রতিপাদন বিষয়ক আলোচনা অন্তর্ভূক্ত হয়েছে।

**এই ইউনিটের পাঠসমূহ**



## পাঠ-৫.১ মহাকর্ষ
## Gravitation

### উদ্দেশ্য

**এ পাঠ শেষে আপনি-**

- নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্রসমূহ বর্ণনা করতে পারবেন।
- নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।

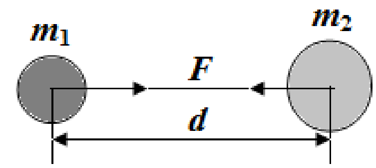
### ৫.১.১ মহাকর্ষ ও নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র (Gravitation and Newton's Law of Gravitation)

১৬১৮ খ্রি. বিজ্ঞানী জে কেপলার সূর্যকে কেন্দ্র করে গ্রহগুলোর ঘূর্ণন ও তাদের গতি সম্পর্কীয় সূত্রাবলি প্রকাশ করেন। কিন্তু মহাজাগতিক বস্তুসমূহ এবং সৌর মন্ডলীর গ্রহ উপগ্রহসমূহ কোন বলের প্রভাবে ঘুরছে বা সাম্যবস্থায় আছে সে সম্পর্কে কেপলার বা তৎকালীন বিজ্ঞানীদের কোনো সুস্পষ্ট ধারণা ছিল না। ১৭৬৪ সালে বিজ্ঞানী আইজাক নিউটন মহাবিশ্বের পরস্পর যোগসূত্রহীন বস্তুসমূহের সাম্যাবস্থা বজায় থাকা এবং সূর্যের চারদিকে গ্রহসমূহের ঘূর্ণনের কারণ হিসাবে এক ধরনের সার্বজনীন বলের ধারণা উপস্থাপন করেন। এর নাম দেয়া হয় মহাকর্ষ বল। এই বল হলো মহাবিশ্বের

প্রত্যেকটি বস্তু কণার মধ্যে পরস্পরকে আকর্ষণ বল। অর্থাৎ যে বল দ্বারা মহা বিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে তার নাম মহাকর্ষ বল।
এই মহাকর্ষ বল সম্পর্কে নিউটন একটি সূত্র দেন। এটি নিউটনের মহাকর্ষ বলের সূত্র নামে খ্যাত। সূত্রটি হলো:

মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলের মান বস্তুকণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক, এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এই বল বস্তুকণাদ্বয়ের কেন্দ্র সংযোজক সরল রেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

ধরা যাক, $m_1$ এবং $m_2$ ভরের দুটি বস্তু পরস্পর থেকে $d$ দূরত্বে অবস্থিত (চিত্র ৫.১) । এদের মধ্যে পরস্পর আকর্ষণ বলের মান $F$ হলে,



চিত্র : ৫.১

$F \propto m_1 \times m_2$ যখন $d$ অপরিবর্তিত থাকে।

এবং $F \propto \dfrac{1}{d^2}$ যখন $m_1$ ও $m_2$ অপরিবর্তিত থাকে।

$\therefore$ অনুপাতের নিয়ম অনুসারে যখন $m_1$, $m_2$ ও $d$ সব কটির মান পরিবর্তিত হয় তখন

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

বা, $$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (৫.১)$$

এখানে $G$ একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক (Universal gravitational constant) বলা হয়।

**বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G$**

**$G$ –এর সংজ্ঞা**

৫.১ সমীকরণে $m_1 = 1$ একক, $m_2 = 1$ একক ও $d = 1$ একক ধরলে,

$F = G\dfrac{1\times 1}{1^2}$ অর্থাৎ $F = G$ বা, $G = F$ হয়।

অতএব, একক ভরের দুটি বস্তু পরস্পর থেকে একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

$G$- এর সর্বসম্মত গৃহীত মান $6.673\times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ ।

সমীকরণ ৫.১ থেকে পাওয়া যায়,

**$G$ –এর মাত্রা**

$$G = \frac{F\times d^2}{m_1 \times m_2} = \frac{\text{বল}\times(\text{দূরত্ব})^2}{(\text{ভর})^2}$$

সুতরাং $$[\mathrm{G}] = \frac{\mathrm{MLT^{-2}}\times \mathrm{L^2}}{\mathrm{M^2}} = \mathrm{L^3M^{-1}T^{-2}}$$

***G* –এর একক**

সমীকরণ ৫.১ থেকে পাওয়া যায়, $G = \dfrac{F \times d^2}{m_1 \times m_2} = \dfrac{\text{বল} \times (\text{দূরত্ব})^2}{(\text{ভর})^2}$ । অতএব সমীকরণের ডান দিকের রাশিগুলোর একক বসিয়ে এর একক পাওয়া যায়।

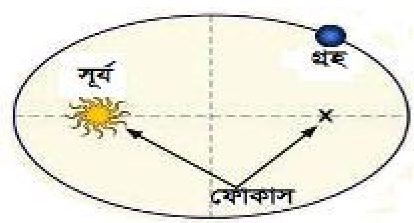
আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে $G$-এর একক $\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$।

### ৫.১.২ গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র (Kepler's Law of Planetary Motion)

প্রাচীনকাল থেকেই বিজ্ঞানীরা সৌর জগতের সূর্য ও গ্রহগুলির গতিবিধি সম্পর্কে অনুসন্ধিৎসু ছিলেন। বিভিন্ন সময়ে বিজ্ঞানীরা এ সম্পর্কে বিভিন্ন ব্যাখ্যা দেয়ার চেষ্টা করেন। গ্রীক বিজ্ঞানী টলেমী, কোপার্নিকাস, ট্রাইকোব্রাহে প্রমুখ বিজ্ঞানীদের পরস্পর বিরোধী, জটিল এবং অস্পষ্ট তথ্যসমূহ বিশ্লেষণ করে ডেনমার্কের বিজ্ঞানী জন কেপলার সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, গ্রহগুলো কোনো এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করে অবিরাম ঘুরছে। এ সম্পর্কে তিনি কয়েকটি সূত্র উপস্থাপন করেন। তার নাম অনুসারে এগুলো কেপলারের সূত্র নামে পরিচিত। সূত্রগুলো হলো :

**প্রথম সূত্র ঃ** সূর্যকে ফোকাসে রেখে প্রতিটি গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে সুর্যকে প্রদক্ষিণ করছে।

**ব্যাখ্যা ঃ** চিত্র ৫.২ একটি উপবৃত্তের দুটি ফোকাস দেখা যাচ্ছে। একটি ফোকাসে সূর্যের অবস্থান দেখানো হয়েছে। একটি গ্রহ উপবৃত্তের উপর দিয়ে ঘূর্ণীয়মান । এটি গ্রহটির কক্ষ পথ।

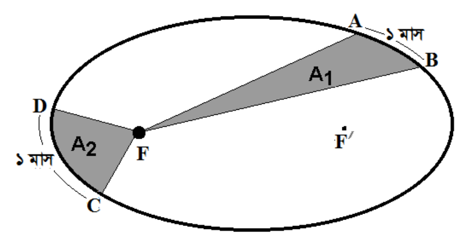


চিত্র ৫.২

**দ্বিতীয় সূত্র ঃ** প্রতিটি গ্রহ এমনভাবে ঘুরছে যে, সূর্য ও ঐ গ্রহের কেন্দ্র সংযোজক কাল্পনিক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

**ব্যাখ্যা ঃ** ধরা যাক, ৫.৩ চিত্রে সূর্য ফোকাস $F$ এ অবস্থিত। একটি গ্রহ তার চারিদিকে ABCD উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে। গ্রহটি A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসতে ১ মাস সময় লাগে। আবার C অবস্থান থেকে D অবস্থানে আসতেও ১ মাস সময় লাগে।

এখানে ফোকাস $F$ এবং Aও B বিন্দু দ্বারা সৃষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল AFB। অনুরূপভাবে ফোকাস $F$ এবং C ও D বিন্দু দ্বারা সৃষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল CFD। অতএব কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,



চিত্র ৫.৩

ক্ষেত্রফল FBA = ক্ষেত্রফল FCD।

**তৃতীয় সূত্র ঃ** সূর্যের চারিদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের[১] (semi major axis) ঘনফলের সমানুপাতিক। গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে।

**ব্যাখ্যা ঃ** ধরা যাক, যেকোনো গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষ, $a$ এবং ঐ গ্রহটি $T$ সময়ে সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করে।

কেপলারের সূত্রানুসারে, $T^2 \propto a^3$ বা $\dfrac{T^2}{a^3} =$ ধ্রুব হবে।

কতগুলো গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষ $a_1, a_2, a_3 \ldots$ এবং গ্রহগুলির আবর্তনকাল যথাক্রমে $T_1, T_2, T_3 \ldots$ হলে,

কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে, $\dfrac{T_1^2}{a_1^3} = \dfrac{T_2^2}{a_2^3} = \dfrac{T_3^2}{a_3^3} =$ ধ্রুব।

১. একটি উপবৃত্তের পরাক্ষ (major axis) হচ্ছে এর দীর্ঘতম ব্যাস। এটি উপবৃত্তের দুই ফোকাস ও কেন্দ্র দিয়ে এর দুই প্রান্ত পর্যন্ত বিস্তৃত। অর্ধপরাক্ষ (semi major axis) হচ্ছে পরাক্ষের অর্ধেক।

### ৫.১.৩ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলার সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন (Deduction of Kepler's law from Newton's Law of Gravitation)

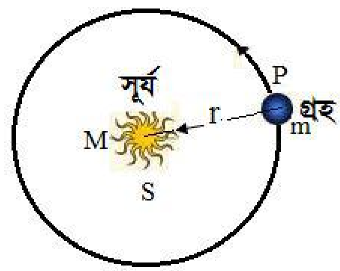
চিত্র ৫.৪ লক্ষ্য করুন। $S$ সূর্যকে কেন্দ্র করে P গ্রহটি ঘুরছে। ধরা যাক, সূর্যটির ভর $M$ এবং গ্রহটির ভর $m$, গ্রহটি $r$ দূরত্বে থেকে বৃত্তাকার কক্ষ পথে সূর্যটিকে প্রদক্ষিণ করছে। সূর্য ও গ্রহের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল হবে,

$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

[$\because$ এখানে $M$, $m$ যথাক্রমে সূর্য ও গ্রহের ভর এবং $r$ তাদের মধ্যের দূরত্ব]

গ্রহটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। গ্রহটির দ্রুতি $v$ ধরলে এর কেন্দ্রমুখী বল হবে,

$$F_C = \frac{mv^2}{r}$$




চিত্র ৫.৪

গ্রহটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে হলে এই মহাকর্ষীয় বলই কেন্দ্রমুখী বল হিসাবে কাজ করবে।

সুতরাং, $F_G = F_C$

বা, $$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \ldots\ldots \quad (৫.২)$$

সূর্যের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান গ্রহের পর্যায়কাল $T$ হলে, $T = \dfrac{2\pi r}{v}$

বা, $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

এখন সমীকরণ ৫.২ এ $v$ এর মান বসালে,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r}\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$ বা, $$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

বা, $T^2 = Kr^3$ [এখানে, $K = \dfrac{4\pi^2}{GM}$, একটি ধ্রুবক ]

সুতরাং, $T^2 \propto r^3$

এটিই কেপলারের তৃতীয় সূত্র।

ধ্রুবক $K$ সকল গ্রহের জন্য একই এবং এর মান $2.97 \times 10^{-19}\ s^2m^{-3}$, কক্ষপথ উপবৃত্তীয় (elliptical) হলে ব্যাসার্ধ $r$-এর পরিবর্তে উপবৃত্তের অর্ধপরাক্ষ $a$ লিখতে হবে।

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.১ঃ 5 kg ভরের দুটি গোলককে পরস্পর থেকে 2 m দূরে স্থাপন করলে তাদের মধ্যে আকর্ষণ বলের মান কত হবে? [ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G$-এর মান $6.673\times 10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$ ]**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$$

$$= (6.67\times10^{-11})\times\frac{5\times5}{(2)^2}$$

$$= 83.375\times10^{-11} = 4.3\times10^{-11}\text{ N}$$

**উত্তর ঃ** $4.3\times10^{-11}$ N

এখানে,
১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 5$ kg
২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 5$ kg
বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = 2$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673\times 10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$
আকর্ষণ বল, $F = ?$

## সার-সংক্ষেপ :

- **মহাকর্ষ ঃ** যে বল মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণাকে পরস্পরের দিকে আকর্ষণ করে তার নাম মহাকর্ষ বল।
- **নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ঃ** মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলের মান বস্তুকণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সামানুপাতিক, এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এই বল বস্তুকণাদ্বয়ের কেন্দ্র সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।
- **বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,** $G$-এর মান $6.673\times10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$ এবং $G$-এর মাত্রা $L^3M^{-1}T^{-2}$। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে $G$-এর একক $Nm^2kg^{-2}$
- **কেপলারের প্রথম সূত্র ঃ** সূর্যকে ফোকাসে রেখে প্রতিটি গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে।
- **কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র ঃ** প্রতিটি গ্রহ এমনভাবে ঘুরছে যে, সূর্য ও ঐ গ্রহের কেন্দ্র সংযোজক কাল্পনিক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।
- **কেপলারের তৃতীয় সূত্র ঃ** সূর্যের চারিদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক।

## পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৫.১

**বহুনির্বাচনী প্রশ্নঃ**

**সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন**

১। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে $G$-এর মান কত ?

(ক) $6.673\times 10^{-9}$ $Nm^2kg^{-2}$ (খ) $6.673\times 10^{-11}$ $N^2m^2kg^{-2}$
(গ) $6.673\times 10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$ (ঘ) $6.673\times 10^{11}$ $Nm^2kg^{-2}$

২। সৌর জগতের গ্রহগুলির গতি সংক্রান্ত সূত্র কে দেন?

(ক) নিউটন (খ) কেপলার (গ) কোপারনিকাস (ঘ) গ্যালিলিও

৩। নিচের কোন সমীকরণটি নিউটনের সূত্রের সমর্থন করে ?

(ক) $F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$ (খ) $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}r^3$ (গ) $F_C = \frac{mv^2}{r}$ (ঘ) $v = \frac{2\pi r}{T}$

৪। নিচের কোন সমীকরণটি গ্রহসমূহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রের সমর্থন করে ?

(ক) $F = G\frac{m_1m_2}{d^2}$ (খ) $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}r^3$ (গ) $F_C = \frac{mv^2}{r}$ (ঘ) $v = \frac{2\pi r}{T}$

# পাঠ-৫.২ অভিকর্ষজ ত্বরণ
# Acceleration due to Gravity

**উদ্দেশ্য**

**এ পাঠ শেষে আপনি-**

- অভিকর্ষজ ত্বরণের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বর্ণনা করতে পারবেন।
- অভিকর্ষ কেন্দ্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

## ৫.২.১ অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ (Gravity and Acceleration due to Gravity)

**অভিকর্ষ**

পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর বা পৃষ্ঠ সংলগ্ন কোনো বস্তু এবং পৃথিবীর মধ্যে যে মহাকর্ষ বল ক্রিয়াশীল তাকে অভিকর্ষ বলে। মূলত এই বলের প্রভাবে বস্তু পৃথিবীর দিকেই আকৃষ্ট হয়। পৃথিবীর বিশালত্বের কারণে অন্য বস্তুটির বলের প্রভাব অনুভূত বা পরিলক্ষিত হয় না। তাই পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যে আকর্ষণ বা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যের আকর্ষণ মহাকর্ষ, কিন্তু পৃথিবীর সঙ্গে এক খন্ড পাথরের বা একটুকরো ইটের বা একটি বইয়ের যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ বলে অভিহিত হয়। মূলত অভিকর্ষ এক ধরণের মহাকর্ষ।

**অভিকর্ষজ ত্বরণ**

প্রত্যেকটি বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠের উপরের যেকোনো উচ্চতা থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে তা নিচের দিকে পড়তে থাকে বা গতিশীল হয়। যতই নিচে নামে বলের প্রভাবে বস্তুর গতি তত বৃদ্ধি পেতে থাকে বা ত্বরণ হয়। নিউটনের সূত্র থেকে আমরা জানি বস্তুর উপর বল প্রয়োগে বস্তুর ত্বরণ হয়। তাই অভিকর্ষ বলের প্রভাবে বস্তুর ত্বরণ হয়। অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে ভূ-পৃষ্টে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বা বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

একে $g$ অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ বেগ বৃদ্ধির হার সুতরাং এর একক $\mathrm{ms}^{-2}$ এবং এর মাত্রা $\mathrm{LT}^{-2}$।

**অভিকর্ষজ ত্বরণের গাণিতিক রাশিমালা**

ধরা যাক পৃথিবীর ভর $M$, ভূ-পৃষ্ঠ বা এর নিকটস্থিত কোনো বস্তুর ভর $m$ এবং বস্তু ও পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব $d$, তা হলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী অভিকর্ষ বল, $F = G\dfrac{Mm}{\mathrm{d}^2}$ ........... ........... .... ........ ..... ........ (৫.৩)

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্র থেকে আমরা জানি, বল = বস্তুর ভর $\times$ ঐ বস্তুর ত্বরণ।

এক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ ক্রিয়াশীল। অতএব অভিকর্ষজ বল = বস্তুর ভর $\times$ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ

বা, $F = mg$ ...... ...... ........ ....... ......... ....... ........ ......... ......... ......... (৫.৪)

সমীকরণ ৫.৩ ও ৫.৪ সমীকৃত করলে পাওয়া যায়, $mg = G\dfrac{Mm}{d^2}$

বা, $g = \dfrac{GM}{d^2}$ ...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... .......... (৫.৫)

সমীকরণের ডান দিকে বস্তুর ভর $m$ অনুপস্থিত । সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। অন্য দিকে যেহেতু মহাকর্ষীয় ধ্রবক $G$ এবং পৃথিবীর ভর $M$ ধ্রুব তাই $g$-এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব $d$-এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং $g$ -এর মান বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R$ অর্থাৎ কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্ব $R$ হলে ভূ-পৃষ্ঠে,

$$g=\frac{GM}{R^2}$$

**বস্তুর ওজন ঃ** বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ যে বলে পৃথিবী কোন বস্তুকে আকর্ষণ করে তাই ঐ বস্তুর ওজন। অতএব, $m$ ভরের বস্তুর ওজন,

$$W=mg \quad \ldots\ldots \quad (৫.৬)$$

### ৫.২.২ অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$' -এর মান পরিবর্তন (Variation of acceleration due to gravity- '$g$')

পৃথিবী, ভূ-পৃষ্ঠ এবং তার কাছাকাছি সকল বস্তুকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলের জন্য বস্তুর যে ত্বরণ হয় তা অভিকর্ষজ ত্বরণ। একে $g$-দ্বারা প্রকাশ করা হয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R$ এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে বস্তুটি $h$ উচ্চতায় থাকলে, পৃথিবী কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব হয় $(R+h)$। তখন ঐ বস্তুটির উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g'$ ধরলে, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে ৫.৫ নং সমীকরণটিকে লেখা যায়,

$$g'=\frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots\ldots \quad (৫.৭)$$

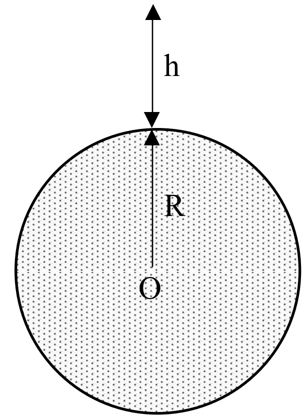
উপরের সমীকরণে $G$ ও $M$ এর মান ধ্রুব, কিন্তু $R$ ও $h$ এর মান পরিবর্তনশীল। এ থেকে সুস্পষ্ট $g$-এর মান কোনো ধ্রুব রাশি নয়। বস্তু থেকে পৃথিবীর কেন্দ্রের দূরত্ব পরিবর্তনের সাথে সাথে $g$-এর মান পরিবর্তন হয়। পৃথিবীর ঘূর্ণন গতির কারণেও পৃথিবী পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে বস্তুর উপর $g$-এর মানের পরিবর্তন ঘটে। পৃথিবী কেন্দ্রের থেকে বস্তুর দূরত্ব পরিবর্তন বিভিন্ন করণে সংঘটিত হয় এখানে $g$-এর মান পরিবর্তনের কারণসমূহ বর্ণনা করা হলো।

**(ক) পৃথিবীর আকৃতি ঃ** আমরা জানি পৃথিবী সুষম গোলক নয়। এর দুই প্রান্ত চাপা। পৃথিবীর নিরক্ষরেখা বা বিষুবীয় রেখা বরাবর এর ব্যাসার্ধ বেশি কিন্তু মেরু বিন্দুতে ব্যাসার্ধ কম। অর্থাৎ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R$ তথা কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্ব সর্বত্র সমান নয়।

বিষুব রেখায় $R$ -এর মান সর্বাধিক । বিষুব রেখা থেকে যতই মেরুর দিকে যাওয়া যায় ব্যাসার্ধ $R$ -এর মান ততই কমতে থাকে এবং মেরু বিন্দুতে সর্ব নিম্ন হয়। অতএব বিষুব রেখা বরাবর $g$-এর মান সর্ব নিম্ন এবং মেরু বিন্দুতে সর্বোচ্চ। পরীক্ষা করে দেখা যায় বিষুব রেখা বরাবর $g$-এর মান প্রায় $9.78\ ms^{-2}$ এবং মেরু এলাকায়, $9.83\ ms^{-2}$ ।

**(খ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে ঃ** পৃথিবীর ভর $M$, এর ব্যাসার্ধ $R$ এবং ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$ হলে, $g=\frac{GM}{R^2} \quad \ldots\ldots \quad (৫.৮)$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায় (চিত্র ৫.৫) অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $(R+h)$ দূরত্বে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g'$ হলে, $g'=\frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots\ldots \quad (৫.৯)$



চিত্র : ৫.৫

(৫.৯) সমীকরণকে (৫.৮) সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{g'}{g}=\frac{GM}{(R+h)^2}\times\frac{R^2}{GM}=\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

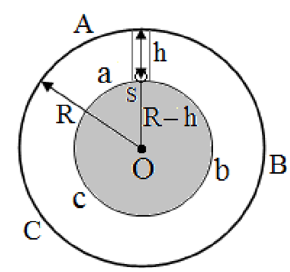
বা, $g'=\frac{R^2}{(R+h)^2}g$ ...... ...... ........ ....... .............. ....... .......... (৫.১০)

(৫.১০) সমীকরণে $R$ এবং $g$ ধ্রুব হওয়ায় $g'$ এর মান $h$ এর বৃদ্ধির সাথে হ্রাস পায়। অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে যাওয়া যায়, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত হ্রাস পায়।

**(গ) পৃথিবী অভ্যন্তরে ঃ** ভূ-পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর অভ্যন্তরে যতই নিচে নামা যায় $R$-এর মান ততই কমতে থাকে। স্বাভাবিকভাবে মনে হবে $R$-এর মান কমার জন্য $g$-এর মান বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু এক্ষেত্রে $g$ নির্ণয়ের জন্য সমীকরণ ৫.৭ প্রযোজ্য হবে না। কারণ নির্দিষ্ট গভীরতায় বস্তুর উপর পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর সমগ্র পৃথিবীর ভরের আকর্ষণ কার্যকর থাকে না। চিত্র ৫.৬ লক্ষ্য করুন।

চিত্রে পৃথিবীর অভ্যন্তরে $h$ গভীরতায় একটি বস্তু S অবস্থিত। পৃথিবী কেন্দ্র O থেকে বস্তুটির দূরত্ব $(R\text{-}h)$। এমতাবস্থায় বস্তুর উপর পুরো পৃথিবীর আকর্ষণ বলের পরিবর্তে চিহ্নিত abc অংশের আকর্ষণ বল কার্যকর হবে। পুরো পৃথিবীর ভর $M$ এবং চিহ্নিত অংশের ভর $M'$ বিবেচনা করলে সমীকরণ (৫.৭) এর পরিবর্তে এ ক্ষেত্রে $g$ -এর জন্য সমীকরণটি হবে,

$$g=\frac{GM'}{(R-h)^2}$$



চিত্র ৫.৬

ধরা যাক, পৃথিবীর চিহ্নিত abc অংশের আয়তন $V'$ অতএব $V'=\frac{4}{3}\pi(R\text{-}h)^3$

সুতরাং পৃথিবীর চিহ্নিত abc অংশের ভর, $M'=V'.\,\rho=\frac{4}{3}\pi(R\text{-}h)^3\rho$ [ এখানে $\rho$ পৃথিবীর পদার্থের গড় ঘনত্ব]

$$\therefore\ g=\frac{G\times\frac{4}{3}\pi(R-h)^3\rho}{(R-h)^2}=\frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho \quad .......... \quad ....... \quad ........... \quad . \ ...... \quad ...... \quad (৫.১১)$$

(৫.১১) সমীকরণে 4, 3, $\pi$, $G$, $R$, সবগুলি ধ্রুব রাশি, কেবল $h$ এর মান পরিবর্তনশীল। লক্ষ্যণীয় $h$ এর মান যত বেশি হবে $g$-এর মান তত কমে যাবে। $h$ এর মান যত কম হবে $g$-এর মান তত বৃদ্ধি পাবে। যেমন বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে হলে

$h=0$, তখন $g=\frac{4}{3}G\pi(R-0)\rho=\frac{4}{3}G\pi R\rho$ ।

আবার বস্তুটি ভূ-কেন্দ্রে হলে $h=R$, তখন $g=\frac{4}{3}G\pi(R-R)\rho=\frac{4}{3}G\pi.0.\rho=0$

সমীকরণ (৫.১১) অনুসারে ভূ-কেন্দ্রে $g$-এর মান শূন্য এবং ভূ-পৃষ্ঠে সর্বাধিক।

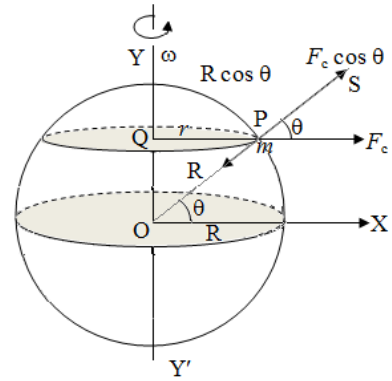
**(ঘ) পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য ঃ** পৃথিবী আপন অক্ষের উপর প্রতি 24 ঘন্টায় এক বার ঘুরে আসে। এটি পৃথিবীর আহ্নিক গতি, ঘূর্ণন গতি। এই ঘূর্ণন গতির কারণে ভূ-পৃষ্ঠের প্রতিটি বস্তুর উপর একটি কেন্দ্রাতিগ বল ক্রিয়া করে। এই কেন্দ্রাতিগ বল পৃথিবী পৃষ্ঠে সর্বত্র সমান হয় না। বরং ভূ-পৃষ্ঠে বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে।

ধরা যাক ভূ-পৃষ্ঠে $\theta$ অক্ষাংশে অবস্থিত P যে কোনো একটি বিন্দু (চিত্র ৫.৭)। P বিন্দুতে $m$ ভরের একটি বস্তু আছে। তাহলে ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রাতিগ বলের মান

$F_c = \dfrac{mv^2}{r}$ এখানে $v =$ ঐ বস্তুর রৈখিক বেগ, এবং

$r =$ PQ = ঐ বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ।

এই কেন্দ্রাতিগ বল বস্তুটিকে তার বৃত্ত পথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে ফেলতে চায়। এই কেন্দ্রাতিক বলকে নাকচ করার জন্য বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ বলের একটি অংশ ব্যয় করতে হয়।



চিত্র ঃ ৫.৭

পৃথিবীকে $R$ ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করলে P বিন্দুতে অবস্থিত $m$ ভরের বস্তুর উপর PO বরাবর অভিকর্ষ বল,

$$F = mg = m\frac{GM}{R^2}$$

কিন্তু P বিন্দুতে PS বরাবর কেন্দ্রাতিগ বলের উপাংশ হচ্ছে, $F_{C\theta} = F_C \cos\theta$

সুতরাং P বিন্দুতে $m$ ভরের বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল, $F_\theta = F - F_{C\theta}$ । এই কার্যকর বলের জন্য কার্যকর অভিকর্ষ ত্বরণ $g_\theta$ হলে

$$mg_\theta = mg - F_C\cos\theta = mg - \frac{mv^2}{r}\cos\theta$$

$$\therefore\ g_\theta = g - \frac{v^2}{r}\cos\theta$$

যেহেতু $r = R\cos\theta$ এবং $v = \omega r = \omega R\cos\theta$

$$\therefore\ g_\theta = g - \frac{\omega^2R^2\cos^2\theta}{R\cos\theta}\cos\theta$$

বা, $g_\theta = g - \omega^2 R\cos^2\theta$ … ...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ......(৫.১২)

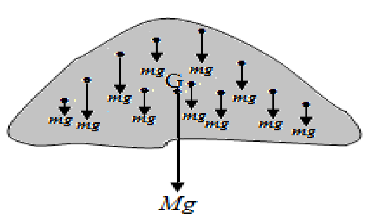
বিষুবরেখায় $\theta = 0°$; অতএব $\cos\theta = 1$ অতএব $g_0 = g - \omega^2 R$

মেরু বিন্দুতে $\theta = 90°$; অতএব $\cos\theta = 0$ অতএব $g_{90} = g - \omega^2 R.0 = g$

সুতরাং দেখা যায় পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য বিষুব রেখা অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সবচেয়ে কম এবং মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি। বিষুবীয় অঞ্চল থেকে যত মেরু অঞ্চলের দিকে অগ্রসর হওয়া যায় $g$ -এর মান তত বাড়তে থাকে। ভূ-পৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে $g$ -এর মান বিভিন্ন বলে 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে $g$ -এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। এই মান হচ্ছে 9.80665 $ms^{-2}$ । হিসাবের সুবিধার্থে আদর্শমান ধরা হয় 9.81 $ms^{-2}$ ।

### ৫.২.৩ অভিকর্ষ কেন্দ্র (Centre of Gravity)

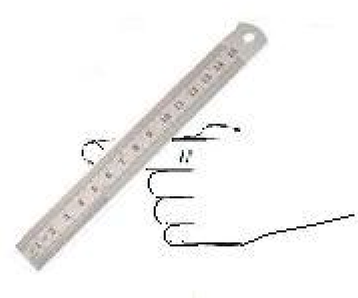
আমরা জেনেছি পৃথিবী এর সংলগ্ন সকল বস্তুকে অভিকর্ষ বল দ্বারা নিজের দিকে আকর্ষণ করে। কিন্তু এই বর্ণনা থেকে বলের ক্রিয়া রেখা সুস্পষ্ট হয় না। যেমন এক খন্ড পাথর অসংখ্য সুষম ক্ষুদ্র কণার সমষ্টি। ধরা যাক এর প্রত্যেকটি কণার ভর $m$, প্রত্যেকটি কণা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে $mg$ বলে আকর্ষিত হয় চিত্র (৫.৮)। কণাগুলোর থেকে পৃথিবী কেন্দ্রের দূরত্ব এতো বেশি যে ধরে নেয়া যায় প্রত্যেকটির কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের ক্রিয়ারেখাগুলো পরস্পর সমান্তরাল। এই বলগুলির একটি লব্ধি বল থাকবে। যার মান $Mg$ (এখানে বস্তু খন্ডের মোট ভর $M$ ধরা হয়েছে)। এবং এই লব্ধি বল একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হবে (চিত্রে $G$ বিন্দুটি দেখান হয়েছে)। এই বিন্দুটিকে বলা হয় বস্তু খন্ডের অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভার কেন্দ্র।



চিত্র ঃ ৫.৮ অভিকর্ষ কেন্দ্র

অতএব, একটি বস্তুকে যে কোনোভাবেই রাখা হোক না কেন, বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ বস্তুর সমস্ত ওজন সব সময় একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে । বস্তুস্থিত বলের ঐ ক্রিয়া বিন্দুকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বা অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

হাতের আঙ্গুলের ডগার উপর একখানি রুলার স্কেল রেখে সাম্য অবস্থায় আনা যায়। এক্ষেত্রে স্কেলের ভার কেন্দ্র বরাবর আঙ্গুলের ডগাটি অনুভূমিকভাবে রাখতে হয়। এ অবস্থায় স্কেলটির উপর ক্রিয়াশীল দুটি বলের প্রভাবে ভারসাম্য বজায় থাকে। একটি হল স্কেলের উপর নিম্নমুখী অভিকর্ষ বল। অন্যটি আঙ্গুল দ্বারা সৃষ্ট সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল।

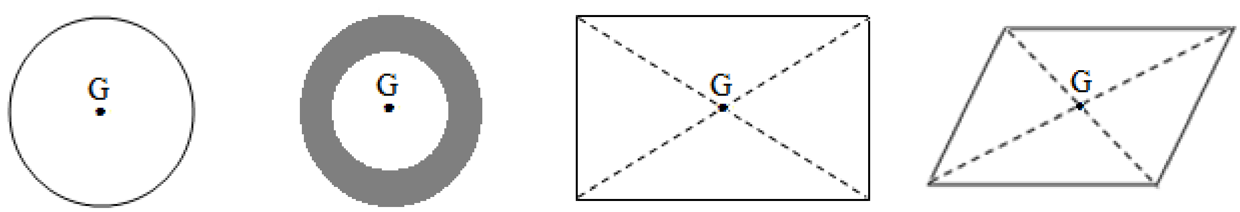


চিত্র ৫.৯

এখানে স্কেলের ওজনও কাজ করছে। তবে স্কেলের ওজনই বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল।

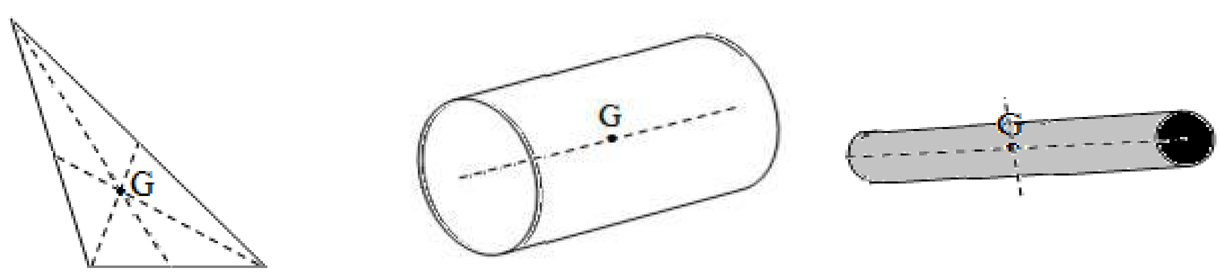
আঙ্গুলের পরিবর্তে স্কেলের অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বরাবর খাড়াভাবে স্থাপিত একটি আল পিনের সূচালো অগ্রভাগের উপরেও স্কেলটিকে সাম্যাবস্থায় রাখা যায়। আপনি নিজে এটি অনুশীলন করে দেখুন।

নিরেট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বস্তুর ভেতরে অবস্থিত হয়। কিন্তু কোনো কোনো বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বস্তু খন্ডের বাইরেও হতে পারে। এটি নির্ভর করে বস্তুর জ্যামিতিক আকৃতির উপর। ৫.১০ চিত্রে কয়েকটি সুষম জ্যামিতিক আকার বিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র দেখান হলো। প্রত্যেক বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্রকে $G$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।




সুষম বৃত্ত বা চাকতি আংটি বা রিং সুষম আয়ত ও সামান্তরিক ক্ষেত্র

(ক) (খ)




সুষম ত্রিভুজ পাত সুষম বেলন সুষম দন্ড বা রড

(গ) (ঘ)

চিত্র ৫.১০ কয়েকটি পরিচিত নির্দিষ্ট জ্যামিতিক আকার বিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র

(ক) সুষম বৃত্ত, চাকতি, গোলক, রিং বা আংটির অভিকর্ষজ কেন্দ্র এদের জ্যামিতিক কেন্দ্র বিন্দুতে অবস্থিত।
(খ) সুষম আয়তনিক বা সামান্তরিক পাত অথবা ফ্রেমের অভিকর্ষ কেন্দ্র এদের কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে অবস্থিত।
(গ) সুষম ত্রিভুজ আকৃতি পাত বা ফ্রেমের ভার কেন্দ্র এদের মধ্যমাগুলির ছেদ বিন্দু।
(ঘ) সুষম বেলন আকৃতি পাত্র বা দন্ড বা রডের অভিকর্ষ কেন্দ্র এদের অক্ষের মধ্য বিন্দু।

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.২: পৃথিবী পৃষ্ঠে $g$-এর মান $9.8 \text{ ms}^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4\times10^{6}\text{ m}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67\times10^{-11}\text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করুন।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

বা, $M = \dfrac{gR^2}{G} = \dfrac{9.8\times(6.4\times10^6)^2}{6.67\times10^{-11}}$

$= 6.018\times10^{24}\text{ kg}$

**উত্তর ঃ** $6.02\times10^{24}\text{ kg}$

এখানে,
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4\times10^{6}\text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67\times10^{-11}\text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
পৃথিবীর ভর, $M = ?$

## সার-সংক্ষেপ :

- **অভিকর্ষ ঃ** পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর বা পৃষ্ঠ সংলগ্ন কোনো বস্তু এবং পৃথিবীর মধ্যে যে মহাকর্ষ বল ক্রিয়াশীল তাকে অভিকর্ষ বলে।
- **অভিকর্ষজ ত্বরণ ঃ** অভিকর্ষ বলের প্রভাবে মুক্তভাবে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বা বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে। একে $g$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **বস্তুর ওজন ঃ** বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ যে বলে পৃথিবী কোনো বস্তুকে আকর্ষণ করে তাই ঐ বস্তুর ওজন।
- **অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মানঃ** বিষুব রেখা বরাবর $g$-এর মান সর্ব নিম্ন প্রায় $9.78 \text{ ms}^{-2}$, মেরু বিন্দুতে সর্বোচ্চ $9.83 \text{ ms}^{-2}$ । এভারেষ্ট শৃঙ্গে $g$-এর মান $9.81 \text{ ms}^{-2}$ ও সমুদ্র সমতলে প্রাপ্ত $9.75 \text{ ms}^{-2}$। ভূ-পৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে $g$ -এর মান বিভিন্ন বলে $45°$ অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে $g$ -এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। এই মান হচ্ছে $9.80665 \text{ ms}^{-2}$। হিসাবের সুবিধার্থে আদর্শমান ধরা হয় $9.81 \text{ ms}^{-2}$ ।
- **অভিকর্ষ কেন্দ্র ঃ** একটি বস্তুকে যেকোনো ভাবেই রাখা হোক না কেন, বস্তুর উপর পৃথিবীর আর্ষণ বল অর্থাৎ বস্তুর সমস্ত ওজন সব সময় একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে । বস্তুস্থিত বলের ঐ ক্রিয়া বিন্দুকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বা অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

## পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৫.২

**বহুনির্বাচনী প্রশ্নঃ**

**সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন**

১। অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর আদর্শ মান কত?
(ক) $9.81 \text{ ms}^{-2}$ (খ) $9.83 \text{ ms}^{-2}$ (গ) $9.75 \text{ ms}^{-2}$ (ঘ) $9.78 \text{ ms}^{-2}$

২। অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মাত্রা সমীকরণ কোনটি?
(ক) $ML^2T^{-2}$ (খ) $L^2T^{-2}$ (গ) $LT^{-2}$ (ঘ) $MLT^{-2}$

৩। একটি সুষম ইটের অভিকর্ষ কেন্দ্র কোথায় হবে?
(ক) সবগুলি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে (খ) বিপরীত তলের কেন্দ্র বিন্দুতে
(গ) প্রধান অক্ষের মধ্য বিন্দুতে (ঘ) যে বিন্দু দিয়ে ইটের সমস্ত ওজন ক্রিয়াশীল

৪। পৃথিবী পৃষ্ঠের অক্ষাংশ মানের সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক কী?
(ক) অক্ষাংশ মান বাড়লে $g$-এর মান বাড়ে (খ) অক্ষাংশ মান বাড়লে $g$-এর মান কমে
(গ) অক্ষাংশ মান কমলে $g$-এর মান কমে (ঘ) অক্ষাংশ মানের সাথে $g$-এর কোন সম্পর্ক নাই

# পাঠ-৫.৩ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র
# Gravitational Field

**উদ্দেশ্য**

**এ পাঠ শেষে আপনি-**

- মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।

### ৫.৩.১ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ও প্রাবল্য (Gravitational Field and Intensity)

আমরা জেনেছি মহাবিশ্বের সকল বস্তু অন্য বস্তুকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলের নাম মহাকর্ষ বল। ক্ষুদ্র ভর বিশিষ্ট বস্তু এবং বৃহৎ ভরের বস্তুমূহের মধ্যে আকর্ষণের ক্ষেত্রে ক্ষুদ্র ভরের আকর্ষণ প্রতিভাত বা অনুভূত হয় না। মনে হয় কেবল বৃহৎ ভরের বস্তুর আকর্ষণই ক্রিয়াশীল। আসলে প্রত্যেকটি বস্তুর আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকে। এক্ষেত্রে কোনো বস্তুর চারিদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয় সেই স্থানকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

বৃহৎ ভরের বস্তুটি পৃথিবী হলে এই সৃষ্ট ক্ষেত্রকে অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

**মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য**

একটি নির্দিষ্ট ভরের বস্তুকে অন্য কোনো বৃহৎ ভরের কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে রাখলে বা আনলেও সকল বিন্দুতে বস্তুটি উপর সমান বল প্রযুক্ত হয় না। আবার একই বিন্দুতে বিভিন্ন ভরের বস্তুর উপরেও সমান বল অনুভূত হয় না। আমরা বলতে পারি সকল ক্ষেত্রে আকর্ষণ বলের প্রভাব সমান নয়। বা বল সমান প্রবল নয়। কোনো বিন্দুতে কম, কোনো বিন্দুতে বেশি বা প্রবল। আকর্ষণ বলের এই প্রবলতার পরিমাপই ক্ষেত্রের নিদিষ্ট বিন্দুতে প্রাবল্য। এই ধারণা থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যকে নিম্ন রূপে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে, বস্তুটি যে বল অনুভব করে বা তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বা ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে $m$ ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি সেটি $F$ বল অনুভব করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$।

সুতরাং, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E = \frac{F}{m}$ ...... ...... ........ ....... .... ....... .......... (৫.১৩)

এটি একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক হচ্ছে বৃহত্তর ভরের বস্তুর ভারকেন্দ্রের দিকে।

এর ভেক্টররূপ হচ্ছে, $\vec{\mathrm{E}} = \frac{\vec{\mathrm{F}}}{m}$ .......... ............ .......... ....... .... ....... .......... (৫.১৩ক)

ধরা যাক, একটি বৃহৎ ভরের বস্তুর ভর $M$, বস্তুটির ভারকেন্দ্র থেকে $r$ দূরত্বে $m$ ভরের একটি ক্ষুদ্র ভরের বস্তু আছে।

এ ক্ষেত্রে পরস্পরের আকর্ষণ বল, $F = G\frac{Mm}{r^2}$

এখন যদি ক্ষুদ্র ভরটির $m = 1$ (একক) হয় তা হলে, আকর্ষণ বল, $F = G\frac{M \times 1}{r^2} = G\frac{M}{r^2}$ হবে। এই বলই মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ।

$\therefore\ E = \frac{GM}{r^2}$ ...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... .......... (৫.১৪)

উপরের সমীকরণ থেকে বুঝা যায় $M$ যত বেশি হবে, প্রাবল্যও তত বাড়বে। আবার $r$ যত বেশি হবে, প্রাবল্য তত কমবে। এবং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রাবল্য বিভিন্ন হবে। যে বিন্দুতে প্রাবল্য $E$ সেখানে $m$ ভরের বস্তুর উপর আকর্ষণ বল,

$$F = mE \quad \text{...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... ..........} \quad (৫.১৫)$$

আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের একক $\mathrm{Nkg^{-1}}$ । এর মাত্রা $[\mathrm{E}] = \dfrac{\mathrm{MLT^{-2}}}{\mathrm{M}} = \mathrm{LT^{-2}}$ ।

### ৫.৩.২ মহাকর্ষীয় বিভব (Gravitational Potential)

কোনো বৃহৎ ভরের বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাইরের কোনো স্থান তথা অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের একটি বস্তুকে, ঐ ক্ষেত্রের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, তাকে ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

$m$ ভরের কোনো বস্তুকে অসীম থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যদি $W$ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাহলে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব, $V = \dfrac{W}{m}$ ...... ...... ........ ....... ......... .... .......... (৫.১৬)

অসীমে মহাকর্ষীয় বিভবকে শূন্য ধরা হয়।

দুটি বস্তুর মধ্যে সর্বদা আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকায় একক ভরের বস্তুকে বৃহৎ ভরের বস্তুর দিকে নিতে চাইলে বাইরের কোনো বল প্রয়োগ করতে হয় না বা কোনো কাজ করতে হয় না। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবকে ঋণ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কাজেই কোনো বিন্দুতে একটি বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক হবে। সাধারণত মহাকর্ষীয় বিভব বুঝাতে $V$ অক্ষরটি ব্যবহৃত হয়। এটি একটি স্কেলার রাশি। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে মহাকর্ষীয় বিভবের একক $\mathrm{Jkg^{-1}}$। এর মাত্রা $\mathrm{L^2T^{-2}}$ ।

**বিভব পার্থক্য ঃ** একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, তাকে ঐ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য বলে।

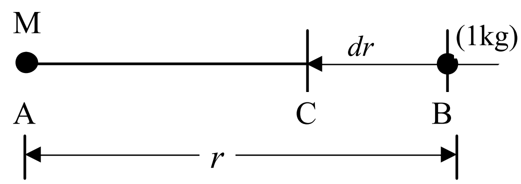
আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ঋণাত্মক এবং আকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ধনাত্মক হবে।

### ৫.৩.৩ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের সম্পর্ক

(Relation between Gravitational Intensity and Gravitational Potential)

ধরা যাক, A বিন্দুতে $M$ বিন্দু ভর অবস্থিত। $M$ এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে $r$ দূরত্বে B বিন্দু (চিত্র ৫.১১)। AB যোগ করি। B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$E = G\frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}$$; এর দিক BA বরাবর।



চিত্র: ৫.১১

ধরা যাক, B বিন্দুর বিভব $V$।

এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি $M$ ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল $E$ এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব $dr$ সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $Edr\cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন $dV$ ও হবে তাই।

সুতরাং, $dV = Edr\cos 0^\circ$

$$\therefore\ dV = Edr$$

$$\therefore\ E = \frac{dV}{dr}$$

যেহেতু মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ ধরা হয় অসীমে এবং এই সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য; সুতরাং অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে অর্থাৎ ঋণাত্মক হয় এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান বাড়তে থাকে। অতএব, উপরিউক্ত সমীকরণ হবে,

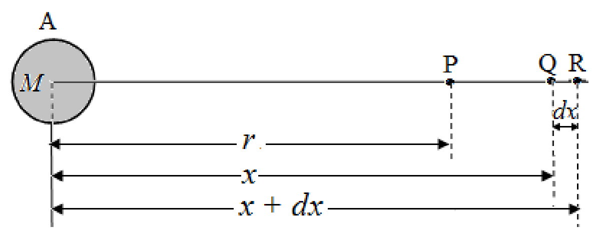
$$E = -\frac{dV}{dr} \quad \text{(৫.১৭)}$$

অর্থাৎ, দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

### ৫.৩.৪ বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব
(Gravitational Potential due to Point Mass)

ধরা যাক, A বিন্দুতে $M$ ভর সম্পন্ন একটি বিন্দু বস্তু রাখা আছে (চিত্র ৫.১২)। A থেকে $r$ দূরত্বে P একটি বিন্দু। P বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করতে হবে।

AP যোগ করে বর্ধিত করা হলো। বর্ধিত রেখার উপর কাছাকাছি দুটো বিন্দু Q ও R নেয়া হলো। A বিন্দু থেকে এদের দূরত্ব যথাক্রমে $x$ ও $x + dx$।



চিত্র ৫.১২

এখন $M$ ভরের জন্য Q বিন্দুতে অবস্থিত একক ভরের উপর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $= \frac{GM}{x^2}$ এবং এর অভিমুখ QA বরাবর। $dx$ ক্ষুদ্র ব্যবধানে Q ও R দুটি বিন্দু বিবেচনা করা হয়েছে। ব্যবধান ক্ষুদ্র বলে $dx$ এর সর্বত্র মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $= \frac{GM}{x^2}$ ধরা যায়। বাইরে থেকে কেউ যদি বল প্রয়োগ করে একটি একক ভরকে Q বিন্দু থেকে R বিন্দুতে নিতে চায় তা হলে তাকে QR বরাবর $\frac{GM}{x^2}$ পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হবে।

অতএব একটি একক ভরকে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব $dx$ (Q বিন্দু থেকে R বিন্দুতে) নিতে কৃত কাজ $dW$ হলে,

কাজ = বল $\times$ সরণ, সূত্রানুসারে,

$$dW = \frac{GM}{x^2}dx \quad \text{(৫.১৮)}$$

অতএব, P বিন্দু থেকে অসীমে নিতে কৃত কাজ,

$$W = \int_r^\infty \frac{GM}{x^2}\ dx = GM\int_r^\infty \frac{1}{x^2}\ dx = GM\int_r^\infty x^{-2}\ dx = GM\left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\right]_r^\infty$$

$$= GM\left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_r^\infty = GM\left[-\frac{1}{x}\right]_r^\infty = GM\left[-\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{r}\right)\right] = GM\left(0+\frac{1}{r}\right)$$

বা, $$W = \frac{GM}{r} \quad \text{(৫.১৯)}$$

ধরা যাক, একটি একক ভরকে অসীম থেকে P বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ $W'$ । যা (৫.১৯) সমীকরণে প্রাপ্ত $W$ এর সমান ও বিপরীত।

বা, $$W' = -W = -\frac{GM}{r} \qquad (৫.২০)$$

সংজ্ঞানুসারে, $W'$ ই হচ্ছে P বিন্দুর বিভব।

ধরি, এই বিভব = $V$

$$\therefore V = -\frac{GM}{r} \qquad (৫.২১)$$

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩: পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব $5.5\times10^3$ kgm$^{-3}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4\times10^6$m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67\times10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$ হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠের মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করুন।**

এখানে,
পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5.5\times10^3$ kgm$^{-3}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4\times10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67\times10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$
বিভব, $V = ?$

**সমাধান :** আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{R}$

আবার পৃথিবীর ভর, $M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$

$$\therefore V = -\frac{4}{3}\pi G R^2 \rho$$
$$= -\frac{4}{3}\times3.14\times6.67\times10^{-11}\times(6.4\times10^6)^2\times5.5\times10^3$$
$$= -6290.959019\times10^4$$
$$= -6.3\times10^7 \text{ Jkg}^{-1}$$

**উত্তর ঃ** $-6.3\times10^7$ Jkg$^{-1}$

**সার-সংক্ষেপ :**

- **মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রঃ** কোনো বস্তুর চারিদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয় সেই স্থানকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বল।
- **অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র ঃ** পৃথিবীর চারিদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয় সেই স্থানকে পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।
- **মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যঃ** মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে, বস্তুটি যে বল অনুভব করে বা তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বা ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য একটি দিক রাশি। এর দিক হচ্ছে বৃহত্তর ভরের বস্তুর ভারকেন্দ্র অভিমুখী। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে এর একক N kg$^{-1}$ । এর মাত্রা $LT^{-2}$ ।
- **মহাকর্ষীয় বিভব :** কোনো বৃহৎ ভরের বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাইরের কোনো স্থান তথা অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের একটি বস্তুকে, ঐ ক্ষেত্রের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, তাকে ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। এটি একটি স্কেলার রাশি। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে মহাকর্ষীয় বিভবের একক Jkg$^{-1}$। এর মাত্রা $L^2T^{-2}$ ।

## পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৫.৩

**বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:**

**সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন**

১। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের একক কোনটি ?

(ক) $Nkg^{-1}$ (খ) $Nm$
(গ) $Nm^{-1}$ (ঘ) $Nsm^{-2}$

২। বৃহৎ ভরের কোনো বস্তুর চারিদিকে যে এলাকার মধ্যে এর আকর্ষণ বল অনুভূত হয় তাকে কী বলে?

(ক) অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র (খ) আকর্ষণ ক্ষেত্র
(গ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র (ঘ) ক্ষেত্র প্রাবল্য

৩। অভিকর্ষীয় বিভবের মাত্রা কোনটি ?

(ক) $LT^{-1}$ (খ) $L^2T^{-1}$
(গ) $LT^{-2}$ (ঘ) $L^2T^{-2}$

৪। মহাকর্ষীয় বিভব কোন রাশির উপর নির্ভর করে?

(ক) ক্ষুদ্র ভরের বস্তুটির ভর (খ) বৃহৎ ভরের বস্তুটির ভর
(গ) বৃহৎ ভরের বস্তুটির ব্যাসার্ধ (ঘ) ক্ষুদ্র ভরের বস্তুটির ব্যাসার্ধ

# পাঠ-৫.৪ মহাকর্ষীয় সূত্রের প্রয়োগ
# Applications of the law of Gravitation

**উদ্দেশ্য**

**এ পাঠ শেষে আপনি-**

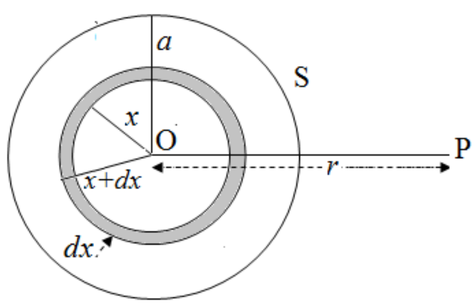
- মহাকর্ষীয় সূত্র ব্যবহার করে সুষম নিরেট গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য হিসাব করতে পারবেন।
- মহাকর্ষীয় সূত্র ব্যবহার করে সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য হিসাব করতে পারবেন।

### ৫.৪.১ মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ (Applications of the law of Gravitation)

মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করা সম্ভব। যেমন গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করা যায়।এখানে আমরা মহাকর্ষীয় সূত্র ব্যবহার করে সুষম নিরেট গোলকের বাইরের ও অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য হিসাব করব।

**(ক) মহাকর্ষীয় সূত্র ব্যবহার করে সুষম নিরেট গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়**

৫.১৩ চিত্রে S একটি সুষম নিরেট গোলক দেখানো হয়েছে। যার ভর $M$, ব্যাসার্ধ $a$ এবং উপাদানের ঘনত্ব $\rho$। গোলকটির বাইরে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু P। আমরা P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করব।




চিত্র ৫.১৩

ধরা যাক $OP = r$। এই গোলকের সাথে $x$ ও $x+dx$ ব্যাসার্ধের দুটি সমকেন্দ্রিক গোলক অঙ্কন করা যাক।এই দুইটি গোলকের মধ্যে $4\pi x^2 dx$ আয়তনের একটি গোলকীয় খোলক আবদ্ধ হয়েছে।

খোলকের আয়তন = খোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল × খোলকের পুরুত্ব বা বেধ
= $x$ ব্যাসার্ধের খোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল × খোলকের বেধ
$= 4\pi x^2 \times dx$
$= 4\pi x^2 dx$

এখানে, S গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi a^3$ এবং S গোলকটির উপাদানের ঘনত্ব, $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}$

সুতরাং খোলকের ভর $dm =$ গোলকের ঘনত্ব × খোলকের আয়তন

$$= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3} \times 4\pi x^2 dx$$

$$= \frac{3M}{a^3} x^2 dx$$

সমীকরণ (৫.২১) থেকে আমরা জানি $V = -\frac{GM}{r}$

সুতরাং খোলকের জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হলো, $dV = -\frac{Gdm}{r}$

$$dV = -\frac{G}{r}.\frac{3M}{a^3}x^2dx$$

উপরিউক্ত রাশি কে $x=0$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে সম্পূর্ণ গোলকের জন্য P বিন্দুতে বিভব পাওয়া যাবে।

অতএব , বিভব $V = \int_0^a -\frac{G}{r}.\frac{3M}{a^3}x^2dx$

$$= -\frac{3GM}{a^3r}\int_0^a x^2dx = -\frac{3GM}{a^3r}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a$$

$$= -\frac{3GM}{3a^3r}\left[a^3 - 0\right] = -\frac{3GM}{3a^3r}a^3$$

অতএব, $V = -\frac{GM}{r}$ ...... ...... ........ ........... .......... ....... .......... (৫.২২)

**প্রাবল্য :** আমরা জানি, দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

অতএব P বিন্দুতে প্রাবল্য, $E = -\frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr}\left(\frac{-GM}{r}\right)$

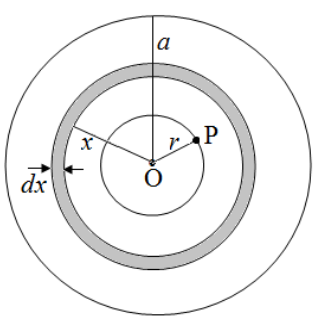
$$= GM\frac{d}{dr}\left(r^{-1}\right) = GM\left(-\frac{1}{r^2}\right)$$

অতএব, $E = -\frac{GM}{r^2}$ ...... ...... ........ ....... ......... .......... . ....... .......... (৫.২৩)

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়। সুতরাং শুধু মানের জন্য, $E = \frac{GM}{r^2}$ ।

**(খ) মহাকর্ষীয় সূত্র ব্যবহার করে সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়**

(৫.১৪) চিত্রে S একটি সুষম নিরেট গোলক দেখানো হয়েছে। যার ভর $M$, ব্যাসার্ধ $a$ এবং উপাদানের ঘনত্ব ρ। P, গোলকটির অভ্যন্তরে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। আমরা P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করব।




চিত্র ৫.১৪

ধরা যাক OP = $r$। O কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। ফলে সম্পূর্ণ নিরেট গোলকটি দুভাগে ভাগ হয়ে গেল। একটি $r$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক। অপরটি একটি পুরু খোলক যার ভিতরের ব্যাসার্ধ $r$ এবং বাইরের ব্যাসার্ধ $a$। P বিন্দুটি $r$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকটির উপরে এবং পুরু গোলকটির অভ্যন্তরে অবস্থিত হবে।

ধরা যাক, P বিন্দুতে $a$ ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকের জন্য বিভব $V$, P বিন্দুতে $r$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের জন্য বিভব $V_1$ এবং P বিন্দুতে পুরু খোলকের জন্য বিভব $V_2$ ।

এখন $r$ ব্যাসার্ধর নিরেট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ এবং ভর = $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ । এর জন্য P বিন্দুতে বিভব,

$$V_1 = -\frac{G\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r} = -\frac{4}{3}\pi r^2\rho G \quad [\text{ সমীকরণ (৫.২১) থেকে আমরা জানি } V = -\frac{GM}{r}\ ]$$

এখন, P বিন্দুতে পুরু খোলকের জন্য বিভব $V_2$ বের করতে হবে। পুরু খোলকটি অসংখ্য সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলক দ্বারা গঠিত বলে কল্পনা করা যেতে পারে। ধরা যাক, এই রূপ একটি পাতলা খোলকের ব্যাসার্ধ $x$ এবং বেধ $dx$ ।
অতএব পাতলা খোলকটির আয়তন = $4\pi x^2 dx$ এবং ভর $=4\pi x^2 dx\rho$

এখন আমরা জানি যে, পাতলা খোলকের অভ্যন্তরে যে কোনো বিন্দুতে খোলকটির জন্য, বিভব = $-\frac{G4\pi x^2 dx\rho}{x}$

P বিন্দুটি পাতলা খোলকটির ভেতরে অবস্থিত হওয়ায় খোলকটির জন্য P বিন্দুতে বিভব $= -\frac{G4\pi x^2 dx\rho}{x}$

$= -G4\pi x dx\rho$

যেহেতু পুরু খোলকটির ভিতরের ব্যাসার্ধ $r$ এবং বাইরের ব্যাসার্ধ $a$। সুতরাং, উপরিউক্ত রাশিকে $x = r$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে সম্পূর্ণ গোলকের জন্য P বিন্দুতে বিভব পাওয়া যাবে।

অতএব, বিভব $V_2 = \int_r^a - G4\pi x dx\rho$

$$= -G4\pi\rho\int_r^a x dx = -G4\pi\rho\left[\frac{x^2}{2}\right]_r^a = -2\pi G\rho(a^2 - r^2)$$

P বিন্দুতে $a$ ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকের জন্য বিভব $V$ = P বিন্দুতে $r$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের জন্য বিভব $V_1$ + $P$ বিন্দুতে পুরু খোলকের জন্য বিভব $V_2$

বা, $V = V_1 + V_2$

$$= -\frac{4}{3}\pi r^2\rho G + [-2\pi G\rho(a^2 - r^2)]$$

$$= -\frac{4}{3}\pi\rho G\left(r^2 + \frac{3}{2}(a^2 - r^2)\right) = -\frac{4}{3}\pi\rho G\left(\frac{2r^2 + 3a^2 - 3r^2}{2}\right)$$

$$= -\frac{4}{3}\pi\rho G.\frac{3a^2 - r^2}{2} = -\frac{4}{3}\pi a^3\rho G.\frac{3a^2 - r^2}{2a^3}$$

যেহেতু, $a$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের ভর, $M = \frac{4}{3}\pi a^3\rho$ । সুতরাং উপরের সমীকরণে $\frac{4}{3}\pi a^3\rho = M$ বসিয়ে পাই,

$$V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3} \quad \text{..... ....... ......... .......... .......... ....... ............ (৫.২৪)}$$

**প্রাবল্য :** আমরা জানি, দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

অতএব P বিন্দুতে প্রাবল্য, $E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr}\left[-\frac{GM}{2a^3}(3a^2 - r^2)\right]$

$$= \frac{GM}{2a^3}.\frac{d}{dr}(3a^2 - r^2)$$

$$= -\frac{2GM}{2a^3} r$$

$$= -\frac{GM}{a^3} r \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots.. \quad \ldots\ldots. \quad \ldots\ldots... \quad \ldots\ldots.... \ldots\ldots.(৫.২৫)$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়। সুতরাং শুধু মানের জন্য, $E = \frac{GM}{a^3} r$ ।

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.৪: 2000 kg ভরের একটি গুরুভার বস্তুর ভারকেন্দ্র থেকে 10 m দূরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং প্রাবল্য নির্ণয় করুন। (ধরে নিন এখানে অন্য কোনো বলের প্রভাব নাই) ।**

**সমাধান :**

এখানে,
মহাকর্ষ সৃষ্টিকারী ভর, $M = 2000$ kg
নির্দিষ্ট বিন্দুটির দূরত্ব, $r = 10$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$
মহাকর্ষীয় বিভব, $V = ?$
মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = ?$

আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{r}$

$$= -\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2000}{10}$$

$$= -1.334 \times 10^{-8}$$

$$= -1.34 \times 10^{-8}\ \text{Jkg}^{-1}$$

আবার আমরা জানি, $E = \frac{GM}{r^2}$

$$E = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2000}{(10)^2}$$

$$E = 1.34 \times 10^{-9}\ \text{Nkg}^{-1}$$

**উত্তর ঃ** মহাকর্ষীয় বিভব $= -1.34 \times 10^{-8}$ J kg$^{-1}$ এবং প্রাবল্য $= 1.34 \times 10^{-9}$ Nkg$^{-1}$

**সার-সংক্ষেপ :**

- **সুষম নিরেট গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য :**
  মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $= G$, নিরেট গোলকের ভর $= M$ এবং বাইরের নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে গোলক কেন্দ্রের দূরত্ব $= r$ হলে, মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$ এবং প্রাবল্য $E = -\frac{GM}{r^2}$
- **সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য :**
  মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $= G$, নিরেট গোলকের ভর $= M$, বাইরের নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে গোলক কেন্দ্রের দূরত্ব $= r$ এবং নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ $= a$ হলে,
  মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3}$ এবং প্রাবল্য $E = -\frac{GM}{a^3} r$

## পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৫.৪

**বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:**

**সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন ।**

১। সুষম নিরেট গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?

(ক) $-\frac{GM(3a^2-r^2)}{2a^3}$ (খ) $\frac{GM}{a^3}r$

(গ) $\frac{GM}{r}$ (ঘ) $-\frac{GM}{r}$

২। সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়ের সূত্র কোনটি কোনটি?

(ক) $-\frac{GM(3a^2-r^2)}{2a^3}$ (খ) $\frac{GM}{a^3}r$

(গ) $\frac{GM}{r}$ (ঘ) $-\frac{GM}{r}$

# পাঠ-৫.৫ কৃত্রিম উপগ্রহ ও মুক্তি বেগ
# Artificial Satellites and Escape Velocity

**উদ্দেশ্য**

**এ পাঠ শেষে আপনি-**

- কৃত্রিম উপগ্রহ ও ভূ-স্থির উপগ্রহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষ পথের উচ্চতার জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- মুক্তি বেগের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।

## ৫.৫.১ কৃত্রিম উপগ্রহ (Artificial Satellites)

আমরা জানি চন্দ্র পৃথিবীর উপগ্রহ। যে সব বস্তু বা জ্যোতিষ্ক গ্রহের চারিদিকে ঘোরে তাদের উপগ্রহ বলে। মহা বিশ্বে কত উপগ্রহ আছে তা আমাদের জানা নেই। এমনকি সৌরজগতের উপগ্রহের সংখ্যাও আমরা সম্পূর্ণ জ্ঞাত নই। কিন্তু আমরা জানি সৌর জগতের কেন্দ্রে আছে সূর্য। গ্রহগুলো সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। আর গ্রহগুলোকে কেন্দ্র করে ঘুরছে তার উপগ্রহগুলো। যেমন চন্দ্র ঘুরছে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে। চন্দ্র প্রাকৃতিক উপায়ে সৃষ্ট। যে সব উপগ্রহ প্রাকৃতিক উপায়ে সৃষ্ঠ তাদের বলা হয় স্বাভাবিক উপগ্রহ। চন্দ্র ও পৃথিবীর মহাকর্ষ লব্ধি বল চাঁদকে একটি কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা পৃথিবীর দিকে টানছে। আবার পৃথিবীর চারিদিকে প্রদক্ষিণের জন্য চন্দ্রের একটি কেন্দ্রবিমুখী বল ক্রিয়া করছে, না হলে চাঁদ পৃথিবীতে আছড়ে পড়তো। এই কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী দুটি সমান ও বিপরীত বলের কারণে চাঁদ পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরছে । এই নীতির উপর ভিত্তি করে বিজ্ঞানীরা পৃথিবী কেন্দ্রিক ঘূর্ণন গতি সম্পন্ন কিছু বস্তু বা কাঠামো রকেটের সাহায্যে পৃথিবীর আকর্ষণ সীমার একেবারে প্রান্তে নিয়ে স্থাপন করেছেন। ফলে চাঁদের মতো এরাও পৃথিবীকে কেন্দ্র করে পৃথিবীর চারিদিকে নিয়মিত প্রদক্ষিণ করছে। যেন এরাও উপগ্রহ। এগুলি হলো কৃত্রিম উপগ্রহ। মানুষের পাঠানো যে সব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষ পথে ঘোরে তাদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ। পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহগুলির কেন্দ্রমুখী বল প্রয়োজন। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। অভিকর্ষের টানের প্রভাবে চাঁদের মতো এরাও এদের নিদিষ্ট কক্ষ পথে ঘোরে। এজন্য এদেরও নির্দিষ্ট দ্রুতি থাকে।

**ভূ-স্থির উপগ্রহ :** কিছু কিছু কৃত্রিম উপগ্রহ এমন ভাবে স্থাপন করা হয় যে এদের আবর্তনকাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের সমান হয়। এজন্য পৃথিবীর নির্দিষ্ট স্থান থেকে ঐ উপগ্রহগুলিকে সব সময় একই যায়গায় দেখা যায়। যেমন ঢাকা শহরের কোনো নিদিষ্ট স্থান থেকে যখনই দেখা হয় দেখা যায় একটি নিদিষ্ট উপগ্রহ সর্বদাই দর্শকের মাথার উপর অবস্থান করছে। এ ধরণের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। পৃথিবী নিজের অক্ষের উপর যে দিকে যে বেগে আবর্তন করে এসকল উপগ্রহও সেই ক্রমে সেই দিকে ও সেই বেগে আবর্তন করে। এসকল উপগ্রহের কক্ষ পথ পৃথিবীর বিষুব রেখার সমতলে থাকতে হয়।

## ৫.৫.২ মুক্তি বেগ (Escape Velocity)

এক টুকরো পাথরকে উপরের দিকে ছুড়ে দিলে অভিকর্ষের টানে তা আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে। পুনরায় একে দ্বিগুণ বলে ছুড়ে দিলে এটির বেগ বেশি হবে, আরও উপরে উঠবে বটে কিন্তু আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে। পৃথিবীর অভিকর্ষ বল ঊর্ধ্বে উৎক্ষিপ্ত পাথর খন্ডকে এভাবে টেনে আনে। কিন্তু যদি পাথর খন্ডের উপর এমন বল প্রয়োগ করা যায় যাতে এটি এমন বেগ প্রাপ্ত হয় যে পৃথিবীর আকর্ষণ সীমা বা অভিকর্ষ ক্ষেত্র অতিক্রম করে যায় তাহলে আর এটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে না। এটি পৃথীবীর আকর্ষণ মুক্ত হয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। এই বেগ হবে অভিকর্ষের থেকে মুক্তির পাওয়ার বেগ। সুতরাং মুক্তি বেগকে নিম্ন রূপে সংজ্ঞায়িত করা হয়।

**সংজ্ঞা :** সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

**মুক্তি বেগের মান ঃ** ধরা যাক $m$ ভরের কোন বস্তুকে $v_e$ বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। পৃথিবী কেন্দ্র থেকে বস্তুটির দূরত্ব $x$। মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে এই দূরত্বে বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হবে,

$F = \dfrac{GMm}{x^2}$ এখানে $M$, পৃথিবীর ভর।

এই আকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে বস্তুটিকে $dx$ পরিমাণ সরাতে যে কাজ করতে হবে তার পরিমাণ হবে, $dW = Fdx$

বা, $dW = \dfrac{GMm}{x^2} \times dx$

সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে ( যেখানে $x = R$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ থেকে অসীমে (যেখানে $x = \infty$) নিয়ে যেতে মোট কাজ,

$$W = \int_R^\infty \frac{GMm}{x^2}\,dx = GMm\int_R^\infty x^{-2}dx$$

$$= GMm\left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\right]_R^\infty = GMm\left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_R^\infty$$

$$= GMm\left[-\frac{1}{x}\right]_R^\infty = GMm\left[-\frac{1}{\infty}+\frac{1}{R}\right] = \frac{GMm}{R}$$

$$\therefore W = \frac{GMm}{R} \quad \text{...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... ............} \quad (৫.২৬)$$

অর্থাৎ নিক্ষিপ্ত বস্তুটিকে অভিকর্ষীয় আকর্ষণ থেকে মুক্তি পেতে হলে সর্বনিম্ন $W$ পরিমাণ কাজ করার শক্তি অর্জন করতে হবে। অন্য দিকে বস্তুটির মুক্তি বেগ $v_e$ ধরা হয়েছে। অর্থাৎ $v_e$ বেগে গতিশীল নিক্ষিপ্ত বস্তুটির গতি শক্তিও $W$ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করবে।

অর্থাৎ $v_e$ বেগে গতিশীল বস্তুর গতি শক্তি, $\dfrac{1}{2}mv_e^2 = W = \dfrac{GMm}{R}$

বা, $v_e{}^2 = \dfrac{2GM}{R}$

$$\text{বা,}\quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \text{...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... .........} \quad (৫.২৭)$$

বা, $v_e = \sqrt{\dfrac{2GMR}{R^2}}$

$$\text{বা,}\quad v_e = \sqrt{2gR} \quad \text{...... ...... ........ ....... ......... .......... .......... ....... ....} \quad (৫.২৮)$$

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \dfrac{GM}{R^2}$

সমীকরণ (৫.২৭) ও (৫.২৮) পৃথিবীর ক্ষেত্রে বস্তুর মুক্তি বেগের সমীকরণ। এই সমীকরণে বস্তুর ভর অনুপস্থিত সুতরাং মুক্তি বেগ বস্তু নিরপেক্ষ বা পৃথিবী পৃষ্ঠে সকল বস্তুর মুক্তি বেগ সমান । কিন্তু এটি $G$, $M$, $R$ এবং $g$-এর মানের উপর

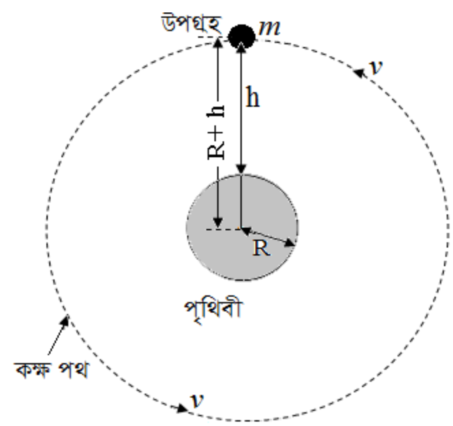
নির্ভর করে। সুতরাং মুক্তি বেগ স্থান নিরপেক্ষ নয়। $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6\ \text{m}$ ধরলে (৫.২৮) সমীকরণ অনুযায়ী,

মুক্তি বেগ, $v_e = \sqrt{2 \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6\ \text{m}}$
$= 11200\ \text{ms}^{-1} = 11.2\ \text{kms}^{-1}$

### ৫.৫.৩ কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষ পথের উচ্চতা (Height of the Orbit of the Artificial Satellites)

ধরা যাক $m$ ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায় থেকে $v$ বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে (চিত্র ৫.১৫)। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $R$ পৃথিবীর ভর = $M$ উপগ্রহটির উপর কার্যরত কেন্দ্রমুখী বল,

$$F = \frac{mv^2}{(R+h)} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (৫.২৯)$$




চিত্র : ৫.১৫

কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ অভিকর্ষ বলই এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। পৃথিবীর ভর $M$ হলে এই অভিকর্ষ বল

$$F = \frac{GMm}{(R+h)^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (৫.৩০)$$

সমীকরণ (৫.২৯) এবং সমীকরণ (৫.৩০) থেকে পাই,

$$\frac{mv^2}{(R+h)} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

বা, $v^2 = \dfrac{GM}{(R+h)}$

বা, $v = \sqrt{\dfrac{GM}{(R+h)}} \quad \dots \dots \quad \dots\dots \quad (৫.৩১)$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় কক্ষপথের ব্যাসার্ধ বেশি হলে উপগ্রহের বেগ হ্রাস পায়। ধরা যাক গ্রহটির কৌণিক বেগ $\omega$ এবং আবর্তন কাল $T$

অতএব আবর্তন বেগ $v = \omega(R+h) = \dfrac{2\pi}{T}(R+h) \quad \dots\dots \quad \dots\dots\dots\dots \dots\dots\dots\dots \quad \dots\dots\dots \quad \dots\dots\dots\dots (৫.৩২)$

$[\because \omega = \dfrac{2\pi}{T}]$

সমীকরণ (৫.৩১) ও (৫.৩২) থেকে; $\dfrac{2\pi}{T}(R+h) = \sqrt{\dfrac{GM}{(R+h)}}$

বা, $\dfrac{4\pi^2}{T^2}(R+h)^2 = \dfrac{GM}{(R+h)}$

বা, $(R+h)^3 = \dfrac{GMT^2}{4\pi^2}$

$$বা,\ (R+h)=\left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore\ h=\left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}-\mathrm{R}\quad \ldots\ \ldots\quad \ldots\ldots.\quad \ldots\ldots\ldots\quad \ldots.\quad (৫.৩৩)$$

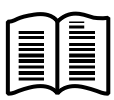
এই সমীকরণটিই কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথের উচ্চতা জ্ঞাপন করে এবং আবর্তনকাল ও উচ্চতার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

পৃথিবীর ভর, $M = 6\times10^{24}$ kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R= 6.4\times10^{6}$ m, আবর্তনকাল, $T= 24\times3600$ s এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.7\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ ধরে গণনা করলে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা হবে,

$$h=\left[\frac{(6.7\times10^{-11}\mathrm{Nm^2kg^{-2}})\times(6\times10^{24}\mathrm{kg})\times(24\times3600\ \mathrm{s})^2}{4\times(3.14)^2}\right]^{\frac{1}{3}}-6.4\times10^{6}\mathrm{m}$$

$$=3.6\times10^{7}\mathrm{m}$$

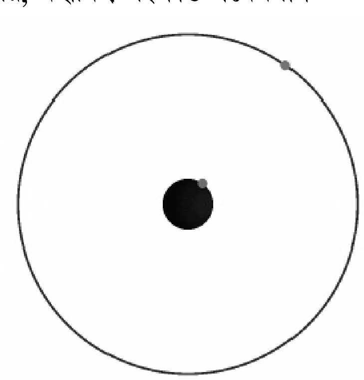
$$=3.6\times10^{4}\ \mathrm{km}\ ।$$



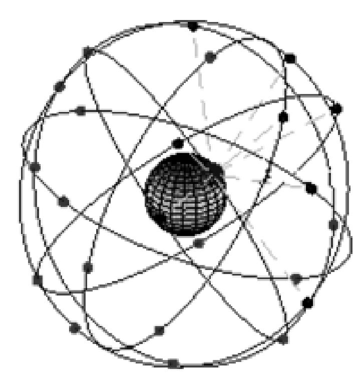
### ৫.৫.৪ কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার ( Uses of Artificial Satellites) )

১৯৫৭ সালে ৪ অক্টোবর সোভিয়েট রাশিয়ার বিজ্ঞানীরা সর্ব প্রথম মহাকাশে স্পুটনিক-১ নামের কৃত্রিম উপগ্রহ প্রেরণ করেন। পরবর্তীকালে মার্কিন যুক্তরাষ্ট্রসহ অন্যান্য অনেক দেশই কৃত্রিম উপগ্রহ প্রেরণ করে। বর্তমান বিশ্বে অর্ধশতাধিক দেশের কৃত্রিম উপগ্রহসমূহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। বাংলাদেশও একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের পরিকল্পনা গ্রহণ করেছে। কিছু সংখ্যক উপগ্রহ পৃথিবী ভিন্ন অন্যান্য গ্রহ বা জ্যোতিষ্ককে প্রদক্ষিণ করছে। এপর্যন্ত উৎক্ষিপ্ত কৃত্রিম উপগ্রহের সংখ্যা প্রায় ৬,৬০০। এর মধ্যে প্রায় ৩,৬০০টি বর্তমানে কক্ষ পথে অবস্থান করছে। বিষুব রেখা বরাবর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে ৩৫,৭৮৬ (মোটামুটি ৩৬,০০০) কিলোমিটার উচ্চতায় ভূ-স্থির উপগ্রহগুলির অবস্থান।

বর্তমান বিশ্বে কৃত্রিম উপগ্রহগুলি মানুষের জীবন যাত্রার মানকে অনেকাংশে প্রভাবিত করছে। দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন কাজে অপরিহার্য ও গুরুত্বপূর্ণভাবে ব্যবহৃত হচ্ছে এই উপগ্রহগুলি। এদের মধ্যে প্রধান কয়েকটি হলো বেতার যোগাযোগ, আবহাওয়া জলবায়ু সংক্রান্ত গবেষণা ও পূর্বাভাষ, ভূ-গর্ভ ও ভূ-গর্ভস্থ প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, পরিবহণও চলাচল, গোয়েন্দাগিরি, মহাবিশ্ব সংক্রান্ত গবেষণা।



চিত্র ৫.১৬ : ভূ-স্থির উপগ্রহ



চিত্র ৫.১৭: পৃথিবীর চারিদিকে অসংখ্য উপগ্রহ

**যোগাযোগ** : বর্তমান বিশ্বের অগণিত প্রকৃতির শব্দ, তথ্য, উপাত্ত সংগ্রহ, সংরক্ষণ ও বিতরণের কাজে গুরুত্ব পূর্ণ ভূমিকা পালন করছে কৃত্রিম উপগ্রহগুলো। পৃথিবীর প্রতিটি প্রান্তে প্রতিটি মানুষের সব রকমের বেতার যোগাযোগ, রেডিও, টেলিভিশন, ই-মেইল, ওয়েব সাইট, ফ্যাক্স, টেলিফোন, মোবাইল যোগাযোগ সম্ভব এবং সুলভ হয়েছে কৃত্রিম উপগ্রহের

মাধ্যমে। টেলিভিশনের ক্ষেত্রে এখন স্যাটেলাইট এবং ডিস এন্টিনা কথাগুলো সকলের কাছে অতি পরিচিত শব্দ। এধরনের উপগ্রহের আলাদা নাম দেয়া হয়েছে যোগাযোগ উপগ্রহ (Communication Satellites)।

**আবহাওয়া :** আবহাওয়া সংক্রান্ত তথ্য উপাত্ত সংগ্রহ, সংরক্ষণ ও বিতরণের কাজ গুরুত্ব পূর্ণ ভূমিকা পালন করছে কৃত্রিম উপগ্রহগুলো। কিছু উপগ্রহ আলাদাভাবে কেবল আহাওয়া ও জলবায়ু সংক্রান্ত কাজে ব্যবহৃত হয়। ঝড়, বন্যা, খরা, বিভিন্ন প্রাকৃতিক দুর্যোগ সংক্রান্ত পূর্বাভাষ দুর্যোগ অবস্থার তাৎক্ষণিক তথ্যচিত্র ইত্যাদি পাওয়া যায় এসব উপগ্রহ থকে। এগুলোকে আবহাওয়া উপগ্রহ (Weather Satellites) বলা হয়।

**বৈজ্ঞানিক গবেষণা :** আবহাওয়া তথ্য, ভূমি জরিপ উপাত্ত, অপেশাদার বা শখের বেতার গবেষণা ভূ-বিজ্ঞান, সমুদ্র-বিজ্ঞান, আবহ-বিজ্ঞান, মহাকাশবিজ্ঞান সংক্রান্ত বিভিন্ন গবেষণার তথ্য সংগ্রহ কাজে নিয়েজিত উপগ্রহগুলিকে গবেষণা উপগ্রহ (Scientific Research Satellites) বলা হয়। এ সব গবেষণায় পৃথিবীর জীবনকাল, বিভিন্ন ভূতাত্বিক পরিবর্তনের ইতিহাস, জীবের উদ্ভব, বিকাশ রূপান্তরের ইতিহাস বা পদ্ধতি উদঘাটন বিষয় অন্তর্ভূক্ত।

**সামরিক গোয়েন্দা গিরি :** কিছু কিছু দেশ নিজ দেশের নিরাপত্তা ও সামরিক শক্তি বৃদ্ধির প্রয়োজনে অন্য দেশের সামরিক তথ্যাদি সম্পর্কে গোয়েন্দাগিরি করে। এসব কাজে কিছু উপগ্রহকে আলাদাভাবে ডিজাইন করা হয় এগুলি মুলত সামরিক বা গোয়েন্দা উপগ্রহ (Military Intelligence Satellites) । এর সাহায্যে অন্য দেশের (শত্রু-মিত্র) বিভিন্ন সামরিক অবস্থান, গতিবিধি, অস্ত্রশস্ত্রের মজুদ, সরবরাহ ব্যবস্থা ইত্যাদির তথ্যও উপাত্ত সংগ্রহ করা হয়।

ভূ-স্থির উপগ্রহগুলি বিশেষ এলাকা বা অঞ্চলের উপর নিবদ্ধ থাকে বলে কেবল ঐ এলাকার প্রয়োজনীয় তথ্য উপাত্ত সংগ্রহ করতে পারে, কিন্তু চলমান উপগ্রহগুলি প্রত্যন্ত এলাকা, যানবাহন, সমুদ্র পোত, বিমান, জনমানুষ ইত্যাদি অস্থিতিশীল বিষয়ের তথ্য ও যোগাযোগ সম্পর্কীয় পর্যবেক্ষণ ও তথ্যাদি সবরাহ কাজে ব্যবহৃত হয়।

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.৪: মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ 3000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 3.8 ms$^{-2}$ হলে, মঙ্গল পৃষ্ঠ থেকে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় করুন।**

**সমাধান :** আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$
$$= \sqrt{2\times 3.8\times 3\times 10^6}$$
$$= \sqrt{22.8\times 10^6}$$
$$= 4.77\times 10^3$$
$$= 4.77 \text{ kms}^{-1}$$

এখানে,
মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 3000$ km $= 3\times 10^6$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 3.8$ ms$^{-2}$
মুক্তি বেগ, $v_e = ?$

**উত্তর ঃ** 4.77 kms$^{-1}$

**গাণিতিক উদাহরণ ৫.৫: 8000 km ব্যাসার্ধের কক্ষ পথে একটি উপগ্রহ প্রদক্ষিণরত। $g = 9.8$ ms$^{-2}$ হলে, উগ্রহটির বেগ কত হবে নির্ণয় করুন।**

**সমাধান :**
আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

আবার ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ বা, } GM = gR^2$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4\times 10^6$ m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ ms$^{-2}$
কক্ষ পথের ব্যাসার্ধ, $R+h = 8000$ km$= 8\times 10^6$ m
বেগ, $v = ?$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.8\times(6.4\times10^6)^2}{8\times10^6}} = \sqrt{50.176\times10^4}$$

$$= 7.0835\times10^3 \text{ ms}^{-1}$$

**উত্তর :** $7.0835\times10^3$ ms$^{-1}$

## সার-সংক্ষেপ :

- **কৃত্রিম উপগ্রহ :** মানুষের পাঠানো যেসব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষ পথে ঘোরে তাদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ।
- **ভূ-স্থির উপগ্রহ :** যে কৃত্রিম উপগ্রহগুলি এমন ভাবে স্থাপন করা হয় যে এদের আবর্তনকাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের সমান হয়। এজন্য পৃথিবীর নির্দিষ্ট স্থান থেকে ঐ উপগ্রহটিকে সব সময় একই যায়গায় দেখা যায়। এ ধরণের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।
- **মুক্তি বেগ :** সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।
- **কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার :** সামরিক গোয়েন্দাগিরি, যোগাযোগ,আবহাওয়া, ভ ূমি জরিপ ও অন্যান্য বহুবিধ গবেষণার কাজে কৃত্রিম উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়।

## পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৫.৫

**বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:**

**সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।**

১। পৃথিবীর ক্ষেত্রে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল কত ?

(ক) 0 ঘন্টা (খ) 24 ঘন্টা (গ) 12 ঘন্টা (ঘ) 365 দিন

২। আমারা টেলিভিশনে যে কোনো সময় সারা বিশ্বের অনুষ্ঠান দেখতে পারি কোন ধরণের উপগ্রহের কল্যাণে?

(ক) চলমান উপগ্রহ (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহ (গ) যোগাযোগ উপগ্রহ (ঘ) আবহাওয়া উপগ্রহ

৩। পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কোনো নিক্ষিপ্ত বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে ?

(ক) 11000 kms$^{-1}$ (খ) 11200 kms$^{-1}$ (গ) 11.2 kms$^{-1}$ (ঘ) 11.2 kmh$^{-1}$

৪। পৃথিবীর অভিকর্ষ হঠাৎ লুপ্ত হলে, পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নিয়মিত প্রদক্ষিণরত উপগ্রহগুলির কী হবে?

(ক) পৃথিবী পৃষ্ঠে পতিত হবে (খ) উপগ্রহগুলির গতি লুপ্ত হবে

(গ) একই গতিতে চলতে থাকবে (ঘ) গতি পথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে বেড়িয়ে যাবে

## চূড়ান্ত মূল্যায়ন

**বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ**

**ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।**

১। একক ভরের দুটি বস্তু কণা একক দূরত্বে থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে কী বলে ?

(ক) মহাকর্ষ (খ) মহাকর্ষীয় ত্বরণ (গ) মহাকর্ষীয় ধ্রুব (ঘ) মহাকর্ষীয় বিভব

২। অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মানের বৈশিষ্ট্য কোনটি?

(ক) বস্তু নিরপেক্ষতা (খ) স্থান নিরপেক্ষতা (গ) পৃথিবীর ভর নিরপেক্ষতা (ঘ) সবগুলি

৩। কোনো বস্তুর মুক্তি বেগের সাথে ভরের সম্পর্ক কী ?

(ক) ব্যাস্তানুপাতিক (খ) বর্গের সামানুপাতিক (গ) বর্গমুলের সামানুপাতিক (ঘ) কোন সম্পর্ক নাই

৪। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি ?

(ক) $M^2L^2T^{-2}$ (খ) $M^{-1}L^3T^{-2}$ (গ) $ML^2T^{-1}$ (ঘ) $M^2LT^{-2}$

**খ. বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ**

১। দুটি বস্তুর মধ্যের মহাকর্ষ বলের মান--

i. বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক
ii. বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের সমানুপাতিক
iii. বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

কোনটি সঠিক ?

(ক) i (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব –

i. মহাকর্ষের বিরুদ্ধে কৃত কাজের পরিমাণ
ii. একটি স্কেলার রাশি
iii. সর্বদা অসীম

কোনটি সঠিক ?

(ক) i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। মুক্তি বেগের সমীকরণ $v_e = \sqrt{2gR}$ থেকে বুঝা যায়-

i. মুক্তি বেগ বস্তু নিরপেক্ষ
ii. পৃথিবী পৃষ্ঠের সকল বস্তুর মুক্তি বেগ সমান
iii. মুক্তি বেগ স্থান নিরপেক্ষ নয়

কোনটি সঠিক ?

(ক) i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

**গ. অভিন্ন তথ্য ভিত্তিক বহু নির্বাচনী প্রশ্ন ঃ**

**নিচের ব›ের তথ্যগুলো পড়ুন এবং ১-৪ নম্বর প্রশ্নের সঠিক উত্তরটিতে টিক দিন।**

প্রাচীনকাল থেকে বিজ্ঞানীরা সৌর জগতের সূর্য ও গ্রহগুলির গতিবিধি সম্পর্কে অনুসন্ধিৎসু ছিলেন। বিভিন্ন সময়ে বিজ্ঞানীরা এ সম্পর্কে বিভিন্ন ব্যাখ্যা দেয়ার চেষ্টা করেছেন। গ্রীক বিজ্ঞানী টলেমী, কোপার্নিকাস, ট্রাইকোব্রাহে প্রমুখ বিজ্ঞানীদের পরস্পর বিরোধী, জটিল এবং অস্পষ্ট তথ্যসমূহ বিশ্লেষণ করে বিজ্ঞানী জন কেপলার সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, গ্রহগুলো কোনো এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করে অবিরাম ঘুরছে। এ সম্পর্কে তিনি কয়েকটি সূত্র উপস্থাপন করেন। তার নাম অনুসারে এগুলো কেপলারের সূত্র নামে পরিচিত।

১। কেপলার কোন দেশের অধিবাসী ছিলেন ?

(ক) সুইজারল্যান্ড (খ) ডেনমার্ক (গ) গ্রীস (ঘ) জার্মান

২। গ্রহগুলির গতি সম্পর্কে কেপলার কয়টি সূত্র দেন ?

(ক) একটি (খ) দুইটি (গ) তিনটি (ঘ) চারটি

৩। কেপলারের সূত্রে সূর্যকে কেন্দ্র করে গ্রহগুলির গতি পথ কোন ধরনের ?

(ক) বৃত্তাকার (খ) উপবৃত্তাকার (গ) অধিবৃত্তাকার (ঘ) কখনো বৃত্তাকার কখনো উপবৃত্তাকার

৪। সূর্য থেকে একটি গ্রহের গড় দূরত্ব $R$ এবং গ্রহটির সূর্যকে প্রদক্ষিণকাল $T$ হলে কোনটি সঠিক ?

(ক) $T^3 \propto R^2$ (খ) $T \propto R^3$ (গ) $T^2 \propto R$ (ঘ) $T^2 \propto R^3$

**ঘ. সৃজনশীল প্রশ্ন ঃ**

নিচের বক্সের অনুচ্ছেদটি পড়ুন। এবং অনুচ্ছেদ শেষের প্রশ্নগুলির উত্তর দিন।

সৌরজগতের গ্রহগুলির গতিবিধি সম্পর্কে কেপলার তিনটি সূত্র দেন। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রে বলা হয়েছে, সৌরজগতের প্রতিটি গ্রহ এমনভাবে ঘুরছে যে, সূর্য ও ঐ গ্রহের কেন্দ্র সংযোজক কাল্পনিক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। তৃতীয় সূত্রটি হচ্ছে, সূর্যের চারিদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন ঃ (ক) কেপলারের প্রথম সূত্রটি বিবৃত করুন ?

(খ) কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি ব্যাখ্যা করুন।

(গ) সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে পৃথিবীর 365 দিন এবং শুক্রের 88 দিনা সময় লাগে। সূর্য থেকে পৃথিবীর ও শুক্রের গড় দূরত্ব $1.5 \times 10^8$ km এবং $0.5 \times 10^8$ km এই তথ্য কেপলারের তৃতীয় সূত্র সমর্থন করে কি? যাচাই করুন।

(ঘ) আমরা জানি সূর্যকে কেন্দ্রে রেখে পৃথিবী ঘূর্ণায়মান। কিন্তু ডিসেম্বর মাসে পৃথিবী ও সূর্যের দূরত্ব থেকে জুন মাসে পৃথিবী ও সূর্যে দূরত্ব অনেক কম হয়– এথেকে কী মনে হয় যে সূর্য সবসময় পৃথিবীর কক্ষ পথের কেন্দ্র থাকে না। এ ব্যাপারে আপনার অভিমত কী? আপনার অভিমতের সপক্ষে যুক্তি ও ব্যাখ্যা দিন।

**ঙ. সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন ঃ**

১। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত করুন।

২। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কী? সংজ্ঞায়িত করুন।

৩। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা সমীকরণটি লিখুন।

৪। মহাকর্ষীয় ধ্রবকের একক নির্ণয় করুন।

৫। $G$ কে সর্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা করুন।

৬। অভিকর্ষ কী, লিখুন।

৭। মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের মধ্যে পার্থক্য কী, লিখুন।

৮। অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে, লিখুন।

৯। $g$ এর আদর্শমান বলতে কি বুঝায় ? আদর্শ মান কত, লিখুন।

১০। অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কী বুঝায়, লিখুন।

১১। কৃত্রিম উপগ্রহ কী, লিখুন।

১২। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে, লিখুন।

১৩। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে।

১৪। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের সংজ্ঞা দিন।

১৫। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের একক কী, লিখুন।

১৬। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে, লিখুন।

১৭। মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা সমীকরণ ও একক লিখুন।
১৮। মুক্তি বেগ কী, লিখুন।
১৯। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের প্রথম সূত্রটি বর্ণনা করুন।
২০। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা করুন।
২১। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বর্ণনা করুন।

**চ. বিশদ উত্তর প্রশ্ন ঃ**

১। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।
২। অভিকর্ষজ ত্বরণকে পৃথিবীর ভর, ব্যসার্ধ ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশের রাশিমালা নির্ণয় করুন।
৩। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বিভিন্ন হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা করুন।
৪। ব্যাখ্যা করুন ভূ-পৃষ্ঠের যতই নিচে নামা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে, লিখুন।
৫। অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর পৃথিবীর আহ্নিক গতির প্রভাব বর্ণনা করুন।
৬। কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ ও উচ্চতা নির্ণয়ের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন।
৭। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয়ের রাশিমালা বের করুন।
৮। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রগুলো বর্ণনা ও ব্যাখ্যা করুন।
৯। বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়ের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন।
১০। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয়ের গাণিতিক সূত্র প্রতিপাদন করুন।

**ছ. গাণিতিক সমস্যা ঃ**

১। পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় $g$ এর মান $4.9 \text{ ms}^{-2}$ হবে ? নির্ণয় করুন। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4\times10^{6}\text{ m}$, পৃথিবী পৃষ্টে অভিকর্ষ ত্বরণ $9.8\text{ms}^{-2}$ ।

২। বৃহস্পতি গ্রহের ব্যাস $14\times10^{4}\text{ km}$ এবং এর ভর $1.9\times10^{27}\text{ kg}$। বৃহস্পতির পৃষ্ঠ থেকে একটি বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় করুন ।

৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে $500\text{ km}$ উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় করুন। [ $R = 6200\text{ km}$ এবং $g = 9.8\text{ ms}^{-1}$]

## উত্তরমালা

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.১ ঃ | ১। (গ) | ২। (খ) | ৩। (ক) | ৪। (খ) |
| পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.২ ঃ | ১। (ক) | ২। (গ) | ৩। (ঘ) | ৪। (খ) |
| পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.৩ ঃ | ১। (ক) | ২। (গ) | ৩। (ঘ) | ৪। (খ) |
| পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.৪ ঃ | ১। (ঘ) | ২। (ক) | | |
| পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.৫ ঃ | ১। (খ) | ২। (গ) | ৩। (গ) | ৪। (ঘ) |

**চূড়ান্ত মূল্যায়ন**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ | ১। (গ) | ২। (ক) | ৩। (ঘ) | ৪। (খ) |
| খ. বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ | ১। (খ) | ২। (খ) | ৩। (ঘ) | |
| গ. অভিন্ন তথ্য ভিত্তিক বহু নির্বাচনী প্রশ্ন ঃ | ১। (খ) | ২। (গ) | ৩।(খ) | ৪।(ঘ) |

ঘ. সৃজনশীল প্রশ্ন ঃ-১ (ক) অনুচ্ছেদ ৫.১.২ (খ) অনুচ্ছেদ ৫.১.২
(গ) 99862.6 m (ঘ) নিজে ব্যাখ্যা করুন। টিউটরের সহায়তা নিন।

সৃজনশীল প্রশ্ন ঃ-২ (ক) অনুচ্ছেদ ৯.১.১ (খ) অনুচ্ছেদ ৯.১.১
(গ) করে দেখুন! (ঘ) নিজে ব্যাখ্যা করুন। টিউটরের সহায়তা নিন।

ছ. গাণিতিক সমস্যা ঃ ১। $2.65\times10^{6}\text{ m}$ ২। $60.3\text{ kms}^{-1}$ ৩। $7498.38\text{ ms}^{-1}$