বলবিদ্যা
Mechanics

ইউনিট ৩

ভূমিকা (Introduction)

আমরা দ্বিতীয় ইউনিটে গতিবিদ্যা বিষয়ক সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি সম্পর্কে আলোচনা করেছি। আমাদের প্রাত্যহিক জীবনে বস্তুর গতির এরূপ বিভিন্নতার পিছনে যে রাশিটি কাজ করে তা হচ্ছে বল। একটি স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে চাইলে বা গতিশীল কোনো বস্তুকে থামাতে চাইলে কিছু একটা প্রয়োগ করতে হয়। যেটা প্রয়োগ করতে হয় সেটাই বল। নিউটনের গতিসূত্রগুলো বলকে কেন্দ্র করেই সৃষ্টি। দৈনন্দিন কাজে সবাই কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী বলের সম্মুখীন হই। এসকলই হলো নিউটনিয়ান বলবিদ্যার অন্তর্ভুক্ত। এ ইউনিটে আমরা বলের ধারণা, নিউটনের গতির সূত্রগুলো বিবৃতি ও এদের মধ্যে সম্পর্ক, ব্যবহার, সীমাবদ্ধতা, রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র, কৌণিক ভরবেগ, কেন্দ্রমুখী, কেন্দ্রবিমুখী বল, সংঘর্ষ ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা করা হবে।

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ - ৩.১ : বল
পাঠ - ৩.২ : বলের পরিমাপ
পাঠ - ৩.৩ : ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল
পাঠ - ৩.৪ : ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র
পাঠ - ৩.৫ : সংঘর্ষ
পাঠ - ৩.৬ : জড়তার ভ্রামক
পাঠ - ৩.৭ : কৌণিক ভরবেগ
পাঠ - ৩.৮ : টর্ক
পাঠ - ৩.৯ : কেন্দ্রমুখী বল
পাঠ - ৩.১০ : ব্যবহারিক-৩ ঃ একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়

পাঠ-৩.১ বল
Force

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- জড়তা ও বলের ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- চার প্রকার মৌলিক বল বর্ণনা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির প্রথম সূত্রটি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৩.১.১ জড়তা ও বল (Inertia and Force):

আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকে দেখতে পাই, টেবিলের উপর একটি বই চিরকাল যেখানে আছে সেখানেই পড়ে থাকবে যদি এটিকে সরিয়ে না নেয়া হয়। আবার একটি গতিশীল বস্তুকে থামাবার চেষ্টা না করলেও এটি খানিকটা পথ অতিক্রম করে আস্তে আস্তে থেমে যায়, বায়ু বা ঘর্ষণ জনিত কারণে। যদি বায়ুর বাধা বা ঘর্ষণ না থাকত, তবে সরল

পথে সুষম গতিতে চলমান বস্তু কখনোই থামত না। প্রত্যেক বস্তুই যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থাতেই থাকতে চায়। অর্থাৎ স্থির বস্তু স্থির এবং গতিশীল বস্তু সমগতিতে গতিশীল থাকতে চায়। বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার এই প্রবণতা বস্তুর একটি মৌলিক ধর্ম। একে বস্তুর জড়তা বলে। জড়তাকে দু ভাগে বিবেচনা করা হয় (১) স্থিতিজড়তা ও (২) গতিজড়তা। বস্তুর জড়তা এর ভরের উপর নির্ভর করে। ভর হচ্ছে জড়তার পরিমাপ। যে বস্তুর ভর বেশী তার জড়তাও বেশী।

দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকে আমরা দেখি প্রতিনিয়ত বস্তুর জড়তার পরিবর্তন ঘটছে বা ঘটানো হচ্ছে। ধরা যাক একটি গাড়িকে গতিশীল করার জন্য ঠেলা, ধাক্কা বা টানা হলো। গাড়িটি গতিশীল হোক বা না হোক একটি বিপরীতমুখী ধাক্কা অনুভূত হবে। ঠেলা বা টানা অথবা ধাক্কার পরিমান একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত হলে গাড়িটি অবশ্যই গতিশীল হবে। অর্থাৎ গাড়িটির গতির জন্য যে ঠেলা, টানা বা ধাক্কার প্রয়োজন হলো তাকেই বল বলে। "যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থায় পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে"। যে বল বস্তুকে গতিশীল করে বা গতি বাড়িয়ে দেয় তাকে ত্বরণ সৃষ্টিকারী বল বলে। যে বল গতিশীল বস্তুকে থামিয়ে দেয় বা বেগ কমিয়ে দেয় তাকে মন্দন সৃষ্টিকারী বল বলে। কোনো বস্তুকে ঠেলতে বা টানতে হলে প্রত্যক্ষ স্পর্শ প্রয়োজন। এই ধরনের বলকে বলা হয় স্পর্শ বল। ঘর্ষণ বল, সংঘর্ষের ফলে সৃষ্ট বল, টান বল ইত্যাদি স্পর্শবলের উদাহরণ। দুটি চুম্বকের বিপরীতমেরু পরস্পরকে আকর্ষণ করে এবং সমমেরু পরস্পরকে বিকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বা বিকর্ষণ হচ্ছে অস্পর্শ বল। পৃথিবী তার পৃষ্ঠস্থ ও নিকটস্থ সকল বস্তুকে এর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বল হচ্ছে অভিকর্ষ বা মহাকর্ষ বল।

সাধারণ অভিজ্ঞতার আলোকে আমরা বলের কিছু বৈশিষ্ট লক্ষ্য করি তা হলো-

১। বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর জড়তার পরিবর্তন হয় বা হওয়ার প্রবণতা তৈরি হয়।

২। বল সর্বদা জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়াশীল থাকে, অর্থাৎ বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে প্রযুক্ত বলের বিপরীত দিকে আরেকটি বল ক্রিয়া করে। একারণে বলের ক্রিয়াকে মিথস্ক্রিয়াও বলে। যেমন যখন কোনো বস্তুকে দড়িতে বেঁধে টানা হয় তখন প্রযুক্ত বলের বিপরীত দিকে দড়িতে যে একটা বল ক্রিয়া করে তাকে টান বল বলে।

৩। বল বস্তুর বেগের পরিবর্তন ঘটায়। অর্থাৎ বল প্রয়োগে বস্তু ত্বরণ বা মন্দন হয়। একটি গতিশীল বস্তুকে পেছন থেকে ধাক্কা দিন এতে এর বেগ বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ ত্বরণ হবে। গতিশীল গাড়ীকে পিছন থেকে টেনে ধরুন এর বেগ হ্রাস পাবে বা মন্দন হবে।

৪। বল বস্তুকে বিকৃত করতে পারে বা ভৌত ধর্মের পরিবর্তন করতে পারে।

৫। বল একটি ভেক্টর রাশি কারণ এর মান ও দিক আছে।

অনুধাবন-৩.১ বলের বৈশিষ্ট্যগুলো লিখুন।

৩.১.২ : বলের প্রকারভেদ (Kinds of Forces)

প্রকৃতিতে আমরা বিভিন্ন বলের পরিচয় পাই। বলের বিভিন্নতা সত্ত্বেও সকল প্রকার বলকে মাত্র চারটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। এই চার প্রকার বলকে মৌলিক বল বলে। "যে সকল বল মূল বা স্বাধীন অর্থাৎ যে সকল বল অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বল এ সকল বলের কোনো না কোনো রূপের প্রকাশ তাদেরকে মৌলিক বল বলে"।

মৌলিক বলগুলো হল :

১. মহাকর্ষ বল (Gravitational Force)

২. তাড়িতচৌম্বক বল (Electromagnetic Force)

৩. সবল নিউক্লিয় বল (Strong Nuclear Force)

৪. দুর্বল নিউক্লিয় বল (Weak Nuclear Force)

(১) মহাকর্ষ বল ঃ মহাবিশ্বের প্রত্যেক বস্তু একে অপরকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে। বস্তুর ভরের কারণে এ আকর্ষণ ঘটে। এ বলের কারণে গ্রহসমূহ নক্ষত্রের চারদিকে ঘুরে, পৃথিবীর যাবতীয় প্রাণী ও বস্তু ভূ-পৃষ্ঠের সংলগ্ন থাকে, বস্তুর ওজন অনুভূত হয়; ইত্যাদি। দুটি বস্তুর মধ্যে গ্রাভিটন নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়। অবশ্য গ্রাভিটনের অস্তিত্বের কোনো প্রমাণ এখনো পাওয়া যায়নি। এ বলের পাল্লা অসীম।

(২) তাড়িতচৌম্বক বল ঃ দুটি চার্জিত কণার মধ্যে তাদের চার্জের কারণে পারস্পরিক যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের উদ্ভব হয় তাকে তাড়িতচৌম্বক বল বলে। আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া এবং অন্যান্য তাড়িতচৌম্বক ঘটনার জন্য এ বল দায়ী, এটাও দুর্বল বল এবং এর পাল্লা অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত। ফোটন নামক ভর ও চার্জহীন এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়।

(৩) সবল নিউক্লিয় বল : নিউক্লিয়াসে থাকা অবস্থায় দুটি নিউক্লিয়নের মধ্যে (নিউক্লিয়াসের ভিতর প্রোটন ও নিউট্রন নামে যে কণা থাকে তাদেরকে এক কথায় নিউক্লিয়ন বলে) যে প্রবল আকর্ষণ বল বিদ্যমান তাকে সবল নিউক্লিয় বল বলে। এ বল আকর্ষণধর্মী, স্বল্প পাল্লা বিশিষ্ট এবং চার্জ নিরপেক্ষ। নিউক্লিয়াসের বাইরে এ বলের কোনো প্রভাব নেই। সবগুলো মৌলিক বলের মধ্যে এই বল অধিক সবল। দুটি নিউক্লিয়নের মধ্যে মেসন (meson) নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়। এর পাল্লা 10^{-15}m যা নিউক্লিয়াসের ব্যাসার্ধের সমান।

(৪) দুর্বল নিউক্লিয় বল ঃ প্রকৃতিতে বেশ কিছু মৌলিক পদার্থ রয়েছে যাদের নিউক্লিয়াস স্বতঃস্ফুর্তভাবে ভেঙ্গে যায়। (যেমন ইউরেনিয়াম, থোরিয়াম ইত্যাদি)। এই সমস্ত নিউক্লিয়াস থেকে তিন ধরনের কণিকা ও রশ্মি নির্গত হয় যাদেরকে আলফা কণিকা (α-particle), বিটা কণিকা (β-particle) এবং গামা রশ্মি (γ-ray) বলা হয়।

নিউক্লিয়াস থেকে বিটা কণিকা ক্ষয়ের জন্য যে মৌলিক বল ক্রিয়াশীল থাকে, তাকে দুর্বল নিউক্লিয় বল বলে। দুর্বল নিউক্লিয় বল মহাকর্ষ বল অপেক্ষা শক্তিশালী কিন্তু তাড়িতচৌম্বক বল অপেক্ষা কম শক্তিশালী। এই বলের পাল্লা অত্যন্ত কম, যেখানে সৃষ্টি হয় সেখানেই শুধুমাত্র কার্যকর থাকে। মাধ্যমিক ভেক্টর বোসন (Intermediate vector bosons) নামক এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের মাধ্যমে এ বল কার্যকর হয়। এর পাল্লা 10^{-16}m ।

অনুধাবন ৩.২: মৌলিক বলগুলো কেন উদ্ভব হয় এবং কোথায় কার্যকর হয় ব্যাখ্যা করুন।

মৌলিক বল সমূহের তুলনা ঃ

	মহাকর্ষ বল	দুর্বল নিউক্লিয় বল	তাড়িতচৌম্বক বল	সবল নিউক্লিয় বল
পাল্লা	অসীম	10^{-16}m	অসীম	10^{-15}m
আপেক্ষিক তীব্রতা	1	10^{30}	10^{40}	10^{42}
প্রভাবিত কণা	সকল পদার্থ	প্রোটন	চার্জযুক্ত কণা	প্রোটন ও নিউট্রন
বিনিময় কণা	গ্র্যাভিটন	মাধ্যমিক ভেক্টর বোসন	ফোটন	মেসন

৩.১.৩ বলের একীভূতকরণ তত্ত্ব ঃ

পদার্থবিদগণ যদিও চার প্রকার মৌলিক বলের অস্তিত্ব স্বীকার করেছেন; কিছু বিজ্ঞানীরা অনেক দিন থেকেই ধারণা পোষণ করছেন যে, এই মহাবিশ্বে প্রকৃত পক্ষে এক প্রকার মৌলিক বল কাজ করছে। যে চার প্রকার বলের অস্তিত্ব স্বীকৃত এগুলো সেই মৌলিক বলেরই ভিন্নরূপ। বলের এই একীভূত করণের লক্ষ্যেই সালাম, ওয়াইনবার্গ ও গ্লাশো নামক তিনজন বিজ্ঞানী তাদের দীর্ঘদিনের গবেষণার ফলে প্রমাণ করতে সক্ষম হয়েছেন যে, দুর্বল নিউক্লিয় বল ও তাড়িতচৌম্বক বল প্রকৃত পক্ষে একই বল। যা তড়িৎ দুর্বল বল নামে পরিচিতি লাভ করে। ফলে প্রকৃতিতে মৌলিক বলের সংখ্যা দাঁড়ায় তিন প্রকারের। একীভূত করণের এই সাফল্যের জন্য এই তিনজন বিজ্ঞানী নোবেল পুরস্কার ভূষিত হন। সালাম, ওয়াইনবার্গ ও গ্লাশো প্রদত্ত অনুরূপ কোনো তত্ত্ব হয়ত আবিষ্কৃত হবে, যা সবল নিউক্লিয় বলের সাথে তড়িৎ দুর্বল বল ও মহাকর্ষ বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করবে।

অনুধাবন ৩.৩ : মৌলিক বলগুলোর আপেক্ষিক তীব্রতা লিখুন।

৩.১.৪ নিউটনের গতিসূত্র (প্রথম সূত্র)ঃ

ভর,গতি এবং বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে স্যার আইজাক নিউটন তিনটি সূত্র প্রকাশ করেন যা তাঁর অমর গ্রন্থ ন্যাচারালিস ফিলোসোফিয়া ম্যাথমেটিকাতে ১৬৮৭ খ্রিঃ প্রকাশিত হয়। এই সূত্র তিনটি নিউটনের গতিসূত্র নামে পরিচিত।

প্রথম সূত্র : "বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির অবস্থায় থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সুষম বেগে সরল পথে চলতে থাকবে"। অর্থাৎ বাইরে থেকে বল ক্রিয়া না করলে (১) স্থির বস্তু স্থির থাকবে এবং (২) গতিশীল বস্তু সুষম গতিতে চলতে থাকবে।

সুতারাং দেখা যায় যে, গতির প্রথম সূত্র বস্তুর জড়তা-ধর্ম বিবৃত করে এবং বলের সংজ্ঞা প্রদান করে। প্রথম পাঠেই আলোচনায় জেনেছেন, স্থির বস্তু সর্বদাই স্থির থাকতে চায় এবং গতিশীল বস্তু সর্বদাই গতিশীল থাকতে চায়। বস্তুর এই প্রবণতাকে জড়তা বলা হয়। এজন্য এই সূত্রকে জড়তার সূত্রও বলা হয়। সূত্রটিকে এভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়, যদি কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ না করা হয় তাহলে তার গতির পরিবর্তন বা স্থিতির পরিবর্তন হবে না অর্থাৎ বল প্রয়োগ না করলে বস্তুর ত্বরণ শূন্য হয়। এ থেকে বলের সংজ্ঞা দিতে পারি।

অনেক সময় মনে হয় নিউটনের সূত্র আমাদের সাধারণ অভিজ্ঞতার সাথে অসংগতিপূর্ণ। আসুন উদাহরণ দেয়া থাক। একটি গাড়ি স্থির অবস্থায় আছে, এর উপর বল প্রয়োগ না করলে এটি স্থির থাকবে। কিন্তু যখন গাড়ীটি গতিশীল থাকে তখন বল প্রয়োগ না করলেও কি গাড়িটি গতিশীল থাকবে? এখানেই অসংগতি, বাস্তব অভিজ্ঞতায় আমরা দেখি কিছুক্ষণের মধ্যে গাড়ীটি বল প্রয়োগের প্রভাবে গতিশীল থাকে। এমনকি গতি অপরিবর্তিত রাখতে হলেও বল প্রয়োগ করতে হয়। বরং বল প্রয়োগ বন্ধ করলেই কিছুক্ষণের মধ্যে গাড়িটি থেমে যায়। এখানে প্রকৃতপক্ষে কি ঘটে? গাড়িটির উপর ইঞ্জিনের বল প্রয়োগ বন্ধ হলেও অন্যভাবে বল প্রয়োগ অব্যাহত থাকে। তা হলো অভিকর্ষজ বলের কারণে পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী টান, রাস্তার ঘর্ষণের ফলে ঘর্ষণ জনিত বাধা বা ধাক্কা এবং বাতাসের বাধা। গাড়িটি গতিশীল বা সমদ্রুতি রাখার জন্য প্রযুক্ত বলটি প্রকৃতপক্ষে এই অভিকর্ষজ ও ঘর্ষণ বলকে প্রতিহত করার জন্যই কাজ করে। সুতরাং বাস্তব জীবনে দৃষ্ট আপাত অভিজ্ঞতায় নিউটনের সূত্রে অসংগতি আছে মনে হলেও প্রকৃত প্রস্তাবে তা সঠিক নয়।

অনুধাবন ৩.৪: বাস্তব জীবনে দৃষ্ট আপাত অভিজ্ঞতার নিউটনের সূত্রের অসংগতি আছে মনে হলেও প্রকৃত প্রস্তাবে তা সঠিক নয়- ব্যাখ্যা করুন।

সার-সংক্ষেপ :

- **জড়তা:** পদার্থ যে অবস্থায় আছে চিরকাল সেই অবস্থায় থাকার প্রবণতা বা ধর্মকে জড়তা বলে।
- **বল:** যা স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।
- **১ম সূত্র:** বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে সরলপথে চলতে থাকবে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.১

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন

১। মৌলিক বল কয়টি?

(ক) ১টি (খ) ২টি (গ) ৩টি (ঘ) ৪টি

২। বস্তুর স্থিতি জড়তা কোনটির সমানুপাতিক?

(ক) ভরের (খ) আয়তনের (গ) ঘনত্বের (ঘ) স্থিতিস্থাপকতার

৩। কোন বল প্রোটন ও নিউট্রনকে একত্রে আবদ্ধ করে নিউক্লিয়াস তৈরি করে?

(ক) মহাকর্ষ বল (খ) তাড়িতচৌম্বক বল (গ) সবল নিউক্লিয় বল (ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল

৪। তাড়িতচৌম্বক বলের পাল্লা–

(ক) 10^{-16}m (খ) অসীম (গ) 16^{-15}m (ঘ) শূন্য

৫। মহাকর্ষ বলের মান

i) দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে সাথে হ্রাস পায় ii) নির্দিষ্ট দূরত্বের বাইরে শূন্য হয় iii) কখনও শূন্য হয় না

কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.২ বলের পরিমাপ
Measurement of Force

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- ভরবেগ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র বর্ণনা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ব্যবহার করে ক্যালকুলাসের সাহায্যে বল এবং ত্বরণের সম্পর্ক $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ নির্ণয় করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে ১ম সূত্র প্রতিপাদন করতে পারবেন।

৩.২.১ ভরবেগ ঃ

ধরা যাক গতিশীল দুটি বস্তু ধাক্কা খেল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি কোন দিকে যাবে? এটা কি ভাবে নির্ধারিত হবে? মূলত কোন উপাদানটি বস্তু দুটির ধাক্কা পরবর্তী গতি নির্ধারণ করবে? ভর, না বেগ? এ প্রশ্নের উত্তরের জন্য ভরবেগের ধারণা গুরুত্বপূর্ণ। আমাদের অভিজ্ঞতা থেকে দেখি একই বেগে চলছে এরকম একটি ফুটবল আর একটি গাড়ির মধ্যে ফুটবলটি বাধা দিয়ে থামিয়ে দেয়া সহজ কিন্তু গাড়িটি হাত বা পা দিয়ে বাধা দিয়ে থামানো সম্ভব নয়। আসলে কোনো বস্তু থামাতে আমরা যে প্রতিবন্ধকতার সম্মুখীন হই তা হলো ঐ বস্তুর ভর এবং বেগের সম্মিলিত প্রভাব। এর নাম দেয়া হয়েছে ভরবেগ। ভরবেগ (Momentum) হচ্ছে বস্তুর ভর এবং বেগের সাথে সর্ম্পকিত একটি ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য। বস্তুর ভর যত বেশী হবে এই বৈশিষ্ট্য তত জোরাল হবে। আবার ভর ধ্রুব রেখে বেগ যত বাড়ানো হবে এই বৈশিষ্ট্য ততই জোরাল হবে। যেমন একটি বুলেট কমবেগে (হাতদিয়ে) ছুড়লে খুব বেশী ক্ষতি নাই কিন্তু বন্দুক দিয়ে প্রচন্ড বেগে ছুড়লে তার প্রভাব অত্যন্ত মারাত্নক।

কোনো বস্তুর ভরবেগ $=$ বস্তুর ভর $\times$ বস্তুর বেগ

কোনো বস্তুর ভর m ও এর বেগ $\vec{v}$ হলে তার ভরবেগ $\vec{p}$ হবে

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{.....(৩.১)}$$

ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। কারণ বেগ একটি ভেক্টর রাশি এবং একে স্কেলার রাশি m দিয়ে গুণ করলে ভরবেগ পাওয়া যায়। ভরবেগের মান

$$p = mv \quad \text{.....(৩.২)}$$

<u>মাত্রা ঃ</u> ভরবেগের মাত্রা হলো, ভরের মাত্রা $\times$ বেগের মাত্রা

অর্থাৎ MLT^{-1}

<u>একক ঃ</u> ভর বেগের একক হলো, ভরের একক $\times$ বেগের একক

অর্থাৎ $kgms^{-1}$

৩.২.২ নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ঃ
Newton's Second Law of Motion

বিজ্ঞানী গ্যালিলিওর ধারণার উপর ভিত্তি করে স্যার আইজ্যাক নিউটন গতির সূত্রগুলো প্রতিষ্ঠা করেন। পূর্ববর্তী পাঠ হতে নিউটনের গতির প্রথম সূত্র সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা পেয়েছেন। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র ঐ সমস্ত ক্ষেত্রে প্রযোজ্য, যখন বস্তুর উপর বাহ্যিক লব্ধি বল প্রযুক্ত হয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে ভরবেগের পরিবর্তন, বলের অভিমুখ, বলের পরিমাপ, বল ও ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক এবং বলের একক সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায়।

ভরবেগ সম্পর্কে ধারণা হতে পাই কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ $\vec{v}$ হলে এর ভরবেগ $\vec{p} = m\vec{v}$ । ধরা যাক, একটি ভারি বস্তু (ট্রাক) ও একটি হালকা বস্তু (রিকশা) মধ্যে একই সময়ে সমান বেগ সৃষ্টি করতে ভারি বস্তুকে বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। একই ভাবে সমবেগে গতিশীল ভারি বস্তুকে থামাতে হালকা বস্তুর চেয়ে বেশি প্রতিরোধকারী বলের প্রয়োজন। আবার সমান ভরের দুটি বস্তুর একটিকে বেশি বেগে গতিশীল করতে বা বেশি ত্বরণ সৃষ্টি করতে হলে বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। সুতরাং বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ের মাধ্যমে বলা যায়, কোনো নির্দিষ্ট সময়ে কোনো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন বেশি হতে হলে এর উপর বেশি বল প্রয়োগ করতে হবে। আপনারা নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন একজন অভিজ্ঞ ক্রিকেটার দ্রুত বেগে আগত একটি ক্রিকেট বলকে ক্যাচ ধরার সময় তার হাতকে ক্রমান্বয়ে পিছনের দিকে নেয়, এক্ষেত্রে ক্রিকেটার বলকে থামাতে বেশি সময় নেয়। ফলে তার জন্য প্রতিরোধকারী বল কম প্রয়োজন হয়। উপরের আলোচনা হতে এটি সুস্পষ্ট যে, বল শুধু ভরবেগের পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল নয়, কত দ্রুত পরিবর্তন হচ্ছে তার উপরও নির্ভরশীল। অল্প সময়ে ভরবেগের পরিবর্তনের জন্য বেশি বল প্রয়োজন হয়। সংক্ষেপে, ভরবেগের পরিবর্তনের হার বেশি হলে প্রযুক্ত বলও বেশি হবে।

উপরের গুণগত পর্যবেক্ষণই নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রের প্রতিপাদ্য বিষয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি হল -

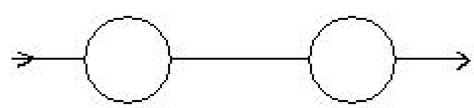
"বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার এর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে"।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রকে বল পরিমাপের এবং প্রকৃতি নির্দেশের সূত্র বলা হয়। এ সূত্র হতে বল পরিমাপের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা যায়।

ধরা যাক, কোনো বস্তুর ভর m ও এর বেগ $\vec{v}$ এবং ভরবেগ $\vec{p}$ । বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হলে এর ভরবেগের পরিবর্তন হবে। যদি dt সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন $d\vec{p}$ হয়, তাহলে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী -

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \propto \vec{F}$$

$$\text{বা,} \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \propto \vec{F}$$



$$\text{বা,} m\frac{d\vec{v}}{dt} \propto \vec{F}$$

$$\text{বা,} m\vec{a} \propto \vec{F}$$

$$m\vec{a} = k\vec{F} \quad \text{...........(৩.৩)}$$

এখানে k হচ্ছে সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান বল, ভর ও ত্বরণের এককের উপর নির্ভরশীল। বলের এস.আই.একক নিউটন, যে পরিমাণ বল 1kg ভরের কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 1ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1N বলে অর্থাৎ $1\text{N}=1\text{kgms}^{-2}$ । নিউটনের সংজ্ঞানুযায়ী, সমীকরণ (৩.৩) ব্যবহার করে $k=1$ পাওয়া যায়।

$$\text{অতএব, } \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{...........(৩.৪)}$$

অর্থাৎ, বল = ভর × ত্বরণ

এটি গতিবিদ্যার একটি আদর্শ সমীকরণ। এ সমীকরণের সাহায্যে আমরা বল পরিমাপ করতে পারি।

যদি বস্তুর উপর একটি বলের পরিবর্তে একাধিক বল ক্রিয়া করে তবে লব্ধি বলের জন্য বস্তুটির ত্বরণ হবে। বস্তুর উপর $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots\ldots\ldots \vec{F}_n$ ইত্যাদি বল ক্রিয়াশীল হলে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল হবে,

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots\ldots\ldots \vec{F}_n$$

সেক্ষেত্রে বল এবং ত্বরণের সম্পর্কের রূপ হয় -

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{...........(৩.৫)}$$

অতএব, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে বলের পরিমাণগত সংজ্ঞা দেয়া যায়। কোনো বস্তুর উপর যা প্রয়োগ করলে ত্বরণ সৃষ্টি করে বা করতে চায় তাই বল।

বলের SI একক হলো নিউটন (newton)। **যে পরিমাণ বল এক কিলোগ্রাম ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়ে এক মিটার/সেকেন্ড২ ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে এক নিউটন বলে।**

অর্থাৎ, $1\text{N} = 1\text{kg} \times 1\text{ms}^{-2}$

আবার, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে পাওয়া যায়,

বল = ভর × ত্বরণ

∴ [বল] = [ভর] × [ত্বরণ]

বা, $[\text{F}] = \text{MLT}^{-2}$

∴ বলের মাত্রা MLT^{-2}

অনুধাবন ৩.৬: নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রকে বল পরিমাপক সূত্র বলা হয় কেন?

৩.২.৩ নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে ১ম সূত্র প্রতিপাদন :

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি,

$\sum \vec{\text{F}} = m\vec{\text{a}}$

যদি বস্তুর উপর নিট বল $\sum \vec{\text{F}} = 0$ হয় তবে $m\vec{\text{a}} = 0$ হবে।

$\therefore \vec{\text{a}} = 0$ কারণ $m \neq 0$

বা, $\dfrac{d\vec{\text{v}}}{dt} = 0$

বা, $d\vec{\text{v}} = 0$

বা, $\int d\vec{\text{v}} = 0$

বা, $\vec{\text{v}}$ = ধ্রুবক।

অর্থাৎ বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বল শূন্য হলে বেগ অপরিবর্তিত থাকবে।

এটাই নিউটনের গতির ১ম সূত্র।

অনুধাবন ৩.৭: নিউটনের গতির প্রথম সূত্র দ্বিতীয় সূত্রের একটি বিশেষ রূপ ব্যাখ্যা করুন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১: একটি 588 N ওজনের একটি বস্তুর $0.70\ \text{ms}^{-2}$ ত্বরণ দিতে এর উপর কত বল প্রয়োগ করতে হবে?

সমাধান:

দেয়া আছে, বস্তুর ওজন, $W = 588$ N

ত্বরণ, $a = 0.70\ \text{ms}^{-2}$

আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

বল, $F = ?$

ধরি বস্তুর ভর $= m$

তাহলে $W = mg$

$\therefore m = \dfrac{W}{g} = \dfrac{588}{9.8} = 60$ kg

∴ বস্তুটির ভর, $m = 60$ kg

আমরা জানি, $F = ma$

$= 60 \times 0.70$

$= 42$ N

উত্তর: 42 N

সার-সংক্ষেপ :

- **নিউটনের গতির ২য় সূত্র:** বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেইদিকে ঘটে। $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
- **ভরবেগ:** বস্তুর ভর ও বেগের গুণফলকে ভরবেগ বলে। ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.২

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন

১। দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হওয়ার ফলে বস্তুগুলো কোন দিকে যাবে তা কিসের দ্বারা নির্ধারিত হয়?

(ক) ভর (খ) বেগ (গ) ভরবেগ (ঘ) সংঘর্ষের ক্রিয়াকাল

২। বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

(ক) $[F] = ML^2T^{-2}$ (খ) $[F] = MLT^{-2}$

(গ) $[F] = ML^2T^{-1}$ (ঘ) $F = MLT^{-2}$

৩। একটি 10 kg ভরের গোলকের বেগ $15\,\text{ms}^{-1}$ হলে এর ভরবেগ কত হবে?

(ক) 250 N (খ) 150 kgms^{-1} (গ) 250 kgms^{-1} (ঘ) 10 N

একজন ক্রিকেটার ক্যাচ লুফে নেওয়ার সময় তার হাতজোড়া নিজের দিকে সামান্য পিছিয়ে নেন।

৪। উপরিউক্ত ঘটনা নিউটনের গতির কোন সূত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়?

(ক) প্রথম সূত্র (খ) দ্বিতীয় সূত্র (গ) তৃতীয় সূত্র (ঘ) চতুর্থ সূত্র

৫। উদ্দীপকে বর্ণিত উপায় অবলম্বন না করে হাত স্থির রাখলে−

i) বলের ভরবেগের পরিবর্তনের হার বিরাট মানের হতো।

ii) ক্রিকেট বলটি থামানো যেতো না

iii) প্রচন্ড মানের বল হাতে ক্রিয়া করত

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.৩ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল
Action and Reaction Force

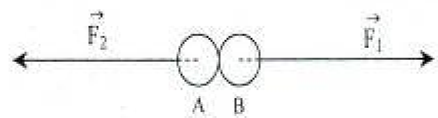
উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র বর্ণনা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ব্যবহার করে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রের সাহায্যে কয়েকটি সুপরিচিত ঘটনা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৩.৩.১ নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র (Newton's Third Law o f Motion)

সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে। ব্যাখ্যা : ধরা যাক, A ও B দুটি বস্তু। A বস্তুটি B বস্তুর উপর $\vec{F}_1$ বল প্রয়োগ করে এবং B বস্তুটি A বস্তুর উপর $\vec{F}_2$ বল প্রয়োগ করে। বলদ্বয়ের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী। বল দুটির মধ্যে একটি ক্রিয়া বল এবং অন্যটি প্রতিক্রিয়া বল। যেকোনো একটি বল ক্রিয়া হলেই অন্য বলটি প্রতিক্রিয়া বল হবে।



চিত্র ৩.২

প্রকৃতিতে একক বলের কোনো অস্তিত্ব নেই। তাই $\vec{F}_1$ ও $\vec{F}_2$ বল দুটিকে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া জোড় বলা হয়।

সূত্রানুসারে, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

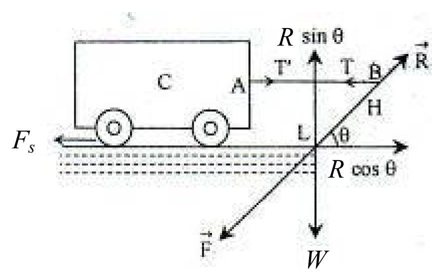
ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় না বলে এরা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে না।

অনুধাবন ৩.৮: ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সমান ও বিপরীতমুখী হওয়া সত্ত্বেও এর সাম্যাবস্থার সৃষ্টি নাও করতে পারে কেন? ব্যাখ্যা করুন।

৩.৩.২ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের দৃষ্টান্ত :

(ক) ঘোড়ার গাড়ি টানা :

ঘোড়া যখন গাড়ি টানে তখন গাড়িও সমান বলে ঘোড়াকে পিছনের দিকে টানে। অর্থাৎ গাড়িটি AB দণ্ডদ্বারা ঘোড়ার সাথে যুক্ত থাকলে ঘোড়ার ক্রিয়ামূলক বল T দন্ডের প্রতিক্রিয়ামূলক বল T' এর সমান ও বিপরীতমুখী।



চিত্র ৩.৩

ধরা যাক, একটি ঘোড়া, H চলতে গিয়ে তার পা L দ্বারা অনুভূমিকের সাথে θ কোণ করে মাটির উপর $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করে (চিত্র ৩.৩)। ফলে, মাটিও ঘোড়ার পায়ের উপর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$ প্রয়োগ করে। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে, $\vec{F} = -\vec{R}$

এখানে $\vec{R}$ এর অনুভূমিক উপাংশ $= R\cos\theta$, যা ঘোড়াকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে সাহায্য করে। আবার $\vec{R}$ এর উল্লম্ব উপাংশ $= R\sin\theta$, যা ঘোড়ার ওজন W প্রশমিত করবে।

$R\cos\theta$ দ্বারা ঘোড়া গাড়িকে সামনের দিকে টানলে গাড়িও ঘোড়াকে সমান ও বিপরীতমুখী বল (T) এবং ঘর্ষণ বল F_S দ্বারা পিছনের দিকে টানবে (চিত্র ৩.৩)।

যদি $R\cos\theta = T + F_S$ হয়, তবে ঘোড়া ও গাড়ি স্থির থাকবে।

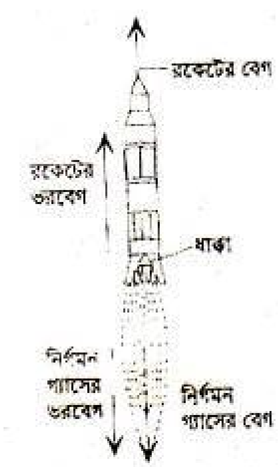
আবার, $R\cos\theta > T + F_S$ হয়, তবে ঘোড়া গাড়িটিকে সামনের দিকে গতিশীল রাখবে।

(খ) মহাশূন্যে অভিযান :

বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির উন্নতির সাথে সাথে মানুষ শুধু অবাক বিস্ময়ে মহাশূন্যপানে তাকিয়েই ক্ষান্ত থাকেনি। কীভাবে গ্রহ থেকে গ্রহান্তরে পাড়ি জমানো যায় তার প্রচেষ্টা সে অবিরাম চালিয়ে যাচ্ছে। তারই ফলশ্রুতিতে মানব ইতিহাসে সংযুক্ত হয়েছে চন্দ্র ও মঙ্গল অভিযান। একাজে ব্যবহার করছে বিভিন্ন নভোযান। আর এ নভোযানগুলোকে মহাশূন্যে নিয়ে যাবার জন্য প্রয়োজন হয় রকেটের। এ অনুচ্ছেদে রকেটের গতি নিয়ে সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হবে।

রকেটে জ্বালানি হিসেবে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন ব্যবহার করা হয়। জ্বালানির দহনের জন্য তরল অক্সিজেন রকেটে সঞ্চিত রাখা হয়। পাম্পের সাহায্যে নিয়ন্ত্রিত হারে হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনকে দহন কক্ষে ঢুকানো হয় এবং অগ্নিসংযোগ (Firing) করে দহন সম্পন্ন করা হয়। দহনের ফলে তরল গ্যাস বায়বীয় গ্যাসে পরিণত হয়। এই সৃষ্ট উত্তপ্ত গ্যাস রকেটের পেছনের দিকে অবস্থিত সুর ছিদ্রপথ (Nozzle) দিয়ে প্রচন্ড বেগে বের হয়ে যায় (চিত্র ৩.৪)। রকেট ভরবেগের সংরক্ষণ নীতিকে ব্যবহার করে গতিপ্রাপ্ত হয়। রকেটের দহনকক্ষে অক্সিজেনের উপস্থিতিতে জ্বালানিকে পোড়ানো হয়। উত্তপ্ত এবং অত্যন্ত সংকুচিত গ্যাস প্রচন্ড বেগে রকেটের পেছনের সরু ছিদ্রপথ দিয়ে নির্গত হয়। ফলে নির্গত গ্যাস পেছনের দিকে একটি বৃহৎ ভরবেগ লাভ করে। রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি অনুসারে রকেটও সম্মুখদিকে সমান ভরবেগ প্রাপ্ত হয়।

ধরা যাক, একটি রকেট মহাশূন্যে গতিশীল অবস্থায় আছে। আরো মনেকরি, রকেটটি বাতাসের বাধা ও অভিকর্ষের প্রভাবমুক্ত স্থানে গতিশীল। রকেট থেকে গ্যাস নির্গমনের সময় গ্যাসের গতির বিপরীত দিকে রকেটটির ওপর একটি বৃহৎ বল প্রযুক্ত হয়। এ বলকে ধাক্কা (Thrust) বলে।



চিত্র ৩.৪

ধরা যাক,
ধাক্কা বল = F
রকেটের ভর = M
Δt সময়ে নির্গত গ্যাসের ভর = Δm
রকেট সাপেক্ষে নির্গত গ্যাসের বেগ = v
সুতরাং নির্গত গ্যাসের ভরবেগ = $(\Delta m)v$

আমরা জানি,
ভরবেগের পরিবর্তন = বলের ঘাত

$$\therefore (\Delta m)v = F \times \Delta t$$

$$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v \quad \text{........ ....}(৩.৬)$$

এখানে, $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)$ হচ্ছে জ্বালানি ব্যবহারের হার।

রকেটের তাৎক্ষণিক ত্বরণ a হলে,

$$a = \frac{F}{M} = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v \quad \text{......... ....}(৩.৭)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

(ক) নির্গত গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ বেশি হলে রকেটের ত্বরণ বেশি হবে।

(খ) গ্যাস নির্গমনের হার $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)$ বেশি হলে রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি পাবে।

(গ) রকেটের মোট ভর M কমতে থাকলে এর ত্বরণ বৃদ্ধি পেতে থাকবে।

৩.৫ নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা :
Limitations of Newton's Laws of Motion

নিউটনের সূত্রগুলো স্থূল বস্তুসমূহের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে বস্তুর ভর, ত্বরণ এবং বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের মধ্যে সম্পর্ক হলো $\vec{F} = m\vec{a}$

যদিও এ সম্পর্ক অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ, তবুও সূত্রটি সংরক্ষণ সূত্রগুলোর মতো কোনো মৌলিক নীতি নয়। এখানে $\vec{F}$ হলো নিট বাহ্যিক বল। আবার বস্তুর ওপর প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হারের সমান অর্থাৎ

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$
$$= m\vec{a} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$
$$= m\vec{a} \text{ হবে}$$

যেহেতু বস্তুর ভরকে ধ্রুব গণ্য করা হয়, তখন, $\frac{dm}{dt} = 0$

কোনো বস্তুর বেগ যদি আলোর বেগের কাছাকছি বা আলোর বেগের সাথে তুলনীয় হয়, তখন বস্তুর ভরকে আর ধ্রুব গণ্য করা যায় না। অর্থাৎ ভর পরিবর্তিত হয়। সুতরাং নিউটনের গতিসূত্র থেকে প্রাপ্ত $\vec{F} = m\vec{a}$ সম্পর্কটি আপেক্ষিক তত্ত্বের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়। এ সম্পর্কটি শুধু স্থির ভরের কণার গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা সংক্ষেপে তুলে ধরা হলো।

১. সূত্রগুলো ধ্রুব ভরের বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। কিন্তু আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুযায়ী বস্তুর বেগ বৃদ্ধির সাথে সাথে ভর বৃদ্ধি পায়। এজন্য আপেক্ষিক তত্ত্বের ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র খাটে না।

২. কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানে নিউটনের গতিসূত্র খাটে না। ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রনের মতো অতিক্ষুদ্র বস্তুর ক্ষেত্রে সূত্রগুলো প্রযোজ্য নয়। কারণ এগুলোর ভর নগণ্য, কিন্তু বেগ অত্যন্ত বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২: উৎক্ষেপনের পূর্বে জ্বালানিসহ রকেটের ভর $2\times10^3\text{kg}$। রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানি $2.4\times10^3\text{ms}^{-1}$ বেগে নির্গত হলে এবং জ্বালানি 7.5kgs^{-1} হারে ব্যয়িত হলে রকেটের উপর ধাক্কা নির্ণয় করুন।

আমরা জানি, রকেটের উপর ধাক্কা

$$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$$
$$= 7.5\times2.4\times10^3$$
$$= 18\times10^3\text{N}$$

উত্তর: 18×10^3 N

এখানে,
আদিবেগ, $M = 2\times10^3\text{kg}$
শেষবেগ, $v = 2.4\times10^3\text{ms}^{-1}$
দূরত্ব, $\frac{\Delta m}{\Delta t} = 7.5\text{kgs}^{-1}$
ভর, $F = ?$

সার-সংক্ষেপ :

- **নিউটনের গতির ৩য় সূত্র:** প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।
- $F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$
- $a = \frac{F}{M} = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৩

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন

নিচের তথ্যটি থেকে ১ ও ২ নং প্রশ্নের উত্তর দিন।

6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের একটি বুলেট 300 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বুলেটটি বের হওয়ার সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল।

১। উদ্দীপকে নিউটনের কোন সূত্রটির প্রয়োগ দেখানো হয়েছে?

(ক) ১ম গতিসূত্র (খ) ২য় গতিসূত্র (গ) ৩য় গতিসূত্র (ঘ) মহাকর্ষ সূত্র

২। বন্দুকের আদি ভরবেগ কত?

(ক) 0.4 $kgms^{-1}$ (খ) 0.8 $kgms^{-1}$ (গ) 0.18 $kgms^{-1}$ (ঘ) 0 $kgms^{-1}$

৩। একটি নৌকাকে লগি দিয়ে গতিশীল করা হলে নিচের কোন রাশি নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয়া যায়?

(ক) লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের উল্লম্ব উপাংশ
(খ) লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের অনুভূমিক উপাংশ
(গ) প্রতিক্রিয়া বলের উল্লম্ব উপাংশ
(ঘ) প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ।

৪। কোনো ব্যক্তি ভূমিতে দণ্ডায়মান থাকলে ভূমির উপর নিচ বরাবর যে বল প্রযুক্ত হয় তাহলো–

i) ক্রিয়া ii) প্রতিক্রিয়া iii) ঐ ব্যক্তির ওজন

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫। ঘোড়ার হাঁটার ক্ষেত্রে সৃষ্ট প্রতিক্রিয়া বল কয়টি উপাংশে বিভাজিত হয়?

(ক) ২ (খ) ৩ (গ) ৪ (ঘ) ৫

পাঠ-৩.৪ ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র
Principle of Conservation of Momentum

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রের সাহায্যে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রের সাহায্যে কয়েকটি সুপরিচিত ঘটনা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৩.৪.১ ভরবেগের নিত্যতার সূত্র :
Principle of conservation of momentum

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র ঃ একাধিক বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ভিন্ন অন্য কোনো বল না থাকলে যে কোনো দিকে তাদের মোট রৈখিক ভরবেগের কোনো পরিবর্তন ঘটে না। এটিকে ভরবেগের নিত্যতা সূত্র বা সংরক্ষণ বিধি বলা হয়।

ব্যাখ্যা ঃ মনেকরি, m_1 ও m_2 ভর বিশিষ্ট বস্তু যথাক্রমে $\vec{u}_1$ ও $\vec{u}_2$ রৈখিক বেগে চলছে। অতএব ঐ অবস্থায় দুটি বস্তুর ভরবেগ যথাক্রমে $m_1\vec{u}_1$ ও $m_2\vec{u}_2$। কাজেই বস্তু দু'টির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

এখন বস্তু দু'টির একটি যদি অপরটিকে ধাক্কা দেয় তবে নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে অপরটিও প্রথমটিকে সমান ও বিপরীতমুখী ধাক্কা প্রয়োগ করবে। কাজেই বস্তু দু'টির উপর ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের জন্য বস্তু দু'টিতে ত্বরণ বা মন্দনের সৃষ্টি হবে। অর্থাৎ বস্তু দু'টির বেগের পরিবর্তন হবে। মনেকরি, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার পর বস্তু দু'টির বেগ যথাক্রমে $\vec{v}_1$ ও $\vec{v}_2$ হলো। অতএব, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার পর তাদের ভরবেগ যথাক্রমে $m_1\vec{v}_1$ ও $m_2\vec{v}_2$ হবে। কাজেই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার পর বস্তু দুটির মোট ভরবেগ $= m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

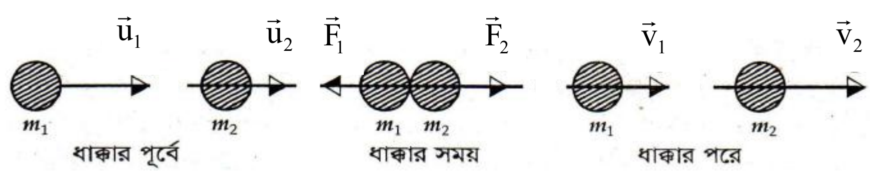
কিন্তু ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে,

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার পূর্বে মোট ভরবেগ= ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার পরে মোট ভরবেগ।

$\therefore\ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ .... (৩.৮)

নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র অনুসরণে সূত্রটির গাণিতিক প্রমাণ নিচে দেয়া হলো ঃ

মনেকরি কোনো একটি সরল রেখায় m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে $\vec{u}_1$ ও $\vec{u}_2$ বেগে একই দিকে চলছে [চিত্র: ৩.৫]। এখানে $\vec{u}_1 > \vec{u}_2$। কোনো এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পিছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাটিকে ধাক্কা দিল এবং এর পর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে $\vec{v}_1$ ও $\vec{v}_2$ বেগে চলতে লাগল।



চিত্র: ৩.৫

প্রমাণ : মনে করি, ধাক্কা জনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল t। তাহলে

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

প্রমাণ ঃ

প্রথম বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{u}_1}{t}$

$=$ প্রতিক্রিয়া বল $= \vec{F}_1$

$=$ প্রথম বস্তুকণার উপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রযুক্ত বল।

দ্বিতীয় বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{u}_2}{t}$ $=$ ক্রিয়া বল $= \vec{F}_2$

$=$ দ্বিতীয় বস্তুকণার উপর প্রথম বস্তুকণার প্রযুক্ত বল।

কিন্তু বস্তুকণা দুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার (অর্থাৎ ক্রিয়া বল ও প্রতিক্রিয়া বল) সমান ও বিপরীত।

অর্থাৎ, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\therefore \dfrac{m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{u}_1}{t} = -\dfrac{m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{u}_2}{t}$

বা, $m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{u}_1 = -m_2\vec{v}_2 + m_2\vec{u}_2$

বা, $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 ....$ $=$ একটি ধ্রুব ভেক্টর

$\therefore$ বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $=$ বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি।

অর্থাৎ $\sum m\vec{v} =$ ধ্রুব ভেক্টর।

সুতরাং দুটি বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ফলে মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। একটি বস্তু যে পরিমাণ ভরবেগ হারায়, অপরটি ঠিক সমপরিমাণ ভরবেগ লাভ করে অর্থাৎ ধাক্কার আগে ও পরে মোট ভরবেগ একই থাকে। অতএব ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি প্রমাণিত হলো।

উল্লেখ্য ঃ ক্রিয়া বল $\vec{F}_2$ এবং প্রতিক্রিয়া বল $\vec{F}_1$ এর কার্যকাল সমান। কাজেই ঘাত দুটি সমান ও বিপরীত অর্থাৎ

$\vec{F}_2 \times t = \vec{F}_1 \times t$, এখানে t তাদের কার্যকাল।

৩.৪.২ ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের দৃষ্টান্ত :

১. বন্দুক ও গুলির ক্ষেত্রে ভরবেগের নিত্যতা সূত্র ঃ বন্দুক হতে গুলি ছুঁড়লে বন্দুক পিছনের দিকে সরে আসে। প্রথমে বন্দুক ও গুলি স্থির থাকায় উভয়েই ভরবেগ শূন্য থাকে অর্থাৎ ভরবেগের সমষ্টিও শূন্য থাকে। বিস্ফোরণের ফলে গুলি বেগ প্রাপ্ত হয়ে সম্মুখদিকে এগিয়ে যায় অর্থাৎ, সম্মুখদিকে ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী বন্দুকও পিছনের দিকে গুলির সমান ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ফলে পুনরায় ভরবেগের সমষ্টি শূন্য হয়।

মনেকরি, M ভরের কোনো বন্দুক হতে m ভরের গুলি $\vec{v}$ বেগে বের হওয়ায় বন্দুকটি পিছনের দিকে $\vec{V}$ বেগ প্রাপ্ত হল।

অতএব, গুলি ছোঁড়ার পূর্বে বন্দুকের ভরবেগ $= M \times 0 = 0$

গুলি ছোঁড়ার পূর্বে গুলির ভরবেগ $= m \times 0 = 0$

গুলি ছোঁড়ার পূর্বে মোট ভরবেগ $= 0 + 0 = 0$

আবার, গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুকের ভরবেগ $= M \times \vec{V} = M\vec{V}$

গুলি ছোঁড়ার পর গুলির ভরবেগ $= m \times \vec{v} = m\vec{v}$

গুলি ছোঁড়ার পর মোট ভরবেগ $= M\vec{V} + m\vec{v}$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানযায়ী,

ক্রিয়ার পূর্বে ভরবেগের সমষ্টি $=$ ক্রিয়ার পর ভরবেগের সমষ্টি

$\therefore 0 = M\vec{V} + m\vec{v}$

বা, $M\vec{v} + m\vec{V}$ ....(৩.৯)

উপরের সমীকরণ হতে আমরা বলতে পারি গুলি ও বন্দুকের ভরবেগ পরস্পর সমান ও বিপরীতমুখী। যদি $M > m$ হয় তবে $V < v$ অর্থাৎ, বন্দুকের ভর গুলির তুলনায় যত বেশি হবে, তার পশ্চাৎবেগ ততই কমে যাবে।

অনুধাবন ৩.৯: নৌকা থেকে লাফ দেয়ার সময় নৌকা পিছনের দিকে গতিশীল হয় কেন? ব্যাখ্যা করুন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩: 10 g ভরের একটি বুলেট 6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 300 ms^{-1} বেগে নিক্ষিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত হবে?

সমাধান:

মনে করি বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ $= V$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র হতে আমরা পাই

$$MV = mv$$

$$V = \frac{mv}{M}$$

$$= \frac{0.01 \times 300}{6}$$

$$= 0.5 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
বন্দুকের ভর, $M = 6$ kg
বন্দুকের পশ্চাৎবেগ, $V = ?$
গুলির ভর, $m = 10$ g $= 0.01$ kg
গুলির বেগ, $v = 300$ ms^{-1}

উত্তর: 0.5 ms^{-1}

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৪: 40kg ও 60kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 12ms^{-1} ও 4ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে যাবার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিয়ে একটি বস্তুতে পরিণত হয়। সংযুক্ত অবস্থায় বস্তুদ্বয়ের বেগ বিশ্লেষণ করুন।

সমাধান:

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে পাই,

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(40 \times 12) + 60 \times (-4)}{(40 + 60)}$$

$$= 2.4 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
প্রথম বস্তুর ভর, $m_1 = 40$ kg
দ্বিতীয় বস্তুর ভর, $m_2 = 60$ kg
প্রথম বস্তুর আদিবেগ, $v_1 = 12$ ms^{-1}
দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ, $v_2 = -4$ ms^{-1}
সংযুক্ত অবস্থায় বস্তুদ্বয়ের বেগ, $v = ?$

উত্তর: 2.4 ms^{-1}

সংযুক্ত অবস্থায় বস্তুদ্বয়ের বেগ প্রথম ও দ্বিতীয় বস্তুর পৃথক পৃথক বেগের চেয়ে কম এবং এই বেগের দিক প্রথম বস্তুর দিকে।

সার-সংক্ষেপ :

- **ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র:** একাধিক বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ভিন্ন অন্য কোনো বল না থাকলে যেকোনো দিকে তাদের মোট রৈখিক ভরবেগের কোনো পরিবর্তন ঘটে না।

$$\therefore\ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৪

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন ।

১। 10 kg ভরের কোন বস্তু 12 ms^{-1} বেগে গতিশীল হলে তার ভরবেগ কত হবে?

(ক) 12 $kgms^{-1}$ (খ) 10 $kgms^{-1}$
(গ) 120 $kgms^{-1}$ (ঘ) 1.2 $kgms^{-1}$

২। 4 N বল একটি বস্তুর উপর 1 s ব্যাপী ক্রিয়া করলে ভরবেগের পরিবর্তন কত?

(ক) 2 $kgms^{-1}$ (খ) 4 $kgms^{-1}$ (গ) 8 $kgms^{-1}$ (ঘ) 16 $kgms^{-1}$

৩। ভরবেগের ক্ষেত্রে নিচের সঠিক বিবরণ হলো–

i) $\text{ভরবেগ} = \text{ভর} \times \frac{\text{সরণ}}{\text{বেগ}}$
ii) ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি
iii) ভরবেগের মাত্রা MLT^{-1}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.৫ সংঘর্ষ
Collision

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- ঘাতবল ও বলের ঘাত ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- দুটির বস্তুর মধ্যে একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

৩.৫.১ ঘাত বল ও বলের ঘাত :
Impulsive Force and Impulse of Force

ঘাত বল :

সংজ্ঞা ঃ খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

ব্যাখ্যা ঃ খুব সীমিত সময়ের জন্য খুব বড় মানের ঘাত বল প্রযুক্ত হয়। অনেক সময় এই ঘাত বলের মান এত বড় হয় যে এর ক্রিয়াকাল খুব কম হলেও এর প্রভাব দৃষ্টিগ্রাহ্য হয়। যে স্বল্প সময়ব্যাপী ঘাত বল প্রযুক্ত হয় সেই সময় অন্যান্য বলের প্রভাব উপেক্ষা করা হয়।

উদাহরণ ঃ ধরা যাক কোনো ব্যাটসম্যান ব্যাট দিয়ে কোনো ক্রিকেট বলকে আঘাত করল। ব্যাট কর্তৃক প্রযুক্ত বল F বলটির ভরবেগ পরিবর্তন করে। যে সময় ধরে ক্রিকেট বলটি ব্যাটটির সংস্পর্শে থাকে, সে সময়ে ব্যাট কর্তৃক প্রযুক্ত বল ক্রিকেট বলটির ওপর ক্রিয়াশীল অন্যান্য বলের তুলনায় অনেক বড় হয়। ব্যাট কর্তৃক প্রযুক্ত এরূপ বল ঘাত বল।

বলের ঘাত :

সংজ্ঞা ঃ কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে। একে J দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

একক : বলের ঘাতের একক হবে, বল $\times$ সময়ের একক। সুতরাং এস.আই একক হচ্ছে Ns যা $\mathrm{kgms^{-1}}$ এর সমতুল্য।

মাত্রা ঃ বলের ঘাতের মাত্রা হবে বল $\times$ সময় এর মাত্রা।

অর্থাৎ, $\mathrm{MLT^{-2}} \times \mathrm{T} = \mathrm{MLT^{-1}}$

$\vec{\mathrm{F}}$ বল কোনো বস্তুর উপর t সময় ধরে ক্রিয়া করলে,

$$\vec{\mathrm{J}} = \vec{\mathrm{F}}t = m\vec{\mathrm{a}}t$$

$$\text{বলের ঘাত} = m\left(\frac{\vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_{\circ}}{t}\right)t$$

$$= m\vec{\mathrm{v}} - m\vec{\mathrm{v}}_{\circ} = \text{ভরবেগের পরিবর্তন} \quad \ldots\ldots \ldots\ldots \ldots\ldots \ldots\ldots \ldots\ldots \quad (৩.১০)$$

$\therefore$ বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

৩.৫.২ সংঘর্ষ (Collision) ঃ

ধারণা : একজন ব্যাটসম্যান যখন ব্যাট দিয়ে ক্রিকেট বলকে আঘাত করেন তখন বলটি খুব দ্রুত বেগে গতিশীল হয়। সড়ক দুর্ঘটনায় একটি গাড়ি সজোরে অন্য একটি গাড়িকে প্রচন্ড বল প্রয়োগ করে। এগুলো হলো সংঘর্ষের বাস্তব এবং বাহ্যিক উদাহরণ। পারমাণবিক, নিউক্লিয় এবং মৌলিক কণাসমূহ যখন সংঘর্ষে লিপ্ত হয়, তখন পরীক্ষণের মাধ্যমেও আমরা এদের সম্পর্কে অনেক কিছু জানতে পারি।

সংঘর্ষের জন্য দুটি বস্তুকে সব সময় প্রত্যক্ষ সংস্পর্শে আসার প্রয়োজন নেই। পরমাণু জগতে এমন অনেক সংঘর্ষ ঘটে, যেখানে সংঘর্ষে অংশগ্রহণকারী কণাসমূহ পরস্পরের প্রত্যক্ষ সংস্পর্শে আসে না। উদাহরণ হিসেবে বলা যায় একটি আলফা কণা যখন একটি স্বর্ণ নিউক্লিয়াসের খুব নিকটে আসে, তখন অল্প সময়ের জন্য এরা পরস্পরকে প্রচন্ড বলে বিকর্ষণ করে। এক্ষেত্রে স্থির তড়িৎ বিকর্ষণজনিত ঘাত বলের সৃষ্টি হয় এবং সংঘর্ষ ঘটে। অর্থাৎ যখন একটি গতিশীল বস্তু অন্য একটি স্থির বা গতিশীল বস্তুকে ধাক্কা দেয়, তখন বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষ হয়েছে বলা হয়।

সংজ্ঞা ঃ দুটি বস্তু অতি অল্প সময়ের জন্য কাছাকাছি আসলে যখন একে অপরের ওপর বৃহৎ বল প্রয়োগ করে এবং এদের গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন ঘটে, তখন এই ঘটনাকে সংঘর্ষ বলে।

সংঘর্ষের সময় বস্তু দুটির প্রত্যেকটির ওপর একটি বল ক্রিয়া করে। এ বল দুটিকে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল বলে। সংঘর্ষের ঘটনায় আমরা শক্তির সংরক্ষণ নীতি ও ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি প্রয়োগ করি। সংঘর্ষের ঘটনায় সময়কে সুনির্দিষ্টভাবে সংঘর্ষের পূর্বে এবং সংঘর্ষের পরে শিরোনামে বিভক্ত করা যায়। সুতরাং সংঘর্ষ হলো একটি ঘটনা যার নিম্নবর্ণিত বৈশিষ্টগুলো রয়েছে।

১. এটি খুব অল্প সময়ের জন্য ঘটে।

২. সংঘর্ষের পরে যে ঘটনা ঘটে, তা সংঘর্ষের পূর্বের ঘটনা থেকে সম্পূর্ণ পৃথক।

৩. সংঘর্ষের সময় ভরবেগ এবং শক্তি উভয়ই সংরক্ষিত হয়।

৪. সংঘর্ষে অংশগ্রহণকারী বস্তুসমূহ একটি আবদ্ধ ব্যবস্থা বা সিস্টেম গঠন করে।

সংঘর্ষের প্রকারভেদ ঃ সংঘর্ষের সময় কোনো ব্যবস্থার মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ ভরবেগ সংরক্ষিত হয়। কিন্তু দুটি বস্তু সংঘর্ষে লিপ্ত হলে এদের গতিশক্তি সংরক্ষিত নাও হতে পারে। সাধারণত সংঘর্ষের সময় বস্তুর গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় কিনা, তার ওপর ভিত্তি করে সংঘর্ষকে দুভাগে বিভক্ত করা হয় :

(১) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic collision) এবং

(২) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Inelastic collision)

(১) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic collision) ঃ যে সংঘর্ষে ব্যবস্থার ভরবেগ ও গতিশক্তি উভয়ই সংরক্ষিত হয়, তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের সময় বস্তুর গতিশক্তি অন্য কোনো ধরনের শক্তিতে (যেমন- তাপ, শব্দ ইত্যাদি) রূপান্তরিত হয় না। কিছু বাস্তব সংঘর্ষকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষরূপে গণ্য করা হয়। কেননা এক্ষেত্রে, গতি শক্তির খুব ক্ষুদ্র অংশ অন্যান্য শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। পারমাণবিক, নিউক্লিয় এবং মৌলিক কণাগুলার মধ্যে যে সংঘর্ষ ঘটে, তা হলো স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। জানা সংঘর্ষসমূহের মধ্যে এগুলোই হলো আদর্শ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। সাধারণ তাপমাত্রায় কোনো পাত্র মধ্যস্থ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে যে সংঘর্ষ ঘটে তা হলো স্থিতিস্থাপক। এ কারণেই অণুসমূহ পাত্রের মধ্যে সর্বদা গতিশীল থাকে। যখন কোনো টেনিস বল মাটি স্পর্শ করে উপরে ওঠে, তখন সে সংঘর্ষকে আংশিক স্থিতিস্থাপক বলা যেতে পারে। বলটি পুনঃ পুনঃ ফিরে আসে এবং এর পূর্বের আকৃতি ফিরে পায়।

(২) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Inelastic collision) ঃ যে সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয়, কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। একটি রাবারের বল দৃঢ় পাটাতনে আঘাত করলে, বলটির আকার বিকৃত হয় এবং এর গতিশক্তি হ্রাস পায়। এ কারণেই রাবারের বলের সাথে পাটাতনের যে সংঘর্ষ, হা হলো অস্থিতিস্থাপক। সংঘর্ষের পরে সংঘর্ষে অংশগ্রহণকারী বস্তু দুটি যদি একত্রে যুক্ত হয় এবং একই বেগে চলতে থাকে, তবে সেই সংঘর্ষ হবে পূর্ণভাবে অস্থিতিস্থাপক।

উদহরণ হিসেবে বলা যায় - যখন একটি গুলি লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করে লক্ষ্যবস্তুর ভেতরে ঢুকে পড়ে, তখন গুলি ও লক্ষ্যবস্তুর সংঘর্ষ হলো অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ।

একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (One Dimensional Elastic Collision)

এই অনুচ্ছেদে আমরা একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ নিয়ে আলোচনা করব। যদিও সংঘর্ষের সময় সৃষ্ট বলগুলোর মান জানা থাকে না, তবুও সংঘর্ষের পূর্বে বস্তু দুটির গতি বা বেগ জানা থাকলে সংঘর্ষের পরে এদের গতি বা বেগ কেমন হবে তা আমরা বের করতে পারি।

সংঘর্ষ সৃষ্টিকারী দুটি বস্তুর আপেক্ষিক গতিবেগ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে একই সরলরেখায় থাকলে এই সংঘর্ষকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।

চিত্র: ৩.৬

মনেকরি, একই সরলরেখা বরাবর দুটি বস্তু গতিশীল রয়েছে। কোনো এক সময়ে এদের মধ্যে সংঘর্ষ সংঘটিত হলো। সংঘর্ষের পরে বস্তু দুটি একই সরলরেখা বরাবর গতিশীল হলো।

ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি গোলাকার বস্তু এদের কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর একই দিকে v_{1i} ও v_{2i} বেগে গতিশীল। কোনো এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলো। সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি যথাক্রমে v_{1f} এবং v_{2f} বেগে একই সরলরেখা বরাবর একই দিকে চলতে থাকল।

সুতরাং ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে আমরা পাই,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

বা, $m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$ .... (৩.১১)

আবার, যেহেতু সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, গতিশক্তির সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে পাই,

$$\frac{1}{2}m_1 {v_{1i}}^2 + \frac{1}{2}m_2 {v_{2i}}^2 = \frac{1}{2}m_1 {v_{1f}}^2 + \frac{1}{2}m_2 {v_{2f}}^2$$

বা, $m_1({v_{1i}}^2 - {v_{1f}}^2) = m_2({v_{2f}}^2 - {v_{2i}}^2)$

বা, $m_1(v_{1i} + v_{1f})(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} + v_{2i})(v_{2f} - v_{2i})$...... .... (৩.১২)

সমীকরণ (৩.১২) কে সমীকরণ (৩.১১) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

বা, $v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}$ .... (৩.১৩)

অর্থাৎ একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে সংঘর্ষের পূর্বে গোলক দুটির পরস্পরের দিকে অগ্রসর হওয়ার আপেক্ষিক বেগ, সংঘর্ষের পরে পরস্পর থেকে দূরে সরে যাওয়ার আপেক্ষিক বেগের সমান।

সমীকরণ (৩.১৩) থেকে পাই,

$v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} - v_{2i}$ .... (৩.১৪)

সমীকরণ (৩.১৪) হতে v_{2f} এর মান (৩.১১) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{1i} + v_{1f} - v_{2i} - v_{2i})$$

বা, $m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} = m_2 v_{1i} + m_2 v_{1f} - 2m_2 v_{2i}$

বা, $v_{1f}(m_1 + m_2) = v_{1i}(m_1 - m_2) + 2m_2 v_{2i}$

বা, $v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$ .... (৩.১৫)

পুনরায় সমীকরণ (৩.১৪) থেকে পাই,

$$v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i} \quad \text{......... (৩.১৬)}$$

সমীকরণ (৩.১৬) থেকে v_{1f} এর মান (৩.১৫) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$m_1(v_{1i} - v_{2f} - v_{2i} + v_{1i}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

বা, $v_{2f}(m_1 + m_2) = 2m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1)v_{2i}$

বা, $v_{2f} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$ .... (৩.১৭)

সমীকরণ (৩.১৫) ও (৩.১৭) থেকে সংঘর্ষে অংশগ্রহণকারী বস্তু দুটির চূড়ান্ত বেগ নির্ণয় করা যায়।

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্র :

১. সংঘর্ষকারী বস্তু দুটির ভর সমান হলে, অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হলে, সমীকরণ (৩.১৫) ও (৩.১৭) থেকে পাই, $v_{1f} = v_{2i}$ এবং $v_{2f} = v_{1i}$

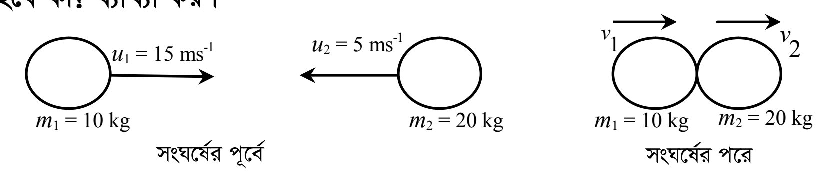
অর্থাৎ সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে, বস্তু দুটি তাদের বেগ বিনিময় করে।

২. সংঘর্ষের পূর্বে দ্বিতীয় বস্তুটি (ভর m_2) স্থির থাকলে, অর্থাৎ $v_{2i} = 0$ হলে

একটি গতিশীল বস্তু অপর একটি সমভরের স্থির বস্তুকে আঘাত করলে সংঘর্ষের পর প্রথম বস্তুটি থেমে যাবে এবং দ্বিতীয় বস্তুটি প্রথম বস্তুটির সমান বেগ নিয়ে চলতে থাকবে।

অনুধাবন ৩.১০: দুটি স্যাটেলাইটের মধ্যে যদি সংঘর্ষ ঘটে, তাহলে গতিশক্তি ও ভরবেগের কীরূপ পরিবর্তন হবে– ব্যাখ্যা করুন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৫: নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করুন। উদ্দীপকে উল্লেখিত ঘটনার মিলিত বেগ কত হবে এবং গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে কী? ব্যাখ্যা কর।



চিত্র: ৩.৭

চিত্র অনুযায়ী, আমরা জানি,

$$m_1u_1 - m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$10 \times 15 - 20 \times 5 = (10 + 20)(v)$$

বা, $150 - 100 = 30 \times v$

বা, $50 = 30v$

$$\therefore v = \frac{5}{3} \text{ ms}^{-1}$$

দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত নাও হতে পারে।

সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি $\frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (15)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times 5^2$

$$= 5 \times (15)^2 + 10 \times 25 = 1125 + 250 = 1375\text{J}$$

সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ $\quad \left| v_1 = v_2 = v = \frac{5}{3}\text{ms}^{-1} \right.$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$= 5 \times \frac{25}{9} + 10 \times \frac{25}{9} = 69.44 + 27.77 = 9721 \text{ J}$$

দেখা যাচ্ছে যে, উভয় ক্ষেত্রে গতিশক্তি সমান নয়। অর্থাৎ গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে না।

সার-সংক্ষেপ :

- **ঘাত বল:** খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।
- **বলের ঘাত:** কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে। একে J দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $\vec{J} = \vec{F}t$ ।
- **সংঘর্ষ:** অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘর্ষ বলে।
- **স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ:** যে সংঘর্ষে ভরবেগ ও গতিশক্তি উভয়ই সংরক্ষিত থাকে, তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।
- **অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ:** যে সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৫

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। গতিশক্তি সংরক্ষিত হলে এ ধরনের সংঘর্ষকে বলে?

(ক) অস্থিতিস্থাপক (খ) স্থিতিস্থাপক
(গ) পূর্ণস্থিতিস্থাপক (ঘ) দ্বিমাত্রিক সংঘর্ষ

২। কোন ধরনের সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হলেও গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না?

(ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (খ) একমাত্রিক সংঘর্ষে
(গ) দ্বিমাত্রিক সংঘর্ষে (ঘ) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে

৩। $m_1 >> m_2$ হলে এবং $u_2 = 0$ হলে কোনটি সঠিক

(ক) $v_1 = -u_1$ এবং $v_2 = 2u_1$ (খ) $v_1 = u_1$ এবং $v_2 = -2u_1$
(গ) $v_1 = u_1$ এবং $v_2 = 2u_1$ (ঘ) $v_1 = u_1$ এবং $v_2 = 0$

৪। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ–

i) সাধারণত অণু, পরমাণু ও মৌলিক কণিকার মধ্যে হয়
ii) বল বিয়ারিংয়ের মধ্যে
iii) দুটি কাদা গোলা পরস্পরের সাথে আটকে গেলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.৬ জড়তার ভ্রামক
Moment of Inertia

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কয়েকটি সরল ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যসার্ধ নির্ণয় করতে পারবেন।

৩.৬.১ জড়তার ভ্রামক (Moment of inertia) ঃ

সংজ্ঞা ঃ একটি কণার ভর ও ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলকে উক্ত কণার জড়তার ভ্রামক বলে। বস্তু মধ্যস্থিত সবগুলো কণার জড়তার ভ্রামকের সমষ্টিকে উক্ত বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

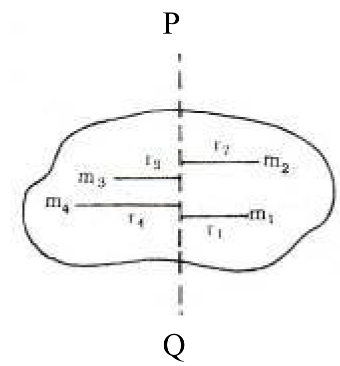
ব্যাখ্যা ঃ ধরা যাক, একটি বস্তু উল্লম্ব অক্ষ PQ এর সাপেক্ষে ঘূর্ণরত (চিত্র ঃ ৩.৮)।

কণাটির ভর $= m$

ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্ব $= r$

সংজ্ঞা অনুযায়ী, কণাটির জড়তার ভ্রামক,

$I = mr^2$ ... ... (৩.১৮)



চিত্র: ৩.৮

জড়তার ভ্রামক কণা বা কণাসমূহের তথা বস্তুর কৌণিক বেগের উপর নির্ভর করে না। এটি নির্ভর করে ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুর ভর বন্টনের উপর। কৌণিক বেগ কম বা বেশি হলে কৌণিক ভরবেগ ও গতিশক্তি কম বা বেশি হবে কিন্তু ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক অপরিবর্তিত থাকবে।

৩.৬.২ চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Radius of gyration) ঃ

৩.১৮নং সমীকরণ হতে পাই, সমগ্র বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক,

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2$$

$$\therefore I = \sum mr^2$$

ধরা যাক, ঘূর্ণনরত বস্তুটির মোট ভর $= M$;

কল্পনা করা যাক, বস্তুটির সমস্ত ভর একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে। ঘূর্ণন অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্ব $= K$ । K এর মান এমন যাতে, $MK^2 = \sum mr^2 = I$ । কাল্পনিক এ দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

সংজ্ঞা ঃ ঘূর্ণন অক্ষ হতে এমন একটি দূরত্ব আছে যেখানে বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে বলে মনে করলে জড়তার ভ্রামক পরিবর্তিত হয় না। ঐ দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

অনুধাবন ১১: চক্রগতির ব্যাসার্ধ 5m বলতে কী বোঝেন? ব্যাখ্যা করুন।

৩.৬.৩ জড়তার ভ্রামকের তাৎপর্য ঃ

(১) রৈখিক গতির ক্ষেত্রে চলমান বস্তুর রৈখিক ভরবেগ = ভর $\times$ বেগ = Mv

ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ=জড়তার ভ্রামক$\times$কৌণিক বেগ=$I\omega$

(২) রৈখিক গতির ক্ষেত্রে বস্তুর রৈখিক গতিশক্তি = $\frac{1}{2}\times$ভর$\times$(রৈখিক বেগ)^২ = $\frac{1}{2}Mv^2$

ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে বস্তুর কৌণিক গতিশক্তি $=\frac{1}{2}\times$ জড়তার ভ্রামক $\times$ (কৌণিক বেগ)$^২ = \frac{1}{2}I\omega^2$

(৩) রৈখিক গতির ক্ষেত্রে রৈখিক ত্বরণের উৎস বল এবং বল = ভর × ত্বরণ = Ma

কৌণিক গতির ক্ষেত্রে রৈখিক ত্বরণের উৎস টর্ক এবং টর্ক = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ = $I\alpha$

সুতারাং রৈখিক গতির ক্ষেত্রে বস্তুর ভরের যে ভূমিকা, কৌণিক গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকের সেই ভূমিকা। আবার রৈখিক গতির ক্ষেত্রে বল যেমন ত্বরণ সৃষ্টি করে, কৌণিক গতির ক্ষেত্রে টর্ক তেমনি কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে।

৩.৬.৪ জড়তার ভ্রামকের মাত্রা ও একক ঃ

মাত্রা : জড়তার ভ্রামক = ভর × অক্ষ হতে দূরত্ব বা চক্রগতির ব্যাসার্ধ। অর্থাৎ ML^2

একক : এস.আই. একক কিলোগ্রাম মিটার^২ (kgm^2)।

৩.৬.৫ জড়তার ভ্রামকের উপপাদ্য :

জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য রয়েছেঃ এগুলি হচ্ছে :

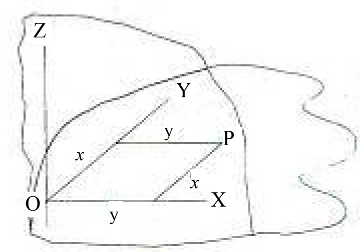
(ক) লম্ব অক্ষ সমূহের উপপাদ্য।

(খ) সমান্তরাল অক্ষ সমূহের উপপাদ্যঃ

কোনো একটি অক্ষ সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক জানা থাকলে এই উপপাদ্যদ্বয়ের সাহায্যে সহজে ঐ অক্ষের সাথে লম্ব বা সমান্তরাল অন্য যে কোনো অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করা সম্ভব।

(ক) লম্ব অক্ষসূহের উপপাদ্য : কোনো সুষম সমতল পাতের তলে পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুটি অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি অক্ষ দুইটির ছেদ বিন্দুতে অংকিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান।

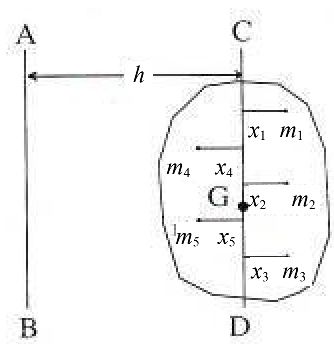
ধরি, কোনো সুষম পাতের সমতলে পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুটি অক্ষ OX এবং OY এর সাপেক্ষে পাতের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x ও I_y। ঐ পাতে অবস্থিত এবং এই দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অংকিত লম্ব OZ বরাবর পাতের জড়তার ভ্রামক I_z হলে $I_x + I_y = I_z$



চিত্র: ৩.৯

(খ) সমান্তরাল অক্ষসমূহের উপপাদ্য : যেকোনো অক্ষ সাপেক্ষে একটি সমতল পাতের জড়তার ভ্রামক ঐ অক্ষের সমান্তরাল এবং পাতের ভারকেন্দ্রগামী অপর একটি অক্ষ সাপেক্ষে পাতের জড়তার ভ্রামক এবং অক্ষদ্বয়ের অন্তবর্তী দূরত্বের বর্গ ও পাতের ভরের গুণফল এই দুইয়ের সমষ্টির সমান।

ধরি, AB অক্ষ সাপেক্ষে M ভরের একটি পাতলা সমতল A পাতের জড়তার ভ্রামক I। CD অক্ষ AB অক্ষের সমান্তরাল এবং পাতের ভারকেন্দ্রগামী। আবার CD অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক I_G এবং AB ও CD অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব h হলে, $I = I_G + Mh^2$

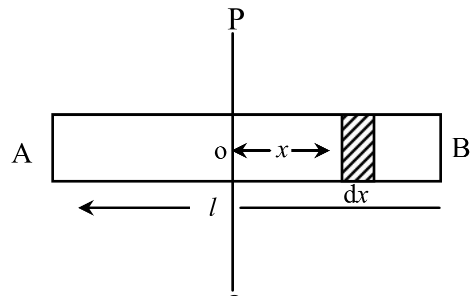


চিত্র: ৩.১০

কতিপয় বস্তুর জড়তার ভ্রামক

১। একটি সরু ও সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে এবং তার দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় ঃ

ধরি, AB দণ্ডের ভর M, দৈর্ঘ্য L এবং এর মধ্য বিন্দু O দিয়ে দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষ PQ (চিত্র ৩.১১)। দণ্ডটি PQ এর চতুর্দিকে ঘুরছে।



চিত্রঃ ৩.১১

ধরি, মধ্যবিন্দু O হতে x দূরত্বে ক্ষুদ্র dx দৈর্ঘ্যের একটি অংশ। দণ্ডের একক দৈর্ঘ্যে ভর $=\frac{M}{l}$

$\therefore dx$ দৈর্ঘ্যের ভর $=\frac{M}{l}\times dx$

$\therefore PQ$ অক্ষ সাপেক্ষে ঐ ক্ষুদ্র dx অংশের জড়তার ভ্রামক $=\frac{M}{l}\times dx\times x^2$

কিন্তু দণ্ডটি অনেকগুলো অনুরূপ ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের সমষ্টি।

$\therefore PQ$ অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডের জড়তার ভ্রামক,

$$I=\int_{-l/2}^{+l/2}\frac{M}{l}x^2dx=\frac{M}{l}\int_{-l/2}^{+l/2}x^2dx=\frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{+l/2}$$

$$=\frac{M}{3l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^3-\left(-\frac{l}{2}\right)^3\right]=\frac{M}{3l}\left[\frac{l^3}{8}+\frac{l^3}{8}\right]$$

$$\therefore I=\frac{M}{12}l^2$$

আবার, চক্রতার ব্যাসার্ধ, K হলে, $MK^2=\frac{Ml^2}{12}$

$$\therefore K=\sqrt{\frac{l^2}{12}}=\frac{l}{\sqrt{12}}=\frac{l}{2\sqrt{3}}$$

২। সরু সুষম দণ্ডের এক প্রান্ত দিয়ে এবং তার দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে অতিক্রমকারী অক্ষ সাপেক্ষে ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করুন (নিজে করুন):

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৬: একটি চাকার ভর 6 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 40 cm। এর জড়তার ভ্রামক বের করুন।

সমাধানঃ আমরা পাই,

$$I=MK^2$$
$$=6\times(0.4)^2$$
$$=0.96\text{ kgm}^2$$

এখানে,
চাকার ভর, $M=6$ kg
চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K=40$ cm $=0.4$ m

উত্তরঃ 0.96 kgm^2

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৭: একটি বস্তু কণার ভর 4 kg এবং ঘূর্ণন অক্ষ হতে কণার লম্ব দূরত্ব 0.2 m এর জড়তার ভ্রামক কত?

সমাধানঃ আমরা পাই,

$$I=Mr^2$$
$$=4\times(0.2)^2$$
$$=0.16\text{ kgm}^2$$

এখানে,
ভর, $M=4$ kg
ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্ব, $r=0.2$ m

উত্তরঃ 0.16 kgm^2

সার-সংক্ষেপ :

- **জড়তার ভ্রামক:** কোনো কণার ভর ও ঘূর্ণন অক্ষ হতে এর লম্ব দূরত্বের বর্গের গুনফলকে উক্ত কনার জড়তার ভ্রামক বলে।
- **চক্রগতির ব্যাসার্ধ:** ঘূর্ণন অক্ষ হতে এমন একটি দূরত্ব আছে যেখানে বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে বলে মনে করলে জড়তার ভ্রামক পরিবর্তিত হয় না। ঐ দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৬

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নিম্নের কোন রাশির উপর নির্ভর করে না?

(ক) ভর (খ) ভরের বন্টন (গ) কৌণিক গতি (ঘ) ঘূর্ণন অক্ষ

২। কোনটি সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য?

(ক) $I = I_x + I_y$ (খ) $I = IG + Mk$

(গ) $I = I_G + Mh^2$ (ঘ) $IG = I + Mk^2$

৩। ঘূর্ণন অক্ষ হতে r দূরত্বে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র ভর dm হলে নিরবিচ্ছিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক কোনটি?

(ক) $\int rdm$ (খ) $\int r^2dm$

(গ) $\frac{1}{2}\int rdm$ (ঘ) $\frac{1}{2}\int r^2dm$

৪। একটি চাকার ভর 2 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 5 m । চাকাটির জড়তার ভ্রামক–

(ক) 25 kgm^{-2} (খ) 2.5 kgm^2 (গ) 0.25 kgm^2 (ঘ) 50 kgm^2

পাঠ-৩.৭ কৌণিক ভরবেগ
Angular Momentum

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কৌণিক ভরবেগ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কৌণিক বেগের সাথে কৌণিক ভরবেগের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবেন।

৩.৭.১. কৌণিক ভরবেগ (Angular Momentum) :

সংজ্ঞা: ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

ব্যাখ্যা: মনেকরি, $\vec{r}=$ ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং $\vec{p}=$ বস্তুর রৈখিক ভরবেগ অতএব, সংজ্ঞানুসারে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ

$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$ .... (৩.১৯)

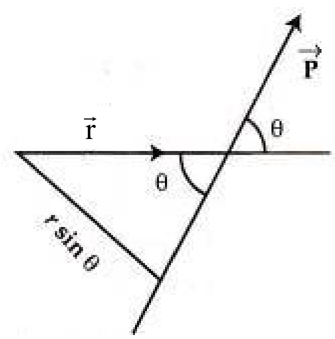
এটি একটি ভেক্টর রাশি।

মান ও দিক : কৌণিক ভরবেগের মান, $L = rp\sin\theta$

এখানে θ হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{p}$ এর মধ্যবর্তী কোণ [চিত্র ৩.১২]। ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্ব হচ্ছে $r\sin\theta$।

অতএব, কোনো বস্তুকণার ভরবেগ ও ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফল কৌণিক ভরবেগের মান নির্দেশ করে।

$\vec{r}$ ও $\vec{p}$ যে তলে অবস্থিত $\vec{L}$ এর দিক হবে ঐ তলের লম্ব বরাবর। ক্রস গুণনের নিয়ম দ্বারা $\vec{L}$ এর দিক নির্ধারিত হবে।



চিত্র: ৩.১২

একক ও মাত্রা

S.I. পদ্ধতিতে কৌণিক ভরবেগের একক হচ্ছে $\mathrm{kg}\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\mathrm{m}=\mathrm{kg}\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}=\mathrm{kgm^2s^{-1}}$

এবং মাত্রা হচ্ছে $\mathrm{ML^2T^{-1}}$।

৩.৭.২ : কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের বা জড়তার মধ্যে সম্পর্ক :

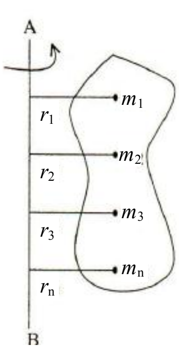
মনে করি, M ভরের একটি বস্তু $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots\ldots\ldots m_n$ ভরের n সংখ্যক কণা দিয়ে তৈরী এবং অক্ষ হতে কণাগুলির লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots\ldots\ldots r_n$ (চিত্র-৩.১৩)। বস্তুটি AB অক্ষের চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকলে এর প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ হবে ω। কিন্তু ঘূর্ণন অক্ষ হতে বস্তু কণাগুলির লম্ব দূরত্ব সমান না হওয়ায় এদের রৈখিক বেগ সমান হবে না।

১ম কণার ভরবেগ $= m_1v_1 = m_1r_1\omega$

২য় কণার ভরবেগ $= m_2v_2 = m_2r_2\omega$

৩য় কণার বরবেগ $= m_3v_3 = m_3r_3\omega$

n তম কণার ভরবেগ $= m_nv_n = m_nr_n\omega$



চিত্র: ৩.১৩

১ম কণার কৌণিক ভরবেগ, $L_1 = m_1 r_1 \omega \times r_1 = m_1 r_1^2 \omega$
২য় কণার কৌণিক ভরবেগ, $L_2 = m_2 r_2 \omega \times r_2 = m_2 r_2^2 \omega$
৩য় কণার কৌণিক বরবেগ, $L_3 = m_3 r_3 \omega \times r_3 = m_3 r_3^2 \omega$
n তম কণার কৌণিক ভরবেগ, $L_n = m_n r_n \omega \times r_n = m_n r_n^2 \omega$
বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ কণাগুলির কৌণিক ভরবেগের সমষ্টির সমান
ধরি, বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ $= L$

$$\therefore L = L_1 + L_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + L_n$$
$$= m_1 r_1^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega + m_3 r_3^2 \omega + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m_n r_n^2 \omega$$
$$= (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m_n r_n^2)\omega$$

$= \sum (m_i r_i^2)\omega$ এখানে i দ্বারা ১,২,৩-- ইত্যাদি সংখ্যা এবং $\sum$ দ্বারা সমষ্টি বুঝায়

$\sum (m_i r_i^2)$ কে AB অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলে। একে I দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\therefore I = \sum m_i r_i^2$$

বা, $L = I\omega$ ....(৩.২০)

সুতরাং কৌণিক ভরবেগ = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক বেগ।

রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভরের যে ভূমিকা কৌণিক গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামকের সে ভূমিকা। সুতরাং কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগ বস্তুটির জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফলের সমান।

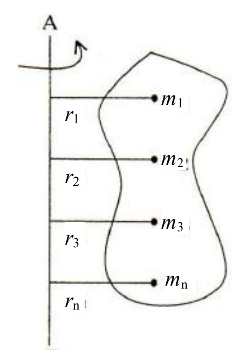
৩.৭.৩ ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি (Kinetic Energy of a Rotating Body) ঃ

ধরি, M ভরের একটি দৃঢ় বস্তু AB অক্ষের চারদিকে ঘুরছে। বস্তুটি AB অক্ষের চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকলে এর প্রতিটি কণার কৌণিক বেগ ω।

M ভরের বস্তুটি $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots\ldots\ldots m_n$ ভরের n সংখ্যক কণা নিয়ে গঠিত এবং এ কণাগুলির AB অক্ষ থেকে লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots\ldots\ldots r_n$ (চিত্র-৩.১৪) যেহেতু এই দূরত্বগুলি সমান নয় সুতরাং কণাগুলির রৈখিক বেগ সমান হবে না।

অতএব,

m_1 ভরবিশিষ্ট কণার রৈখিক বেগ, $v_1 = r_1 \omega$
m_2 ভরবিশিষ্ট কণার রৈখিক বেগ, $v_2 = r_2 \omega$
m_3 ভরবিশিষ্ট কণার রৈখিক বেগ, $v_3 = r_3 \omega$
....
....
m_n ভরবিশিষ্ট কণার রৈখিক বেগ, $v_n = r_n \omega$



চিত্র: ৩.১৪

আবার,

m_1 ভরবিশিষ্ট কণার গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2$

m_2 ভরবিশিষ্ট কণার গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2}m_2 v_2{}^2 = \frac{1}{2}m_2 r_2{}^2 \omega^2$

m_3 ভরবিশিষ্ট কণার গতিশক্তি, $E_3 = \frac{1}{2}m_3 v_3{}^2 = \frac{1}{2}m_3 r_3{}^2 \omega^2$

....

....

m_n ভরবিশিষ্ট কণার রৈখিক বেগ, $E_n = \frac{1}{2}m_n v_n{}^2 = \frac{1}{2}m_n r_n{}^2 \omega^2$

$\therefore$ সমগ্র বস্তুর গতিশক্তি, $E = E_1 + E_2 + E_3 + ...E_n$

$$= \frac{1}{2}m_1 r_1{}^2 \omega^2 + \frac{1}{2}m_1 r_2{}^2 \omega^2 + \frac{1}{2}m_3 r_3{}^2 \omega^2 + ... + \frac{1}{2}m_n r_n{}^2 \omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 [m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + m_3 r_3{}^2 .... + m_n r_n{}^2]$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 \sum m_i r_i{}^2$$ [এখানে $\sum$ দ্বারা সমষ্টি বুঝায়।]

$$= \frac{1}{2} I\omega^2 \text{ .... (৩.২১)}$$

এখানে, $I = \sum m_i r_i{}^2 = m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + m_3 r_3{}^2 .... + m_n r_n{}^2$; একে জড়তার ভ্রামক বলে।

> অনুধাবন ১২: চক্রগতির ব্যাসার্ধের সাথে জড়তার ভ্রামকের সম্পর্ক ব্যাখ্যা করুন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৮: কৌণিক ভরবেগ কত হলে 200 kgm^2 জড়তার ভ্রামক বিশিষ্ট বস্তুর কৌণিক বেগ 5 rads^{-1} হবে?

সমাধান: আমরা জানি,

$L = I\omega$

$= 2000 \times 5$

$= 1000$ kgm^{2}s^{-1}

উত্তর: 1000 kgm^{2}s^{-1}

এখানে,
জড়তার ভ্রামক, $I = 200$ kgm^2
কৌণিক বেগ, $\omega = 5$ rads^{-1}
কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৯: একটি ধাতব গোলকের ভর 5 g। এটিকে 2 m দীর্ঘ একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে 4 বার ঘূরানো হচ্ছে। এর কৌণিক ভরবেগ কত?

সমাধান: আমরা জানি,

$L = mvr$

$= m\omega r^2$

$= m\left(\frac{2\pi N}{t}\right) r^2$

$= 0.005 \times \left(\frac{2 \times 3.14 \times 4}{1}\right) 2^2$

$= 0.5$ kgm^{2}s^{-1}

উত্তর: 0.5 kgm^{2}s^{-1}

এখানে,
গোলকের ভর, $m = 5$ g $= 0.005$ kg
সূতার দৈর্ঘ্য, $r = 2$ m
ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 4$
সময়, $t = 1$ s
কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

সার-সংক্ষেপ :

- **কৌণিক ভরবেগ:** ঘূর্ণায়মান কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে। $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
- কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক $L = I\omega$
- ঘূর্ণনশীল বস্তুর গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2} I\omega^2$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৭

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামককে কী বলে?

(ক) গতি জড়তা (খ) স্থিতি জড়তা
(গ) সামষ্টিক জড়তা (ঘ) ঘূর্ণন জড়তা

২। ঘূর্ণনরত কোনো কণার কৌণিক গতিবেগ পরিবর্তিত হওয়া সত্ত্বেও কোনটি অপরিবর্তিত থাকবে?

(ক) রৈখিক দ্রুতি (খ) জড়তার ভ্রামক
(গ) কৌণিক ভরবেগ (ঘ) ঘূর্ণন গতিশক্তি

৩। কোনো বিন্দুর সাপেক্ষে ভরবেগের ভ্রামককে কী বলা হয়?

(ক) জড়তার ভ্রামক (খ) ভরের ভ্রামক
(গ) কৌণিক ভরবেগ (ঘ) টর্ক

৪। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক $2\ \text{kgm}^{-2}$। চাকাটি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। এর কৌণিক ভরবেগ কত?

(ক) π (খ) 2π
(গ) 3π (ঘ) 4π

৫। কৌণিক ভরবেগ–

i) বস্তুর কৌণিক গতির ওপর নির্ভর করে
ii) ভরবেগের ভ্রামকের সমান
iii) বস্তুর ভর ও কৌণিক বেগের গুণফল

নিচের কোনটি সঠিক

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.৮ টর্ক
Torque

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- টর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কৌণিক ত্বরণের সাথে টর্কের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবেন।
- ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র সমূহ লিখতে পারবেন।
- কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৩.৮.১ দ্বন্দ্ব (Couple)

সংজ্ঞাঃ একটি বস্তুর দুটি ভিন্ন বিন্দুতে দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করলে উক্ত বলদ্বয়কে দ্বন্দ্ব বা যুগল বা জোড়বল বলে।

ব্যাখ্যা: ৩.১৫ চিত্রে QR একটি দৃঢ় বস্তু। বস্তুটির A ও B বিন্দুতে দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করা হলো। বলদ্বয় হচ্ছে, F, F। এ দুটি বল মিলে একটি দ্বন্দ্ব তৈরি হয়।

বলদ্বয়ের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বকে দ্বন্দ্বের বাহু (arm of the couple) বলে।

৩.৮.২ দ্বন্দ্বের ভ্রামক (Moment of the Couple)

ধরা যাক, ৩.১৫ চিত্রে প্রদর্শিত দ্বন্দ্বের প্রভাবে বস্তুটি O বিন্দু সাপেক্ষে ঘুরছে।

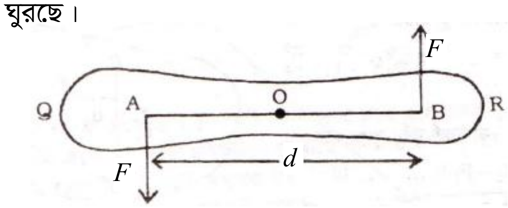
O বিন্দুর সাপেক্ষে বলদ্বয় তথা দ্বন্দ্বের ভ্রামক,

$\tau = F.\mathrm{OA} + F.\mathrm{OB}$ ($\because$ উভয়েই ধনাত্মক)

$= F(\mathrm{OA}+\mathrm{OB})$

$= F.\mathrm{AB}$

বা, $\tau = Fd$ ... ... (৩.২২)



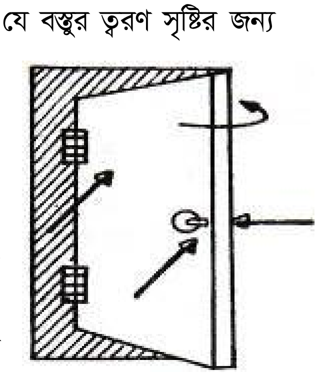
চিত্র: ৩.১৫

সুতরাং, দ্বন্দ্বের ভ্রামক= দ্বন্দ্ব সৃষ্টিকারী যে কোনো একটি বলের মান × দ্বন্দ্বের বাহু।

অনুধাবন ১২:	কব্জার কাছাকাছি ঠেলে কোনো দরজা খোলা বা বন্ধ করা অপেক্ষা দরজার বাইরের ধারটির কব্জার কাছাকাছি ঠেলে খোলা বা বন্ধ করা সহজতর– ব্যাখ্যা করুন।

৩.৮.৩ টর্ক (Torque):

চলন গতির ক্ষেত্রে বস্তুর রৈখিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি হলো বল। অর্থাৎ আমরা দেখি যে বস্তুর ত্বরণ সৃষ্টির জন্য বস্তুতে একটি বল অবশ্যই ক্রিয়া করে। এখন ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে বস্তুর কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে হলে সংশ্লিষ্ট রাশিটি কী হবে। ঘূর্ণন গতিতে কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টির জন্য সংশ্লিষ্ট বা যুক্ত যে রাশি তা হলো টর্ক বা বলের ভ্রামক। দৈনন্দিন জীবনে আমরা বাস্তব অভিজ্ঞতার আলোকে দেখতে পাই যে, একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বল একটি ঘূর্ণনশীল দরজায় বিভিন্ন পরিমাণ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে। এটি নির্ভর করে বলটি দরজায় কোন বিন্দুতে এবং কোন দিকে প্রয়োগ করা হয়েছে তার ওপর। দরজার বাইরের প্রান্তে লম্বভাবে প্রযুক্ত বল দরজায় সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। অথচ সেই একই পরিমাণ বল যদি দরজার কব্জায় বা ঘূর্ণন অক্ষে প্রয়োগ করা হয়, তখন দরজায় আদৌ কোনো কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হয় না বা বাস্তবে দরজাটি স্থির থাকে। সুতরাং টর্ক হচ্ছে ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে বলের সমতুল্য রাশি। যখন ঘূর্ণন অক্ষ থেকে দূরে কোনো বিন্দুতে বল প্রয়োগ করা হয় তখন বস্তুতে ঘূর্ণন ক্রিয়ার সৃষ্টি হয়।



চিত্র: ৩.১৬

আর বলের এই ঘূর্ণন ক্রিয়া সৃষ্টির পরিমাপ হচ্ছে টর্ক। অর্থাৎ টর্ক ঘূর্ণন প্রবণতা সৃষ্টি করে (চিত্র: ৩.১৬)।

সংজ্ঞা ঃ ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর এবং কণাটির ওপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফল বা ক্রস গুণফলকে টর্ক বলে।

ব্যাখ্যা ঃ ধরা যাক, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দু O এর সাপেক্ষে P বিন্দুতে অবস্থানরত কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ (চিত্র ৩.১৭)। কণাটির ওপর প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ হলে, মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বা বলের ভ্রামক $\vec{\tau}$ হবে,

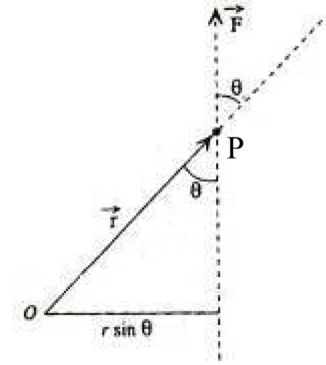
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{.......... ....} \quad (৩.২৩)$$

টর্ক হচ্ছে একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ও দিক দুটিই রয়েছে।

<u>মাত্রা :</u> টর্কের মাত্রা হচ্ছে বল × দূরত্ব-এর মাত্রা

অর্থাৎ $MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$

<u>একক :</u> এস.আই. পদ্ধতিতে টর্কের একক হলো Nm



চিত্র: ৩.১৭

৩.৮.৪ কৌণিক গতির ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র

রৈখিক গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্রগুলো ইতোপূর্বে আলোচনা করা হয়েছে। কৌণিক গতির ক্ষেত্রেও নিউটনের অনুরূপ তিনটি সূত্র আছে। নিম্নে সূত্রগুলো বর্ণনা করা হলো :

প্রথম সূত্র: বস্তুর ওপর বাহ্যিক টর্ক ক্রিয়া না করলে, স্থির বস্তু স্থির থাকবে এবং ঘূর্ণনরত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে।

দ্বিতীয় সূত্র: ঘূর্ণনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর ওপর প্রকুক্ত টর্কের সমানুপাতিক এবং কৌণিক ভরবেগের এই পরিবর্তন প্রযুক্ত টর্কের দিকেই ঘটে।

তৃতীয় সূত্র: ঘূর্ণনরত বস্তর ক্ষেত্রে প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক টর্কের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক আছে।

৩.৮.৫ টর্ক জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক

ধরা যাক, একটি দৃঢ় বস্তুর একটি অক্ষ (XY) সাপেক্ষে ঘূর্ণনক্ষম (চিত্র: ৩.১৮) বস্তুটির উপর একটি টর্ক (τ) প্রয়োগ করা হলো। ধরা যাক, বস্তুটিতে n সংখ্যক কণা আছে। এদের ভর $m_1, m_2, ...m_n$ । ঘূর্ণন-অক্ষ হতে এদের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, ...r_n$ । প্রযুক্ত টর্ক বিভিন্ন কণার মধ্যে বন্টিত হয়ে যাবে। ধরা যাক, কণাগুলোর উপর কার্যরত টর্ক যথাক্রমে $\tau_1, \tau_2, ...\tau_n$ ।

$$\therefore \tau = \tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_n \text{ ....} \quad (৩.২৪)$$

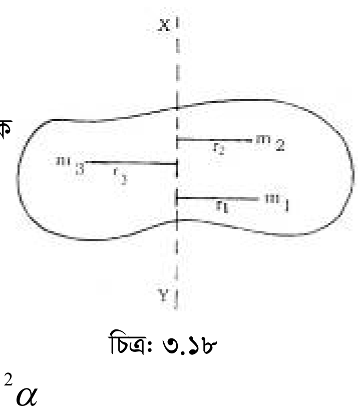
আমরা জানি, একটি দৃঢ় বস্তুর ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে, বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক ত্বরণ সমান। ধরা যাক, কৌণিক ত্বরণ $= \alpha$

m_1 ভরবিশিষ্ট কণার কৌণিক ত্বরণ $= \alpha$

” ” ” রৈখিক ত্বরণ, $a_1 = r_1\alpha$

” ” ” উপর কার্যরত বল, $F_1 = m_1 r_1 \alpha$

” ” ” উপর কার্যরত টর্ক, $\tau_1 = F_1 r_1 = m_1 r_1 \alpha \times r_1 = m_1 r_1^2 \alpha$



চিত্র: ৩.১৮

একইভাবে, বিভিন্ন কণার উপর কার্যরত টর্ক নির্ণয় করা যেতে পারে। (৩.২৪) হতে,

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_n$$

$$=m_1r_1^2\alpha+m_2r_2^2\alpha+................m_nr_n^2\alpha$$
$$=m_1r_1^2\alpha+m_2r_2^2\alpha+................m_nr_n^2\alpha$$
$$=(m_1r_1^2+m_2r_2^2+................)\alpha$$
$$=(\sum mr^2)\alpha$$
$$=I\alpha$$

বা, $\tau=I\alpha$ .... (৩.২৫)

সুতরাং, টর্ক = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ।

$\tau=I\alpha$ সমীকরণ হতে ২য় সূত্র প্রতিপাদন

$$\tau=I\alpha$$
$$=I\frac{d\omega}{dt}=I\frac{d\omega}{dt}+0$$
$$=I\frac{d\omega}{dt}+\omega\frac{dI}{dt}\quad[\because I \text{ ধ্রুবক, } \frac{dI}{dt}=0]$$
$$=\frac{d}{dt}(I\omega)$$
$$=\frac{dL}{dt}$$ .... (৩.২৬)

$\therefore$ টর্ক = কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার।

২য় সূত্র হতে ১ম সূত্র প্রমাণ:

২য় সূত্র অনুযায়ী, $\tau=\dfrac{dL}{dt}$

$\tau=0$ (শূন্য) হলে, $\dfrac{dL}{dt}=0$

বা, $L=$ ধ্রুবক।

কাজেই প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে, কৌণিক ভরবেগ পরিবর্তিত হবে না। অর্থাৎ, স্থির বস্তু স্থির থাকবে এবং ঘূর্ণনরত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে। এটিই হচ্ছে একটি বস্তুর ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্র।

অনুধাবন ১৩: কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক এবং বস্তুর কৌণিক ভরবেগ– এদের দিক কি সবসময় একই হয়?

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১০: একটি চাকার ভর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর ঘূর্ণন জড়তা (জড়তার ভ্রামক) কত? চাকাটি 4 rads^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

সমাধানঃ আমরা জানি,

$I=MK^2$

$=5\times(0.25)^2=0.3125\ \text{kgm}^2$

আবার টর্ক, $\tau=I\alpha$

$=0.3125\times4=1.25$ Nm

উত্তরঃ 1.25 Nm

এখানে,
ভর, $M=5$ kg
চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K=25$ cm $=0.25$ m
জড়তার ভ্রামক, $I=?$
এখানে,
কৌণিক ত্বরণ, $\alpha=4$ rads^{-2}

সার-সংক্ষেপ :

- **দ্বন্দ্ব:** সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী দুটি বল যদি একই বস্তুর দুটি ভিন্ন বিন্দুতে ক্রিয়া করে তখন উক্ত বলদ্বয়কে দ্বন্দ্ব বলে।
- **টর্ক:** ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর এবং কণাটির ওপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে। $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৮

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। নিউটনের ঘূর্ণন গতি সংক্রান্ত দ্বিতীয় সূত্রানুসারে ঘূর্ণায়মান বস্তুর-

i) প্রযুক্ত টর্কের দিকেই এর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে
ii) কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার এর ওপর প্রযুক্ত টর্কের সমানুপাতিক
iii) বস্তুর কৌণিক ত্বরণ ঘটে না
নিচের কোনটি সঠিক

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। কৌণিক গতির ক্ষেত্রে নিউটনের কয়টি সূত্র বিদ্যমান

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৩। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 10 kgm^{-2}। চাকাটিতে 10 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

(ক) 10 Nm (খ) 100 Nm (গ) 50 Nm (ঘ) 200 Nm

৪। যখন কোনো কণার ওপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য তখন নিচের কোন রাশিটি ধ্রুবক হয়?

(ক) বল (খ) কৌণিক ভরবেগ
(গ) রৈখিক ভরবেগ (ঘ) কোনোটিই নয়

৫। কোনো বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামককে কী বলে?

(ক) টর্ক (খ) দ্বন্দ্ব (গ) কেন্দ্রমুখী বল (ঘ) বলের বাহু

পাঠ-৩.৯ কেন্দ্রমুখী বল
Centripetal Force

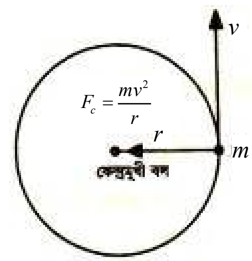
উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী প্রতিক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- রাস্তার বাঁকে ঢাল দেয়ার প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৩.৯.১ কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল ঃ
Centripetal Force and Centrifugal Force

কোনো বস্তুর উপর বাহির হতে বল প্রয়োগ না করলে এর বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। এক্ষেত্রে গতিশীল বস্তু সরলরেখায় সমবেগে চলতে থাকে। যখন কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে চলে, তখন বৃত্তপথের যেকোনো বিন্দুতে বস্তুটি স্পর্শক বরাবর যেতে চায়। বৃত্তাকার পথে ঘুরবার সময় বস্তুর উপর বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর প্রতিনিয়ত বল প্রযুক্ত হয়। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃত্তপথের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক বা বস্তুর বেগের দিকের সাথে লম্ব। সুতরাং **সরল রৈখিক গতির প্রবণতা প্রতিরোধ করে বস্তুকে বৃত্তপথে ঘূর্ণনশীল রাখার জন্য বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে একটি বল ক্রিয়া করে। এই বলই কেন্দ্রমুখী বল** (চিত্রঃ ৩.১৯)। কেন্দ্রমুখী বলের কারণে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কেন্দ্রের দিকে যে ত্বরণ সৃষ্টি হয় তাই কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।



চিত্রঃ ৩.১৯

বিভিন্ন উৎস, যেমন- যান্ত্রিক বল, মহাকর্ষ বল, চৌম্বক বল বা বৈদ্যুতিক বল হতে কেন্দ্রমুখী বল উৎপন্ন হতে পারে। কেন্দ্রমুখী বল উৎপন্ন হওয়ার জন্য ঘূর্ণায়মান বস্তু এবং ঘূর্ণন কেন্দ্রের মধ্যে সরাসরি সংযোগ থাকার প্রয়োজন নেই। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরবার সময় কেন্দ্রমুখী বল লাভ করে। আবার পরমাণুর ইলেক্ট্রনগুলো নিউক্লিয়াসের চারদিকে আবর্তন কালে কেন্দ্রমুখী বল লাভ করে।

বৃত্তাকার পথে ঘুরাবার জন্য বস্তুর উপর কেন্দ্রমুখী বল প্রয়োগ করতে হয়। এ বলের প্রতিক্রিয়া স্বরূপ একটি বল বৃত্তের কেন্দ্রের উপর ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বাইরের দিকে ক্রিয়া করে। এটাই কেন্দ্রবিমুখী বল।

চিত্রঃ ৩.২০

কেন্দ্রবিমুখী বল কেন্দ্রমুখী বলের সমান ও বিপরীত মুখী, কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়।

একটি ঢিল সুতার এক প্রান্তে বেঁধে হাতের সাথে সুতার অপর প্রান্ত বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হলে সুতা ঢিলের উপর যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে প্রয়োগ করে তাই কেন্দ্রমুখী বল এবং সুতার মাধ্যমে আঙুলের উপর যে বল প্রযুক্ত হয় তা কেন্দ্রবিমুখী বল (চিত্রঃ ৩.২০)।

ধরাযাক, m ভরের কোন বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘুরলে কেন্দ্রমুখী বল বা কেন্দ্রবিমুখী বলের মান

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \qquad \text{(৩.২৭)}$$

এখানে $\frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ হচ্ছে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।

অনুধাবন-১৪: একটি ঢিলকে লম্বা সুতোয় বেঁধে ঘোরানোর চেয়ে ছোটো সুতোয় বেঁধে ঘুরানো কম কষ্টসাধ্য কেন? ব্যাখ্যা করুন।

৩.৯.২ কেন্দ্রমুখী বলের মান ও দিক নির্ণয় ঃ

ধরা যাক, একটি কণা একটি বৃত্তপথে সম-দ্রুতিতে আবর্তনরত (চিত্র ৩.২১)।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$

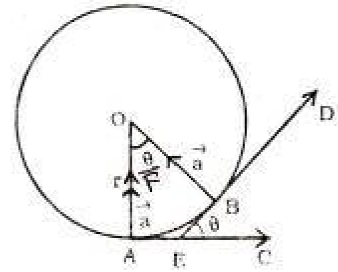
কণার সমদ্রুতি $= v$

ধরা যাক, কোনো এক মুহূর্তে কণাটি A অবস্থানে আছে। অতি ক্ষুদ্র সময় t পরে কণাটি B অবস্থানে পৌছায়। A অবস্থানে এর বেগ স্পর্শক AC বরাবর। B অবস্থানে বেগ স্পর্শক BD বরাবর।

AC ও BD এর মিলনবিন্দু হচ্ছে E

$OAEB$ চতুর্ভুজে

$\angle AOB + \angle AEB = 2$ সমকোণ



চিত্র: ৩.২১

আবার, $\angle BEC + \angle AEB = 2$ সমকোণ

$\therefore \angle BEC + \angle AOB = \theta$;

B বিন্দুতে কণাটির যে বেগ তাকে দুটি উপাংশ বিভক্ত করা যেতে পারে।

AC এর সমান্তরাল দিকে উপাংশ, $v_x = v\cos\theta$

AO এর সমান্তরাল দিকে উপাংশ, $v_y = v\sin\theta$

t সময়টি অতি ক্ষুদ্র। তাই, θ কোণটি অতি ক্ষুদ্র এবং B ও A বিন্দুতে অতি নিকটবর্তী।

আমারা জানি, θ অতি ক্ষুদ্র হলে, $\cos\theta = 1$ এবং $\sin\theta = \theta$ (রেডিয়ান এককে)

$\therefore B$ অবস্থানে, $v_x = v, v_y = v\theta$

আবার, A অবস্থানে, $v_x = v, v_y = 0$

অর্থাৎ, A অবস্থান হতে B অবস্থানে গেলে

v_x এর পরিবর্তন $= 0$

v_y এর পরিবর্তন $= v\theta$

দেখা যাচ্ছে যে, AC বরাবর বেগের কোনো পরিবর্তন নেই, অর্থাৎ, কোনো ত্বরণ নেই। AO বরাবর বেগের পরিবর্তন $v\theta$। অতএব, AO বরাবর ত্বরণ আছে এবং এর মান $= \frac{v\theta}{t}$।

$\therefore$ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v\theta}{t} = v\omega = v \times \frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$

বা, $a = \frac{v^2}{r}$ .... (৩.২৮)

আবার, $v = \omega r$

$\therefore a = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$

বা, $a = \omega^2 r$ .... (৩.২৯)

আমরা জানি বলের ক্রিয়ায় বস্তু ত্বরিত হয়।

নিউটনের ২য় গতিসূত্র হতে পাই,

কেন্দ্রমুখী বল, $F = ma$

বা, $F = \dfrac{mv^2}{r}$

বা, $F = \dfrac{m(\omega r)^2}{r}$

বা, $F = m\omega^2 r$ .... (৩.৩০)

ভেক্টররূপে, $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$ .... (৩.৩১)

এখানে, (১) $\vec{r}$ হচ্ছে ব্যাসার্ধ ভেক্টর। $\vec{F}$ ও $\vec{r}$ এর অভিমুখ পরস্পর বিপরীতমুখী তাই (৩.৩১) নং সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়েছে।

৫.১৬. কেন্দ্রমুখী বলের আলোকে কয়েকটি ঘটনার ব্যাখ্যা ঃ

(১) বক্র পথে চলার সময় সাইকেল আরোহী তার শরীরকে বক্রতার কেন্দ্রের দিকে হেলিয়ে দেয় ঃ

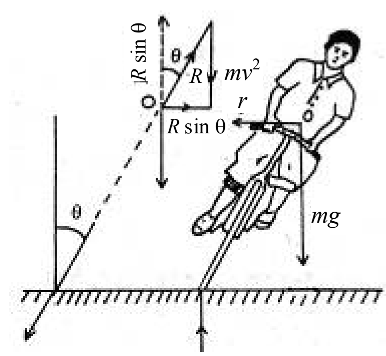
বক্র পথে চলার সময় সাইকেলে আরোহী তার শরীরকে বক্রতার চলার সময় আরোহী এবং সাইকেলে যে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন তা যোগানোর জন্যই আরোহীকে তার শরীর বক্রতার কেন্দ্রের দিকে হেলিয়ে রাখতে হয়।

মনে করি, সাইকেলসহ আরোহীর ভর m অর্থাৎ ওজন mg এবং r বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো বক্রপথে v সমদ্রুতিতে চলতে গিয়ে তাকে উল্লম্বের সাথে θ কোণে হেলিয়ে থাকতে হয়। অতএব, সাইকেলসহ আরোহীতে সৃষ্ট কেন্দ্রমুখী বল $= \dfrac{mv^2}{r}$। যদি সাইকেলের উপর রাস্তার প্রতিক্রিয়া R হয় তবে ভারসাম্যবস্থায় প্রতিক্রিয়া বল R এর অনুভূমিক উপাংশ $R\sin\theta$, কেন্দ্রমুখী বল $\dfrac{mv^2}{r}$ এবং R- এর উলম্ব উপাংশ $R\cos\theta$, ওজন mg এর সমতা রক্ষা করে।

অর্থাৎ, $R\sin\theta = \dfrac{mv^2}{r}$ এবং $R\cos\theta = mg$

$\therefore \dfrac{R\sin\theta}{R\cos\theta} = \dfrac{mv^2/r}{mg}$ বা, $\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$

বা, $\theta = \tan^{-1}\dfrac{v^2}{rg}$ .... (৩.৩২)



চিত্র: ৩.২২

অতএব, সমীকরণ (৩.৩২) হতে বলা যায় -

(i) বেশি দ্রুতিতে বক্রপথে চলতে হলে বক্রতার কেন্দ্রের দিকে বেশি হেলে থাকতে হবে এবং

(ii) বেশি বাঁকের রাস্তায় বেশি হেলে থাকতে হবে।

অনুধাবন-১৫: বাঁকা পথে অতি দ্রুত গতিশীল গাড়ি কেন উল্টে যায়?

(২) বাঁকের রাস্তা কিংবা রেল লাইন কাত করে রাখা হয় ঃ

বাঁকের রাস্তা কিংবা রেল লাইনের বক্রতার কেন্দ্রের দিকের পার্শ্ব অপর পার্শ্ব অপেক্ষা নিচু করে রাখা হয়। এ ব্যবস্থাকে রাস্তায় ব্যাংকিং বলা হয়। মোটরগাড়ি বা রেল গাড়ি বাঁকের রাস্তা অতিক্রম করার সময় গাড়ীতে কেন্দ্রমুখী বল না থাকলে গাড়ি বাঁকের বিপরীত পার্শ্বে ছিটকে পড়তে পারে। কাজেই এ ধরনের দূর্ঘটনার হাত হতে গাড়ীকে রক্ষা করার জন্য বাঁকের রাস্তায় ব্যাংকিং প্রয়োজন হয়।

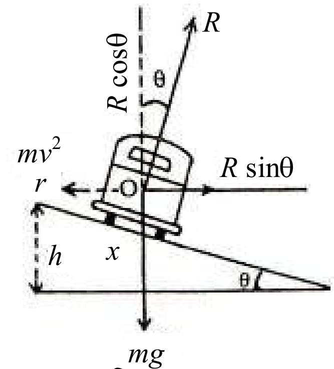
মনেকরি, m ভরের অর্থাৎ mg ওজনের একটি গাড়ি r বক্রতার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বাঁকের রাস্তা, v সমদ্রুতিতে দূর্ঘটনা মুক্তভাবে অতিক্রম করবার জন্য রাস্তাটি অনুভূমিকের সাথে বক্রতার কেন্দ্রের দিকে θ কোণে আনত থাকতে হবে।

(চিত্র ৩.২৩)। এক্ষেত্রে গাড়িতে সৃষ্ট কেন্দ্রমুখী বল $=\dfrac{mv^2}{r}$। যদি গাড়ির উপর রাস্তার প্রতিক্রিয়া বল R হয় তবে সাম্যাবস্থায় প্রতিক্রিয়া বল R এর অনুভূমিক উপাংশ $R\sin\theta$, কেন্দ্রমুখী বল $\dfrac{mv^2}{r}$ এবং R এর উলম্ব উপাংশ $R\cos\theta$, ওজন mg এর সমতা রক্ষা করে।

অর্থাৎ, $R\sin\theta=\dfrac{mv^2}{r}$ এবং $R\cos\theta=mg$

$$\therefore \frac{R\sin\theta}{R\cos\theta}=\frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} \text{ বা, } \tan\theta=\frac{v^2}{rg}$$

$$\therefore \theta=\tan^{-1}\frac{v^2}{rg} \text{ .... } (৩.৩৩)$$



চিত্র: ৩.২৩

আবার রাস্তাটি যদি x একক চওড়া হয় এবং রাস্তার আনত পার্শ্ব অপেক্ষা উন্নত পার্শ্ব h একক উঁচু হয় তবে চিত্রানুসারে,

$$\sin\theta=\frac{h}{x} \text{ .... } (৩.৩৪)$$

অনুধাবন-১৬: বাঁক নেয়ার সময় উল্লম্বের সাপেক্ষে 45° কোণে হেলে পড়া কি কোনো সাইকেল চালকের পক্ষে সম্ভব? ব্যাখ্যা করুন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১১: একটি বালক 4 g ভরের একটি পাথরকে 1 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। পাথরটি 25 s এ 10 বার পূর্ণ আবর্তন করবে। সুতার টান নির্ণয় কর।

সুতার টান= কেন্দ্রমুখী বল

$$F=\frac{mv^2}{r}=m\omega^2 r$$
$$=m\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2\times r$$
$$=0.005\times\left(\frac{2\times3.14\times10}{25}\right)^2\times1=4.93\text{ N}$$

ভর, $m=5$ g $=0.005$ kg
সুতার দৈর্ঘ্য, $r=1$ m
সময়, $t=25$ s
আবর্তন সংখ্যা, $N=10$
সুতার টান, $F=?$

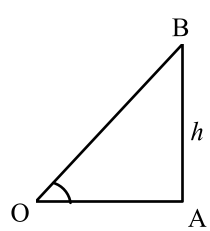
উত্তর: 4.93 N

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১২: 200 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 50.4 kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে পথটি কত কোণে কাত করে রাখতে হবে? রাস্তাটির প্রস্থ 1 m হলে, বাইরের পার্শ্ব অপেক্ষা কত উঁচু হতে হবে? $g=9.8\ ms^{-2}$

আমরা জানি,

$$\tan\theta=\frac{v^2}{rg}=\frac{(14)^2}{200\times9.8}=0.1$$
$$\therefore\theta=5.7^\circ$$

এখানে θ এর মান খুব ক্ষুদ্র বলে $\tan\theta=\sin\theta=0.1$ ধরা যায়।



এখানে,
পথের ব্যাসার্ধ, $r=200$ m
গাড়ির বেগ, $v=50.4\ kmh^{-1}=14\ ms^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g=9.8\ ms^{-2}$
রাস্তার প্রস্থ, OB = 1 m
ব্যাংকিং কোণ, $\theta=?$
ভেতরের পার্শ্ব থেকে বাইরের পার্শ্বের উচ্চতা, $h=?$

এখন, $\sin\theta = \dfrac{h}{0B} = \dfrac{h}{1\text{m}}$

$\therefore h = \sin\theta \times 1 = 0.1\text{m}$

উত্তরঃ 5.7°; 0.1m

সার-সংক্ষেপ :

- বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল রাখার জন্য বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে যে বল ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।
- কেন্দ্রমুখী বল, $F = \dfrac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৯

বহুনির্বাচনী প্রশ্নঃ

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ ‘অন’ করলে প্রথমাবস্থায়–

i) এর রৈখিক বেগ ক্রমান্বয়ে বাড়তে থাকে

ii) এতে কৌণিক ত্বরণের সৃষ্টি হয়

iii) এর কৌণিক বেগ ক্রমান্বয়ে বাড়তে থাকে

নিচের কোনটি সঠিক

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। একটি বস্তুকে ঘূর্ণনরত রাখতে যে বল প্রয়োজন তাকে কি বলে?

(ক) কৌণিক ভরবেগ (খ) জড়তার ভ্রামক (গ) কেন্দ্রমুখী বল (ঘ) কেন্দ্রবিমুখী বল

৩। কোনটির জন্য রাস্তার বাঁকে সাইকেল আরোহীকে বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলতে হয়?

(ক) কেন্দ্রবিমুখী বলের যোগান দেয়ার জন্য (খ) কৌণিক বেগ বাড়ানোর জন্য

(গ) রৈখিক বেগ বাড়ানোর জন্য (ঘ) কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেয়ার জন্য

৪। r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে বাঁক নিতে হলে কত কোণে হেলতে হবে? (g =অভিকর্ষজ ত্বরণ)

(ক) $\sin^{-1}\dfrac{v^2}{\pi g}$ (খ) $\cos^{-1}\dfrac{v^2}{\pi g}$ (গ) $\tan^{-1}\dfrac{v^2}{rg}$ (ঘ) $\cot^{-1}\dfrac{v^2}{rg}$

৫। কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে–

i) একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে যখন কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হয়

ii) সূর্যের চারদিকে পৃথিবী ঘুরার সময়

iii) নিউক্লিয়াসের চারদিকে ইলেক্ট্রনগুলো ঘুরার সময়

নিচের কোনটি সঠিক

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে–

i) গাড়ির দ্রুতির ওপর ii) বাঁকের ব্যাসার্ধের ওপর iii) গাড়ির ভরের ওপর

নিচের কোনটি সঠিক

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

পাঠ-৩.১০ ব্যবহারিক-৩ ঃ একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়। (Determination of Moment of Inertia of a Fly Wheel)

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে পারবেন।

তত্ত্ব (Theory):

ফ্লাই হুইল হলো এমন একটি ভারি চাকা, যা কোনো অক্ষ দণ্ডের সাথে সংযুক্ত থেকে তার চারদিকে ঘুরতে পারে। একটি রশির এক প্রান্ত অক্ষ দন্ডের একটি পেরেক এর সাথে আটকিয়ে অক্ষ দন্ডে কয়েক পাক পেঁচিয়ে অপর প্রান্তে হুকের সাহায্যে ওজন ঝুলানো হয়।

রশির প্রান্তে সংযুক্ত ভর m কে h উচ্চতা হতে স্বাধীনভাবে পড়তে দিলে বস্তুটির স্থিতিশক্তি চাকার ঘূর্ণন জনিত শক্তিতে, পড়ন্ত বস্তুর গতিশক্তিতে এবং ঘর্ষণের প্রতিকূলে সম্পন্ন কাজে রূপান্তরিত হয়।

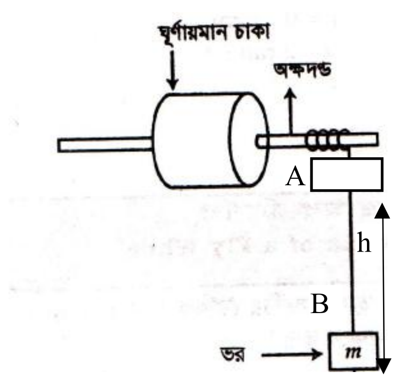
চাকাটির সর্বোচ্চ কৌণিক বেগ ω এবং অক্ষ দন্ডের ব্যাসার্ধ r হলে রৈখিক বেগ $v=r\omega$। ঘূর্ণন চাকার জড়তার ভ্রামক I হলে, এর ঘূর্ণন গতিশক্তি $=\frac{1}{2}I\omega^2$। চাকাটির প্রতি ঘূর্ণনের জন্য ঘর্ষণের বিরুদ্ধে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ w হলে m ভরের বস্তুটি ভূমিতে পড়ার পূর্বে চাকার ঘূর্ণনসংখ্যা n_1 হলে মোট কাজের পরিমাণ $W=n_1w$ হবে। m ভরের বস্তুটি h পরিমাণ উচ্চতায় নেমে এলে তার স্থিতিশক্তির হ্রাস $=mgh$ শক্তির নিত্যতার শর্ত হলে লিখতে পারি,

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2+n_1w \qquad \text{(৩.৩৫)}$$

$$mgh=\frac{1}{2}mr^2\omega^2+\frac{1}{2}I\omega^2+n_1w \qquad \text{(৩.৩৬)}$$

শক্ত রশির সাথে সংযুক্ত বস্তুটি রাশিসহ অক্ষদণ্ড হতে বিচ্ছিন্ন হবার পর চাকাটি n_2 বার ঘুরে থেমে গেলে তার ঘূর্ণন গতিশক্তি ঘর্ষণের বিরুদ্ধে $n_2w=\frac{1}{2}I\omega^2$ পরিমাণ কাজ সম্পাদন করতে হয়।

অতএব, $w=\frac{1}{2}I\omega^2.\frac{1}{n_2}$ ....(৩.৩৭)



(৩.৩৬) ও (৩.৩৭) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$mgh=\frac{1}{2}m\omega^2r^2+\frac{1}{2}I\omega^2+n_1\frac{1}{2}I\omega^2\frac{1}{n_2}$$

$$mgh=\frac{1}{2}m\omega^2r^2+\frac{1}{2}I\omega^2\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)$$

$$2mgh=m\omega^2r^2+I\omega^2\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)$$

$$I=\frac{2mgh-m\omega^2r^2}{\omega^2(1+n_1/n_2)} \qquad \text{(৩.৩৮)}$$

ঘূর্ণন চাকাটির n_2 বার ঘুরতে 1 সেকেন্ড সময় লাগলে তার গড় কৌণিক বেগ $\omega_1 = \frac{2\pi n_2}{t}$ । কিন্তু চাকাটি ω কৌণিক বেগ হতে সমমন্দনে শূন্য বেগ অর্জন করে বলে গড় কৌণিক বেগ,

$$\omega_1 = \frac{\omega + 0}{2} = \frac{\omega}{2}$$

$$\therefore \frac{2\pi n_2}{t} = \frac{\omega}{2}$$

$$\omega = \frac{4\pi n_2}{t} \quad \text{.....................(৩.৩৯)}$$

(৩.৩৯) নং সমীকরণ হতে ω এর মান (৩.৩৮) নং সমীকরণ বসালে পাওয়া যায়,

$$I = \frac{m}{n_1 + n_2}\left(\frac{ght^2}{8\pi^2 n_2} - n_2 r^2\right) \quad \text{.....................(৩.৪০)}$$

যন্ত্রপাতি (Apparatus):

ফ্লাই হুইল, শক্ত রশি বা দড়ি, মিটার স্কেল, থামা ঘড়ি, স্লাইড ক্যালিপার্স, ওজন বক্স, হুক ইত্যাদি।

কার্য পদ্ধতি (Working Procedures):

১. স্লাইড ক্যালিপার্স এর মাধ্যমে চাকার অক্ষ দন্ডে বিভিন্ন স্থানে একাধিকবার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করে গড় ব্যাসার্ধ r বের করতে হবে।
২. চিত্রানুযায়ী চাকার নিম্ন প্রান্ত বরাবর দেয়ালে বিন্দু A চিহ্নিত করে উহা হতে নিচের দিকে h দূরত্বে অপর একটি বিন্দু B চিহ্নিত করতে হবে, সেখান থেকে ভরযুক্ত বস্তুটির রশি ঝুলন বিন্দু হতে মুক্ত হয়। এখন A ও B এর মধ্যবর্তী দূরত্ব স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করে h নির্ণয় করতে হবে।
৩. রশির এক প্রান্ত অক্ষ দন্ডের পেরেক এর সাথে যুক্ত করে হাতের সাহায্যে চাকাটিকে ঘুরিয়ে রশিকে অক্ষদন্ডের সাথে শক্তভাবে পেঁচিয়ে রশির অপর প্রান্তে $\frac{1}{2}$kg ভর যুক্ত করে ভরটিকে A বিন্দু বরাবর নিয়ে এসে চাকার প্রাথমিক ঘূর্ণন সংখ্যা n_1 নির্ণয় করে যথাস্থানে বসাতে হবে।
৪. ভরটিকে মুক্তভাবে ছেড়ে দিয়ে নিচে পড়তে দিই এবং ভরটি B বিন্দুতে পৌছানোর সাথে সাথে থামা ঘড়ি চালু করি। চাকা স্থির হলে থামা ঘড়ি বন্ধ করে সময় t এবং চাকার ঘূর্ণন সংখ্যা n_2 নির্ণয় করে নির্ধারিত ছকে বসাবে।
৫. একইভাবে কমপক্ষে পাঁচটি ভিন্ন ভরের জন্য n_1, n_2 ও t নির্ণয় করে এদের গড় মান হিসাব করি।

পরীক্ষার উপাত্তসমূহ (Experimental Data):

ছক-১: স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে অক্ষ দন্ডে ব্যাসার্ধ (r) নির্ণয়:

পাঠসংখ্যা	প্রধান স্কেলের পাঠ S	ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ V	ভার্নিয়ার ধ্রুবক C	ভার্নিয়ার পাঠ VC	মোট পাঠ $(S+VC)$	গড় ব্যাস D'	শুদ্ধ গড় ব্যাস $D=D'(\pm e)$	ব্যাসার্ধ $r = \frac{D}{2}$	ব্যাসার্ধ r
	cm		cm	cm	cm	cm	cm	cm	m
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									

ছক-২: n_1, n_2 এবং t নির্ণয়

পাঠ	বস্তুর ভর m	চক্রের ঘূর্ণন সংখ্যা n_1	গড় n_1	চক্রের ঘূর্ণন সংখ্যা n_2	গড় n_2	বস্তুর উচ্চতা h	ঘূর্ণনে প্রয়োজনীয় সময় t	গড় সময়
	kg					m	s	s
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								

হিসাব (Calculation)

(৩.৪০) সমীকরণে রাশিগুলোর মান বসিয়ে হিসাব করলে ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক পাওয়া যাবে।

ফলাফল (Result): নির্ণেয় ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক, $I =$ ....kgm^2।

সতর্কতা (Precautions)

১. অক্ষ দন্ডের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সময় স্লাইড ক্যালিপার্সকে দন্ডের সাথে লম্বভাবে স্থাপন করতে হবে।
২. অক্ষ দন্ডে সাপেক্ষে রশির ব্যাস কম হওয়া আবশ্যক।
৩. সময় এবং ঘূর্ণন সংখ্যা নির্ভুলভাবে গণনা করার জন্য একাধিকবার পাঠ নেয়া আবশ্যক।
৪. ঘর্ষণজনিত ক্ষয় প্রতিরোধের জন্য মাঝে মাঝে অক্ষ দণ্ডকে পিচ্ছিল করার ব্যবস্থা করতে হবে।

চূড়ান্ত মূল্যায়ন

ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। একক সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর গতিশক্তির -

(ক) সমান (খ) অর্ধেক
(গ) দ্বিগুণ (ঘ) তিনগুণ

২। নিউক্লিয়নের মধ্যে কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা সবল নিউক্লিয় বলের উৎপত্তি হয়?

(ক) গ্র্যাভিটন (খ) নিউট্রিনো
(গ) মেসন (ঘ) ইলেক্ট্রন

৩। কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র কোনটি?

(ক) $L =$ ধ্রুবক (খ) $p =$ ধ্রুবক (গ) $\tau =$ ধ্রুবক (ঘ) $F =$ ধ্রুবক

৪। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি ?

(ক) ভর (খ) দূরত্ব (গ) টর্ক (ঘ) জড়তার ভ্রামক

খ. বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ

১। কেন্দ্রমুখী বল-
i. একটি কার্যহীন বল
ii. এটি বস্তুর গতিপথের দিকে ক্রিয়া করে
iii. এর মান $\frac{mv^2}{r}$

কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। দুটি একই ভরের মার্বেল সরলরেখা বরাবর একই দিকে চলমান অবস্থায় সংঘর্ষে লিপ্ত হলে এদের বেগ-
i. একই থাকবে
ii. পরিবর্তিত হবে
iii. বিনিময় করবে

কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

গ. অভিন্ন তথ্য ভিত্তিক বহু নির্বাচনী প্রশ্ন ঃ

নিচের উদ্দীপকটি পড়ুন এবং ১-২ নম্বর প্রশ্নের সঠিক উত্তরটিতে টিক দিন।

একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 4 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়।

১। সুইচ বন্ধ করার মুহূর্তে পাখাটির কৌণিক বেগ কত ছিল ?

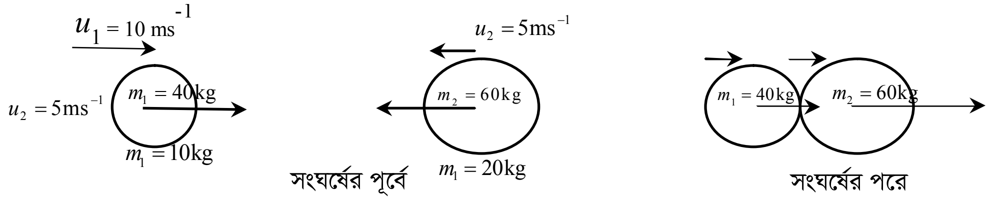
(ক) 152 rads^{-1} (খ) 155 rads^{-1} (গ) 157 rads^{-1} (ঘ) 159 rads^{-1}

২। পাখাটির কেন্দ্রভাগ হতে প্রান্তভাগের দূরত্ব 2 m হলে প্রান্তভাগের কোনো বিন্দুর রৈখিক দ্রুতি কত ?

(ক) 310 ms^{-1} (খ) 314 ms^{-1} (গ) 318 ms^{-1} (ঘ) 322 ms^{-1}

ঘ. সৃজনশীল প্রশ্ন ঃ

১। নিচের চিত্র লক্ষ্য করুন এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দিন।



চিত্র: ৩.১০

উপরের চিত্রে একই সরলরেখায় চলমান দুটি বস্তুর সংঘর্ষ দেখানো হয়েছে।

ক. বলের ঘাত কী? ১

খ. অমসৃণ কাগজে লেখা কঠিন কেন? ২

গ. সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির মিলিত বেগ নির্ণয় করুন। ৩

ঘ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ঘটনায় সংঘর্ষের পর গতিশক্তি সংরক্ষিত হয়নি– বিশ্লেষণ করুন। ৪

২। নিচের উদ্দীপকটি পড়ুন এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর উত্তর দিন।

যশোর-খুলনা হাইওয়ের মডেল কলেজ রোড সংলগ্ন রাস্তাটি 50 m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 0.5 m চওড়া এবং ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.5 m উঁচু। বাঁকের কিছুটা সামনে সর্বোচ্চ গতিবেগের নির্দেশনা দেওয়া আছে। একজন মোটর সাইকেল আরোহী 8 ms^{-1} বেগে বাঁক নিতে গিয়ে রাস্তার ডান পাশে দণ্ডায়মান একজন ব্যক্তিকে আঘাত করল। ট্রাফিক পুলিশ মোটর সাইকেল আরোহীকে দোষী সাব্যস্ত করল।

ক. লম্ব অক্ষ উপপাদ্যটি কী? ১

খ. কেন্দ্রমুখী বলকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয় কেন? ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে রাস্তাটির ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় করুন। ৩

ঘ. পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় মোটর সাইকেল আরোহী দোষী না নির্দোষ? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করুন। ৪

ঙ. সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন ঃ

১। মৌলিক বল কী, লিখুন।
২। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বিবৃত করুন।
৩। বলের ঘাত বলতে কী বোঝায়–ব্যাখ্যা করুন।
৪। জড়তার ভ্রামক কী, লিখুন।
৫। চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী, লিখুন।
৬। কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে, লিখুন।
৭। কেন্দ্রমুখী বল বলতে কী বোঝায়-ব্যাখ্যা করুন।
৮। দ্রুতগামী মোটর চলাচলের রাস্তার বাঁকে রাস্তা ঢালু করা থাকে কেন? ব্যাখ্যা করুন।

চ. বিশদ উত্তর প্রশ্ন ঃ

১। নিউটিনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে $\vec{F} = m\vec{a}$ প্রতিপাদন করুন।
২। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রতিপাদন করুন।
৩। প্রমাণ করুন যে, $\tau = I\alpha$
৪। একটি সরু ও সুষম দন্ডের এক প্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দন্ডের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।
৫। সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত কোন বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা প্রতিপাদন করুন।

৬। প্রমাণ করুন, $\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$

ছ. গাণিতিক সমস্যাবলি:

১। একটি বল 5 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 5 s ক্রিয়া করার পর বল প্রত্যাহার করা হল। পরবর্তী 5 s -এ বস্তুটির সমবেগে চলে 50 m পথ অতিক্রম করে। বলের মান কত?

২। একটি বস্তুর উপর 7 N মানের একটি বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুটি 3ms^{-2} ত্বরণ প্রাপ্ত হয়। বস্তুটির ভর কত? বস্তুটির উপর 5 N মানের আর একটি বল 7 N মানের বলের সাথে $60°$ কোণে প্রয়োগ করলে, বস্তুটির ত্বরণ কত হবে?

৩। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 15 N এর একটি বল 4 সেকেন্ড ধরে কাজ করে থেমে যায়। বস্তুটি এরপর 9 সেকেন্ডে 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত?

৪। 5 kg ভরের একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে 250 m নিচে পতিত হয়ে কাদার মধ্যে 3.5 m প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্তুটির উপর কাদার দ্বারা প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর।

৫। 10 kg ভরের একটি বুলেট 4 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 200 ms^{-1} বেগে নিক্ষিপ্ত হল। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত হবে?

৬। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত দিকে যথাক্রমে 10 ms^{-1} এবং 5 ms^{-1} বেগে যাওয়ার পথে একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে?

উত্তরমালা

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.১ : ১। (ঘ) ২। (ক) ৩। (গ) ৪। (খ) ৫। (খ)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.২ : ১। (গ) ২। (খ) ৩। (খ) ৪। (খ) ৫। (খ)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৩ : ১। (গ) ২। (ঘ) ৩। (ঘ) ৪। (খ) ৫। (ক)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৪ : ১। (গ) ২। (খ) ৩। (ঘ)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৫ : ১। (খ) ২। (ঘ) ৩। (গ) ৪। (ক)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৬ : ১। (গ) ২। (গ) ৩। (খ) ৪। (খ) ৫। (ক)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৭ : ১। (ঘ) ২। (খ) ৩। (গ) ৪। (খ) ৫। (ক)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৮ : ১। (ক) ২। (গ) ৩। (খ) ৪। (খ) ৫। (ক)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৩.৯ : ১। (ঘ) ২। (গ) ৩। (ঘ) ৪। (গ) ৫। (ঘ) ৬। (ক)

চূড়ান্ত মূল্যায়ন

ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ ১। (গ) ২। (গ) ৩। (ক) ৪। (গ)

খ. বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন ঃ ১। (খ) ২। (ঘ)

গ. অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্ন ঃ ১। (গ) ২। (খ)

ঘ. সৃজনশীল প্রশ্ন ঃ- নিজে করুন। টিউটরের সহায়তা নিন।

ছ. গাণিতিক সমস্যা ঃ ১। 10 N ২। 2.33kg; 4.48 ms^{-2} ৩। 10 kg ৪। 3549N ৫। 0.5ms^{-1} ৬। 1 ms^{-1}