ইউনিট: ১২

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ১**

বিষমতার পরিমাপ

ভূমিকা

দৈনন্দিন ব্যবহারের ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলোর মধ্যে গড় সবচেয়ে বেশি নির্ভরযোগ্য। দুইটি দলের প্রাপ্ত স্কোরের গড় তুলনা করে দল দুইটি সম্পর্কে মোটামুটিভাবে ধারণা পাওয়া যায়। কিন্তু স্কোর গুচ্ছের স্বরূপ এবং বৈশিষ্ট্য জানতে হলে কেবলমাত্র কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ জানলেই চলে না; স্কোরগুলোর মধ্যে কতটা বৈষম্য বা পার্থক্য আছে তাও জানা প্রয়োজন। পরিসংখ্যানের ভাষায় একে বিষমতার পরিমাপ বলে। এই অধিবেশনে বিষমতার বিভিন্ন পরিমাপের ধর্ম ও ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- বিষমতার পরিমাপ বলতে কী বোঝায়-তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিষমতার পরিমাপের প্রকারভেদ উল্লেখ করতে পারবেন।
- বিষমতার পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা বর্ণনা করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: বিষমতার পরিমাপ

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপস্কোরগুচ্ছ সম্বন্ধে একটি সামগ্রিক ধারণা দেয়। স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানলেই এর সম্পূর্ণ বৈশিষ্ট্য জানা হয় না। দুইটি দলের গড় এক হওয়া সত্ত্বেও এদের মধ্যে গঠন প্রকৃতির দিক থেকে যথেষ্ট পার্থক্য থাকতে পারে। একটি দলের স্কোরগুলো সামঞ্জস্যপূর্ণ হতে পারে এবং অপর দলের স্কোরগুলোর মধ্যে যথেষ্ট বৈষম্য থাকতে পারে।

একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি বুঝতে সুবিধা হবে -

ধরা যাক, কোন বিদ্যালয়ে দশম শ্রেণীতে গণিত বিষয়ের একই অভীক্ষা প্রয়োগ করে ১০ জন ছেলে ও ১০ জন মেয়ের দুইটি পৃথক স্কোরগুচ্ছ পাওয়া গেল। (পরীক্ষাটির মোট নম্বর হল ১০০)

মেয়েদের স্কোর	৩০	৩৫	৪০	৪৫	৫০	৫৫	৫৭	৬০	৬৩	৬৫	গড় ৫০
ছেলেদের স্কোর	১০	২৩	৩৫	৪৪	৪৮	৫০	৬৮	৭০	৭৫	৮০	

স্কোরগুচ্ছ দুইটির গড় নির্ণয় করলে দেখা যাবে দুইটি দলের গড় একই অর্থাৎ ৫০।

স্কোরগুচ্ছ দুইটির মধ্যে তুলনা করুন:

পর্ব- খঃ বিষমতা পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা

বিষমতার পরিমাপের উপর ভিত্তি করে সুষম দল গঠনের মাধ্যমে শ্রেণীর পঠন-পাঠনকে অধিকতর ফলপ্রসূ করে তোলা সম্ভব।

নিচে বিষমতা পরিমাপের তিনটি প্রয়োজনীয়তার কথা উল্লেখ করুনঃ

১।

২।

৩।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ১**

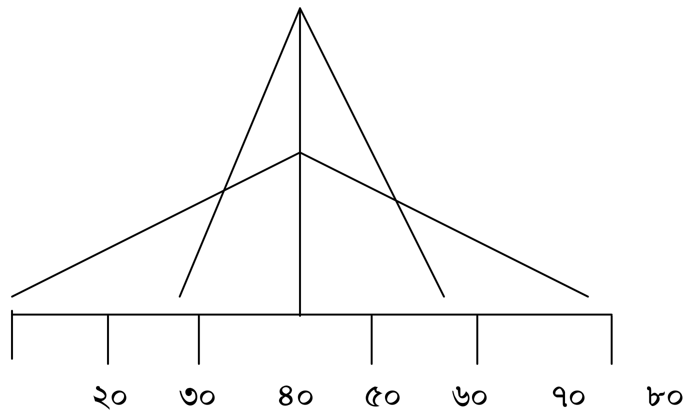
মূল শিখনীয় বিষয়
বিষমতার পরিমাপ

কোন স্কোর গুচ্ছের প্রকৃত স্বরূপ ও বৈশিষ্ট্য জানতে হলে কেবল তাদের কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানলেই চলবে না, তাদের বিষমতার পরিমাপও জানা দরকার হয়। আমরা যদি দু'দল ছাত্রের কোন একটি বিষয়ের পারদর্শিতার মধ্যে তুলনা করতে চাই, তখন তাদের স্কোর গুচ্ছের গড় মান দিয়ে তুলনা করতে পারি। কিন্তু দল দুটির গড় একই হলে উভয় দলের বৈশিষ্ট্য একই হবে একথা বলা যায় না। এক্ষেত্রে দেখতে হবে যে, কোন দলের মধ্যে চরম প্রকৃতির স্কোর সংখ্যা কত। যে দলে চরম প্রকৃতির স্কোর সংখ্যা যত বেশি থাকবে, সে দলের গড় মান তত বেশি প্রভাবিত ও অনির্ভরযোগ্য হবে। তাই গড় ছাড়াও দল দু'টির মধ্যে তুলনা করার জন্য অন্য কোন পরিমাপ জানার প্রয়োজন আছে। এ ক্ষেত্রে দেখা দরকার স্কোরগুলো গড়ের চার পাশে কতদূর বিস্তৃত বা ছড়িয়ে আছে। স্কোর গুচ্ছের গড়ের চারপাশে এভাবে ছড়িয়ে থাকার প্রবণতাকে বিষমতা বলে।

বিষমতা পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ কোন বণ্টনের স্কোরগুচ্ছের একটি প্রতিনিধিত্বকারী মান। কিন্তু শুধুমাত্র গড়, মধ্যক ও প্রচুরক দ্বারা স্কোরগুচ্ছের সামগ্রিক বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করা গেলেও তাদের দ্বারা রাশিমালার সব রকম ধর্ম প্রকাশ করা যায় না। ফলে শুধু কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ দ্বারা শিক্ষাগত তথ্যের প্রকৃত তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যায় না।

একটি উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি পরিষ্কার করা যাক। মনে করুন একজন শিক্ষক নবম শ্রেণীর দু'টি শাখায় গণিত বিষয়ে পাঠদান করেন। তিনি একটি পরীক্ষা নিয়ে দেখলেন যে, উভয় দলের প্রাপ্ত গড় নম্বর ৫০। একটি দলের স্কোরগুলো ২০-৮০ এর মধ্যে বিস্তৃত এবং অপর দলের স্কোরগুলো ৩৫-৭০ এর মধ্যে বিস্তৃত। কিন্তু উভয় ক্ষেত্রেই গড় নম্বর ৫০। অর্থাৎ দুটি দলের গড় নম্বর এক হলেও তাদের প্রাপ্ত স্কোরগুলোর বিস্তৃতির মধ্যে পার্থক্য আছে। নিচের চিত্রে বিষয়টি দেখানো হলোঃ



চিত্রঃ একই গড় সম্পন্ন অথচ ভিন্ন বিষমতা সম্পন্ন দুটি বন্টন। উভয়েরই গড় ৫০ কিন্তু বিষমতার পার্থক্য থাকায় তাদের বিস্তারে পার্থক্য দেখা যাচ্ছে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ জানা থাকা সত্ত্বেও নিম্নলিখিত কারণে বিষমতার পরিমাপ জানা প্রয়োজনঃ

১। বিষমতার পরিমাপ দ্বারা শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোরগুলোর বিস্তৃতি সম্পর্কে একটা সাধারণ ধারণা পাওয়া যায়।

২। বিষমতার পরিমাপ সম্পর্কিত তথ্য দ্বারা গড়ের প্রতিনিধিত্ব যাচাই করা যায়।

৩। এটি কোন তুল্যাংক (Norm or Standard)-এর প্রেক্ষিতে প্রাপ্ত তথ্যের তুলনামূলক বিচারে সহায়তা করে।

৪। এটি কোন বিশেষ শিক্ষাগত যোগ্যতা নিরূপণের তুল্যাংক হিসেবেও ব্যবহৃত হতে পারে।

৫। বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রাপ্ত শিক্ষাগত পরিমাপের পারস্পরিক তুলনা করতে এ পরিমাপগুলো সাহায্য করে।

৬। এ ছাড়া এ পরিমাপগুলোর সাহায্যে প্রাপ্ত তথ্যের নির্ভরযোগ্যতা ও সম্ভাব্য ভুলের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

সুতরাং বলা যায় যে, বিষমতার পরিমাপের উপর ভিত্তি করে একটি সুষম দল গঠনের মাধ্যমে শ্রেণীকক্ষের শিখন-শেখানো কাজকে অধিকতর কার্যকর ও ফলপ্রসূ করে তোলা সম্ভব ।

প্রকারভেদ

বিষমতার পরিমাপ চার প্রকার-

১। বিস্তৃতি বা রেঞ্জ (Range)

২। চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বা কোয়ার্টাইল ডেভিয়েশন (Quartile Devition - QD)

৩। গড় বিচ্যুতি বা মিন ডেভিয়েশন (Mean Deviation - MD)

৪। আদর্শ বিচ্যুতি বা স্ট্যান্ডার্ড ডেভিয়েশন (Standard Deviation - SD)

আদর্শ বিচ্যুতিকে পরিমিত ব্যবধানও বলা হয়।

সংজ্ঞা

১। স্কোরগুচ্ছের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম স্কোরের অন্তরফলকে স্কোরগুচ্ছের বিস্তৃতি বলে।

২। বণ্টনের মধ্যবর্তী শতকরা ৫০ ভাগ স্কোরের অর্ধেককে চতুর্থাংশ বিচ্যুতি বলে।

৩। বণ্টনের গড় থেকে প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতির গড়কে গড় বিচ্যুতি বলে।

৪। বণ্টনের গড় থেকে স্কোরগুলোর বিচ্যুতির বর্গসমূহের গড়ের বর্গমূলকে আদর্শ বিচ্যুতি বলে।

মূল্যায়ন

১। বিষমতার পরিমাপ বলতে কী বোঝায়?

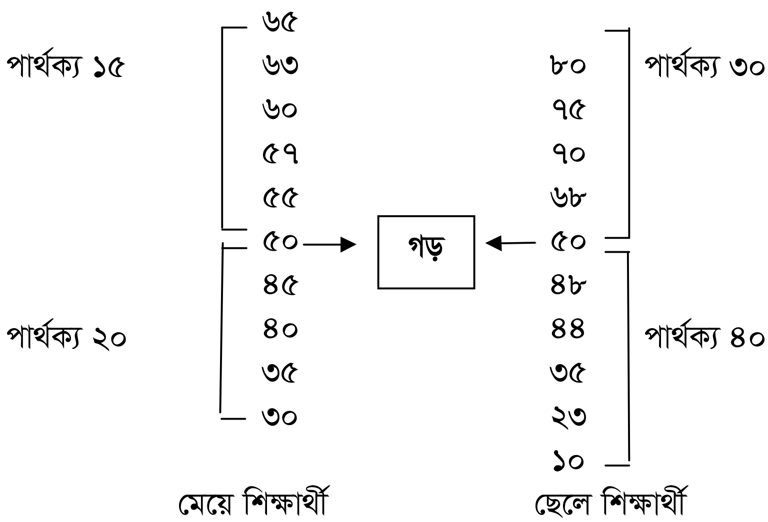
২। বিষমতার পরিমাপ কত প্রকার ও কী কী?

৩। কেন্দ্রীয় প্রবণতা জানা থাকা সত্ত্বেও বিষমতার পরিমাপ জানার প্রয়োজন হয় কেন?

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ১**

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক



চিত্রঃ অভিন্ন গড় বিশিষ্ট দুইটি স্কোর গুচ্ছ

স্কোরগুলোর প্রতি ভাল করে লক্ষ্য করলে বুঝা যায় যে, ছেলেদের স্কোরগুলো মেয়েদের স্কোরগুলোর তুলনায় অনেক বেশি ছড়িয়ে আছে। মেয়েদের সর্বোচ্চ স্কোর ৬৫ এবং সর্বনিম্ন স্কোর ৩০। অর্থাৎ ১০ জনের নম্বরের পার্থক্য ৬৫-৩০=৩৫ এর বেশি নয়। সুতরাং দেখা যাচ্ছে মেয়ে দলটির সদস্যরা গণিত বিষয়ের পারদর্শিতার দিক দিয়ে অনেকটা সম পর্যায়ে (Homogeneous)।

অপরদিকে ছেলেদের সর্বোচ্চ স্কোর ৮০ এবং সর্বনিম্ন ১০। এ ক্ষেত্রে বুঝা যাচ্ছে যে, ছেলেদের দলটি গণিত বিষয়ের পারদর্শিতার দিক দিয়ে অসম পর্যায়ের (Heterogeneous)।

পর্ব- খ

যে কোন পর্যায়ের শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে কোন একটি শ্রেণীর শিক্ষার্থীরা মেধা এবং পারদর্শিতার দিক দিয়ে সমপর্যায়ের হলে শিক্ষকের পক্ষে পঠন-পাঠন প্রক্রিয়াকে ফলপ্রসূ করে তোলা যেমন সহজ হয়, শ্রেণীতে অসম মেধা এবং পারদর্শিতার শিক্ষার্থী থাকলে তেমন সহজ হয় না। ব্যক্তিগতভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থীর প্রতি দৃষ্টি দেওয়া শিক্ষকের পক্ষে সম্ভবপর হয়ে উঠে না। এতে পিছিয়ে পড়া শিক্ষার্থীরা দিনে দিনে আরও বেশি পিছিয়ে পড়ে। অপরদিকে উচ্চ মেধা সম্পন্ন শিক্ষার্থীদের অগ্রগতিও ব্যহত হয়। এসব কারণেই শিক্ষার্থী দলের বিষমতা নির্ণয় করা প্রয়োজন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ২**

অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

ভূমিকা

আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করার সময় গাণিতিক চিহ্নের অসুবিধা দূর করার জন্য সকল বিচ্যুতি (d) কে বর্গ করে নেওয়া হয়। বর্গ করার ফলে ধনাত্মক এবং ঋনাত্মক চিহ্নগুলো বিলিন হয়ে সকল d^2 ধনাত্মক হয়ে যায়। d^2 গুলোর যোগফলকে মোট স্কোর সংখ্যা N দিয়ে ভাগ করে যে ফল পাওয়া যায় তার বর্গমূলকেই আদর্শ বিচ্যুতি বলা হয়। আদর্শ বিচ্যুতি বা (SD) কে সাধারণত গ্রীক অক্ষর σ (সিগমা) দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- আদর্শ বিচ্যুতি কী তা বলতে পারবেন।
- আদর্শ বিচ্যুতির সূত্র বলতে পারবেন।
- সূত্র ব্যবহার করে অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: আদর্শ বিচ্যুতি

বিষমতার সর্বোৎকৃষ্ট পরিমাপ হলো আদর্শ বা প্রামাণ্য বিচ্যুতি (Standard Deviation)। এটি সুস্থিত ও গাণিতিকভাবে বেশি গ্রহণযোগ্য। এবার নিজে নিজে আদর্শ বিচ্যুতির একটি সংজ্ঞা লিখতে চেষ্টা করুন।

পর্ব- খঃ অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র

স্কোরগুলো যখন অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকে, তখন আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয়ের সূত্র হলোঃ

$$\left(SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}} \right)$$

এখানে, d = স্কোরগুলোর গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি।
সূত্রের বাকী প্রতীকগুলির অর্থ লিখতে চেষ্টা করুন।

$\sqrt{}$	=
Σd^2	=
N	=

পর্ব- গঃ সূত্রের সাহায্যে অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

৫২, ৫০, ৫৬, ৬৮, ৬২, ৫৭, ৭০ স্কোরগুলোর আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে চেষ্টা করুন।

আদর্শ বিচ্যুতি বের করার ধাপগুলো অনুসরণ করুন।

- স্কোরের মোট সংখ্যা (N) নির্ণয় করুন।
- স্কোরগুলোর গড় (M) নির্ণয় করুন।
- গড় থেকে প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতি ($d = X - M$) নির্ণয় করুন।
- প্রত্যেকটি স্কোরের বিচ্যুতির বর্গ (d^2) নির্ণয় করুন।
- বিচ্যুতির বর্গগুলোর যোগফল ($\sum d^2$) নির্ণয় করুন।
- সূত্রে $\left(SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}} \right)$ মান বসিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ২**

মূল শিখনীয় বিষয়
অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

স্কোরগুলো যখন অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকে, তখন আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয়ের সূত্র হলোঃ

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$$

এখানে, d = স্কোরগুলোর গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের বিচ্যুতি।

Σd^2 = বিচ্যুতিসমূহের বর্গের যোগফল।

N = স্কোরের মোট সংখ্যা।

$\sqrt{}$ = বর্গমূল চিহ্ন।

উদাহরণ: একটি মৌখিক পরীক্ষায় ৫ জন শিক্ষার্থী যথাক্রমে ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪ নম্বর বা স্কোর পেল। স্কোরগুলোর আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

স্কোর (X)	বিচ্যুতি (d=X-M)	d^2
১৪	৪	১৬
১২	২	৪
১০	০	০
৮	− ২	৪
৬	− ৪	১৬
N = ৫		$\Sigma\ d^2$= ৪০

আমরা জানি, গড় $(M) = \frac{\Sigma d^2}{N} + \frac{৫০}{৫} = ১০$

এখানে, আদর্শ বিচ্যুতি $SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}} = \sqrt{\frac{৪০}{৫}}$

$= \sqrt{৮} = ২.৮২৮৪$

$= ২.৮৩$ (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় $SD = ২.৮৩$

অবিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করার জন্য নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে:

১। স্কোরগুলোর গড় (M) নির্ণয় করতে হবে।

২। প্রতিটি স্কোর থেকে গড় মান বিয়োগ করে বিচ্যুতি $(X - M)$ নির্ণয় করতে হবে।

৩। বিচ্যুতিগুলোর বর্গ (d^2) নির্ণয় করতে হবে।

৪। বিচ্যুতিগুলোর বর্গের যোগফল (Σd^2) বের করতে হবে।

৫। সূত্রে মানগুলো বসিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে হবে।

মূল্যায়ন

১। অবিন্যস্ত স্কোরের ক্ষেত্রে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্রটি লিখুন।
২। আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করার জন্য কী কী ধাপে অগ্রসর হতে হবে?
৩। একটি পরীক্ষায় ৮জন শিক্ষার্থী যথাক্রমে ১০, ১২, ১০, ৮, ১৩, ৯, ৮ ও ৬ নম্বর পেল। নম্বরগুলোর আদর্শ বিচ্যুতি কত?
৪। সূত্র ব্যবহার করে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন:
৫০ ৫৫ ৬০ ৬২ ৬৫ ৭০ ৭৮ ৮০ ৮৫ ৮৭ ৮৯ ৯০

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক

নিজে চেষ্টা করুন এবং সহপাঠীদের সাথে আলোচনা করুন।

পর্ব- খ

$\sqrt{}$	= বর্গমূল চিহ্ন।
Σd^2	= বিচ্যুতি সমূহের বর্গের যোগফল।
N	= স্কোরের মোট সংখ্যা।

পর্ব- গ

নিজে চেষ্টা করুন এবং সহপাঠীদের সাথে মিলিয়ে নিন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৩**

বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

ভূমিকা

আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation বা SD) বিষমতার পরিমাপগুলোর মধ্যে সবচেয়ে নিখুঁত ও নির্ভরযোগ্য বলে বিবেচনা করা হয়। আমরা দুইটি পদ্ধতি অবলম্বন করে বিন্যস্ত স্কোরের σ বের করতে পারি। একটিতে সরাসরি কাজ করার ফলে অনেকগুলো পদক্ষেপ রয়েছে বলে একে বলা হয় দীর্ঘ বা Direct পদ্ধতি এবং অন্যটিতে একটি কল্পিত গড় ব্যবহার করে পদক্ষেপ সংক্ষিপ্ত করা সম্ভব বলে একে বলা হয় সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র বলতে পারবেন।
- সূত্র ব্যবহার করে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- কঃ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র

সূত্র নিম্নরূপঃ

সূত্রঃ $$SD = 2i\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

বিকল্প সূত্রঃ

$$SD = \frac{i}{N}\sqrt{Nfd^2 - (\Sigma fd^2)}$$

সূত্রের প্রতিটি প্রতীকের অর্থ লিখতে চেষ্টা করুন।

$i =$ $f =$ $d =$ $N =$

পর্ব- খঃ সূত্র ব্যবহার করে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

নিম্নে প্রদত্ত ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টনটির সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন :

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৭১-৭৫	১
৬৬-৭০	২
৬১-৬৫	৪
৫৬-৬০	৮
৫১-৫৫	১৫
৪৬-৫০	১২
৪১-৪৫	৫
৩৬-৪০	৩
	N = ৫০

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের ধাপগুলো অনুসরণ করুন:

- বণ্টনের মাঝামাঝিতে অবস্থিত যে কোন একটি শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত গড় ধরে প্রত্যেকটি শ্রেণীর বিচ্যুতি (d) নির্ণয় করুন এবং তা d সারিতে লিপিবদ্ধ করুন।
- প্রত্যেক শ্রেণীর বিচ্যুতিকে ঐ শ্রেণী ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি দিয়ে গুণ করুন এবং তা fd সারিতে যথাস্থানে লিপিবদ্ধ করুন।
- fd এর মানগুলোর যোগফল অর্থাৎ $\sum fd$ নির্ণয় করুন।
- প্রত্যেক শ্রেণী ব্যবধানের d এবং fd কে গুণ করে প্রাপ্ত মানকে fd^2 সারিতে লিপিবদ্ধ করুন।
- fd^2 এর মানগুলোর যোগফল অর্থাৎ $\sum fd^2$ নির্ণয় করুন।
- সূত্র $\sigma = i\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$ এ মান বসিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৩**

মূল শিখনীয় বিষয়
বিন্যস্ত স্কোরের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়

বিন্যস্ত স্কোরের ক্ষেত্রে দু'ভাবে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করা যায়। যথা: (১) দীর্ঘ পদ্ধতি, এবং (২) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি। দীর্ঘ পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় বেশ কষ্টকর ও সময় সাপেক্ষ। এ জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় পদ্ধতি উল্লেখ করা হল।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করার সূত্র:

$$\mathrm{SD} = \mathrm{i}\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

এখানে, SD = আদর্শ বিচ্যুতি।

i = শ্রেণী ব্যবধানের দৈর্ঘ্য।

f = ফ্রিকোয়েন্সি।

d = অনুমিত গড় থেকে প্রতিটি স্কোরের ধাপ বিচ্যুতি।

N = মোট স্কোর সংখ্যা।

বিকল্প সূত্র:

$$\mathrm{SD} = \frac{i}{N}\sqrt{Nfd^2 - (\sum fd)^2}$$

উদাহরণ: নিম্নলিখিত বণ্টনটির সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)
৮১ - ৯০	১
৭১ - ৮০	৪
৬১ - ৭০	৭
৫১ - ৬০	১২
৪১ - ৫০	৮
৩১ - ৪০	৬
২১ - ৩০	২
	N = ৪০

শ্রেণী ব্যবধান	(f)	বিচ্যুতি (d)	fd	fd^2

৮১ - ৯০	১	৩	৩	৯
৭১ - ৮০	৪	২	৮	১৬
৬১ - ৭০	৭	১	৭	৭
৫১ - ৬০	১২	০	০	০
৪১ - ৫০	৮	-১	-৮	৮
৩১ - ৪০	৬	-২	-১২	২৪
২১ - ৩০	২	-৩	-৬	১৮
	N = ৪০		Σfd = -৮	Σfd^2 = ৮২

আমরা জানি,

$$\text{SD} = \text{i}\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

এখানে,

i = ১০

Σfd^2 = ৮২

Σfd = - ৮

N = ৪০

$$\therefore \text{SD} = ১০\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

$$= ১০\sqrt{২.০৫ - .০৪}$$

$$= ১০\sqrt{২.০১}$$

$$= ১০ \times ১.৪১৭৭$$

$$= ১৪.১৮৭$$

$\therefore$ নির্ণেয় আদর্শ বিচ্যুতি = ১৪.১৮ (প্রায়)

বিকল্প সূত্রের সাহায্যে হিসাব করা সহজ হয়ঃ

$$\text{SD} = \frac{i}{N}\sqrt{\text{N}\Sigma fd^2 - (\Sigma fd)^2}$$

$$= \frac{\text{১০}}{\text{৪০}}\sqrt{\text{৪০} \times \text{৮২} - (\text{-৮})^{\text{২}}} = \frac{\text{১}}{\text{৪}}\sqrt{\text{৩২৮০} - \text{৬৪}}$$

$$= \frac{\text{১}}{\text{৪}}\sqrt{\text{৩২১৬}} = \frac{\text{১}}{\text{৪}} \times \text{৫৬.৭০}$$

$$= \text{১৪.১৮ (প্রায়)}$$

$\therefore$ নির্ণেয় আদর্শ বিচ্যূতি = ১৪.১৮ (প্রায়)

মূল্যায়ন

১। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করুন।

২। আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের ধাপগুলো পর্যায়ক্রমে লিপিবদ্ধ করুন।

৩। নিম্নের বণ্টনটি থেকে আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)।

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৬১-৬৩	২
৫৮-৬০	৪
৫৫-৫৭	৫
৫২-৫৪	৭
৪৯-৫১	১০
৪৬-৪৮	৬
৪৩-৪৫	৪
৪০-৪২	২
	N = ৪০

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক

$i =$ শ্রেণী দৈর্ঘ্য

$f =$ ফ্রিকোয়েন্সি বা গণসংখ্যা

d = কল্পিত গড় থেকে প্রত্যেকটি শ্রেণীর বিচ্যুতি

N = মোট স্কোর সংখ্যা

পর্ব- খ

নিজে চেষ্টা করুন এবং সহপাঠীদের সাথে মিলিয়ে নিন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৪**

গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের ব্যবহার

ভূমিকা

গড়কে কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য ও নির্ভুল পরিমাপ বলে বিবেচনা করা হয়। সার্বিক দল থেকে (Population) সংগৃহীত বিভিন্ন নমুনা দলের (Sample Groups) মধ্যকগুলো এবং প্রচুরকগুলোর মধ্যে যে ধরনের বৈষম্য দেখা যায়, গড়গুলোর মধ্যে সে তুলনায় অনেক কম বৈষম্য লক্ষ্য করা যায়।

চরম প্রকৃতির স্কোর গড়ের উপর যেমন প্রভাব বিস্তার করে মধ্যকের উপর তেমন করে না। প্রকৃতপক্ষে স্কোরগুচ্ছের আকার মধ্যকের উপর কোন প্রকার প্রভাব বিস্তার করে না।

কোন স্কোরগুচ্ছের প্রচুরক নির্ণয়ে স্কোরের একটি নির্দিষ্ট মানের উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। এ কারণে স্থুল প্রচুরক থেকে স্কোরগুচ্ছের কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায় মাত্র। অনেক সময় একটি বণ্টনের দুইটি স্থুল প্রচুরকও থাকতে পারে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- কখন গড় ব্যবহার করতে হয় বলতে পারবেন।
- কখন মধ্যক ব্যবহার করতে হয় ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কখন মোড বা প্রচুরক ব্যবহার করার প্রয়োজন পড়ে তা উল্লেখ করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের ব্যবহার

গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক বলতে কী বোঝায় এবং তা নির্ণয় করার পদ্ধতি সম্পর্কে আগের অধিবেশনগুলো থেকে জেনেছেন। এখন গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক কখন কোথায় ব্যবহার করতে হয় তার একটি করে বাস্তব উদাহরণ দিতে চেষ্টা করুন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৪**

মূল শিখনীয় বিষয়
গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের ব্যবহার

গড় ব্যবহার করতে হয়-

১। যখন সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ প্রয়োজন হয়।

২। যখন বণ্টনটি প্রায় স্বাভাবিক থাকে।

৩। যখন অন্যান্য পরিমাপ- যেমন আদর্শ বিচ্যুতি, গড় বিচ্যুতি, সহসম্পর্ক ইত্যাদি নির্ণয় করার প্রয়োজন হয়। এ পরিমাপগুলো বের করতে হলে আগেই গড় বের করার প্রয়োজন পড়ে।

৪। যখন প্রত্যেকটি স্কোরের ওজন বা গুরুত্ব একই বলে ধরে নিতে হয়। যেহেতু সমস্ত স্কোরগুলির মোট যোগফলকে তাদের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে গড় বের করতে হয়, সেহেতু গড় নির্ণয়ে প্রত্যেকটি স্কোরের ওজন বা গুরুত্ব সমভাবে প্রতিফলিত হয়।

৫। যখন বণ্টনের ভারকেন্দ্র জানার প্রয়োজন হয়। গড় বণ্টনের ভারকেন্দ্র।

মধ্যক ব্যবহার করতে হয়-

১। যখন দীর্ঘ হিসাব করার সময় থাকে না। গড়ের তুলনায় সহজে ও তাড়াতাড়ি মধ্যক নির্ণয় করা যায়।

২। যখন বণ্টনের মধ্যে কতগুলি স্কোর উপরের অর্ধেকে আছে আর কতগুলি নিচের অর্ধেকেও আছে তা বিশেষভাবে জানার প্রয়োজন পড়ে।

৩। যখন বণ্টনটির ঠিক মধ্যবিন্দু জানার দরকার হয়।

৪। যখন বণ্টনটি অসম্পূর্ণ থাকে বা তার প্রান্তে অনির্দিষ্ট প্রকৃতির স্কোর থাকে এবং গড় বের করা সম্ভব হয় না।

৫। যখন বণ্টনের প্রান্ত সীমায় খুব উচ্চমানের বা নিম্নমানের স্কোর অধিক সংখ্যায় থাকে। বণ্টনের প্রান্ত খুব বড় বা ছোট স্কোর যদি বেশি সংখ্যায় থাকে তবে গড় তাদের দ্বারা প্রভাবিত হয়ে অস্বাভাবিকভাবে খুব বড় বা ছোট হতে পারে। কিন্তু মধ্যক এ জাতীয় স্কোর দ্বারা বিশেষ প্রভাবিত হয় না।

প্রচুরক ব্যবহার করতে হয়-

১। যখন একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ খুব তাড়াতাড়ি নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়।

২। যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার মোটামুটি একটি পরিমাপ হলেই কাজ চলে যায়।

৩। যখন জানার প্রয়োজন হয় যে, কোন স্কোরটি সবচেয়ে বেশিবার বণ্টনের মধ্যে আবির্ভাব হয়েছে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপের মধ্যে গড়ই সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পরিমাপ। গড়ের পরেই মধ্যক। মোড খুব একটি নির্ভরযোগ্য পরিমাপ নয়।

মূল্যায়ন

১। গড় বলতে কী বোঝায়? এর ব্যবহার উল্লেখ করুন।

২। মধ্যক কী? মধ্যকের ব্যবহার উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

৩। প্রচুরক কাকে বলে? কোন কোন ক্ষেত্রে প্রচুরক ব্যবহার করার প্রয়োজন পড়ে?

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক :নিজে নিজে চেষ্টা করুন এবং সহপাঠীদের সাথে আলোচনা করুন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৫**

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

ভূমিকা

স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্রকে (Normal Probability Curve) সংক্ষেপে স্বাভাবিক রেখাচিত্র (Normal Curve) বলা হয়। আচরণিক বিজ্ঞানে (যেমন- শিক্ষা বিজ্ঞান, মনোবিজ্ঞান ইত্যাদি) স্বাভাবিক রেখাচিত্র অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ একটি বণ্টন (Distribution)। এর অনেকগুলো কারণ রয়েছে। প্রথমত: আচরণিক বিজ্ঞানের গবেষণায় পরিমাপকৃত অনেকগুলো চলকের (Variable) বণ্টন স্বাভাবিকের কাছাকাছি অবস্থান করে। এরকম চলকের কয়েকটি উদাহরণ হল মানুষের উচ্চতা, ওজন, বুদ্ধিমত্তা, সাফল্য (Achievement) ইত্যাদি।

দ্বিতীয়ত: পরীক্ষণ লব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণের জন্য যেসব টেস্ট (test) ব্যবহৃত হয় যেগুলো নমুনার বণ্টন, নমুনার আকার (Sample size) বৃদ্ধির সাথে স্বাভাবিক বণ্টনের রূপ নিতে থাকে। এরকম দুইটি টেস্ট হল, সাইন টেস্ট (Sign Test) ও ম্যানহুইটনে ইউ টেস্ট (Mann Whitney U-test)। এছাড়াও অনেক সিদ্ধান্তমূলক (Inferno) টেস্টের জন্য নমুনার বণ্টন স্বাভাবিক হওয়া প্রয়োজন।

এরকম সিদ্ধান্তমূলক টেস্ট এর দুই একটি উদাহরণ হচ্ছে z - টেস্ট (z-test), t-টেস্ট (t-test) ও F টেস্ট (F-test)।

এই অধিবেশনের আমরা স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র নিয়ে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি

- লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও প্রকারভেদ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বলতে কী বোঝায় এবং এর বৈশিষ্ট্য কী কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও প্রকারভেদ

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর নিজে নিজে তৈরি করার চেষ্টা করুন:

- লেখচিত্র কী?
- লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য বা উপাত্ত পরিবেশনের গুরুত্ব কতটুকু?
- পরীক্ষায় প্রাপ্ত স্কোর বা ফ্রিকোয়েন্সী বণ্টনকে সাধারণত কী কী লেখচিত্রে রূপান্তর করে উপস্থাপন করা যায়?

সমাধান:

পর্ব- খ: স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র ও এর বৈশিষ্ট্য

বিভিন্ন বণ্টনের একটি মৌলিক আকৃতি বা আকার বা রূপ থাকে। এই মৌলিক আকার বা রূপকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টন এবং বণ্টনের এই রেখাচিত্রকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টনের রেখাচিত্র বা স্বাভাবিক সম্ভাবনার রেখাচিত্র।

এবার স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের কয়েকটি বৈশিষ্ট্য লিখতে চেষ্টা করুন।

সমাধানঃ

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৫**

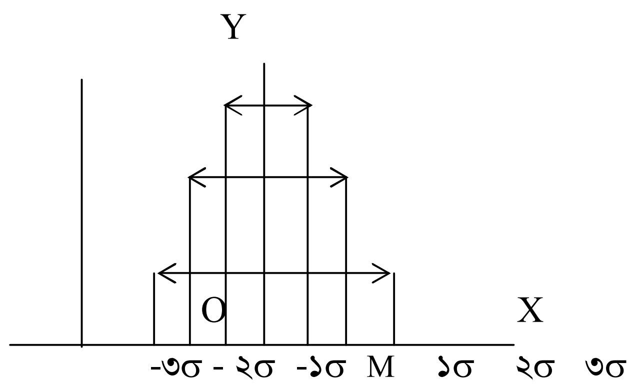
মূল শিখনীয় বিষয়
স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বিশেষ এক ধরনের গাণিতিক মডেল বা ধারণা যার নিজস্ব একটি সমীকরণ বর্তমান। বিভিন্ন বণ্টনের একটি মৌলিক আকৃতি বা রূপ থাকে, যাকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টন এবং বণ্টনের রেখাচিত্রকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বা স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্র (Normal Probability Curve)।

কোন শিক্ষামূলক বা মনোবৈজ্ঞানিক গবেষণা বা অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত স্কোরগুচ্ছকে বণ্টনে সাজিয়ে যদি তার একটি ফ্রিকোয়েন্সি বহুভুজ অঙ্কন করা হয়, তবে সে চিত্রটি অনেকটা দেখতে হয় ঘণ্টার আকৃতির মত। এই চিত্রের মাঝের অংশ ফোলা এবং উঁচু আর শীর্ষবিন্দুর দু'ধার থেকে রেখাটি দুদিকে ধীরে ধীরে নেমে আসার ফলে চিত্রটি দুপাশে সরু হয়ে যায়, কিন্তু অক্ষরেখাটিকে স্পর্শ করে না। এ ধরনের সুষম রেখাকে স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র বা গসিয়ান চিত্র বলা হয়। উনবিংশ শতাব্দীর প্রথম ভাগে কার্ল ফ্রেড্রিক গস (Carl Friedrich Gauss) এ ধরনের চিত্র পরিমাপের ত্রুটি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করেন। তাঁর নামানুসারে একে গসিয়ান চিত্র বলে।

নিচে স্বাভাবিক সম্ভাবনার একটি চিত্র দেয়া হল:



চিত্র: স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র

স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্যঃ

১। স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের আকৃতি একটি উপুড় করা ঘণ্টার মত। তাই একে বলা হয় ঘণ্টাকৃতি চিত্র।

২। লেখচিত্রটি ব্যাখ্যা করলে দেখা যায়, চিত্রটির বামপ্রান্তে থাকে নিম্নমানের স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যাও অল্প। চিত্রের মধ্যভাগের দিকে ক্রমশ অগ্রসর হতে থাকলে স্কোরগুলি আয়তনে বাড়তে থাকে এবং তাদের সংখ্যাও বেশি হতে থাকে। চিত্রটির ঠিক মধ্যবিন্দুর আশে পাশে থাকে মধ্যম মানের স্কোরগুলি। তাদের সংখ্যা বণ্টনের মধ্যে সবচেয়ে বেশি হওয়ার কারণে চিত্রটির মাঝখানটা ফোলা ও উঁচু হয়। চিত্রটি X অক্ষ রেখায় স্থাপিত স্কোরগুচ্ছের মান বৃদ্ধির সাথে Y অক্ষরেখায় অবস্থিত ফ্রিকোয়েন্সীর মানও বাড়তে থাকে। একটি চরম অবস্থায় আসার পর আবার কমতে থাকে। অর্থাৎ এই লেখচিত্রের একটি চূড়া আছে, যেটা হল এর চরম উচ্চতা। চিত্রটির ডানদিকের শেষ প্রান্তে থাকে উচ্চমানের স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যাও কম।

৩। চিত্রটির X অক্ষরেখার ঠিক মধ্যবিন্দুটি হল মিন বা গড়। মিনের উপর যদি Y অক্ষ বরাবর একটি লম্ব টানা হয়, তবে চিত্রটি সমান দুভাগে বিভক্ত হবে অর্থাৎ চিত্রটি সমপাতিত হয় বা Symmetrical।

৪। স্বাভাবিক বণ্টনের মিন, মিডিয়ান ও মোডের মান অভিন্ন হয়। অর্থাৎ X অক্ষরেখার মধ্যবিন্দুতে মিন, মিডিয়ান ও মোড অবস্থান করবে।

৫। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র X অক্ষের দিকে ধীরে ধীরে নেমে আসে বটে, কিন্তু তা কখনই X অক্ষকে স্পর্শ করে না। অর্থাৎ লেখচিত্রটি অসীম।

৬। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের X অক্ষের দুটি বিন্দুর অন্তর্গত ক্ষেত্রফল সব সময় স্থির থাকে। যেমন, $M \pm 3\sigma$ এর মধ্যে ৯৯.৭৪% স্কোর থাকে। এখানে M হলো স্কোরগুচ্ছের মিন বা গড় এবং σ হল আদর্শ বিচ্যুতি। এই সাধারণ নীতির উপর ভিত্তি করে স্বাভাবিক বণ্টনে নির্দিষ্ট কোন স্কোর ও মিনের মধ্যে যে ক্ষেত্রটি আবদ্ধ তার পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

৭। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের একটি সাধারণ ও তাৎপর্যপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হল এর বিস্তার ও উচ্চতার মধ্যে নির্দিষ্ট আনুপাতিক সম্পর্ক বিদ্যমান। সাধারণত উচ্চতা এর বিস্তারের ২/৩ অংশ হয়।

মূল্যায়নঃ

১। লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও গুরুত্ব কতখানি তা বর্ণনা করুন?

২। লেখচিত্রের প্রকারভেদ উল্লেখ করুন।

৩। স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র বলতে কী বোঝায়?

৪। স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের কয়েকটি বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করুন।

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৫**

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক

লেখচিত্র হল তথ্য পরিবেশনের এক ধরনের কৌশল। শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক তথ্য পরিবেশন করার জন্য বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। কতগুলো লেখচিত্র পরিবেশনের মূল উদ্দেশ্য হল তথ্য পরিবেশন করা। আবার কিছু কিছু লেখচিত্রের মাধ্যমে উপাত্তের তাৎপর্য নির্ণয় করা হয়। শিক্ষামূলক তথ্যসমূহ সাধারণত নিম্নরূপ লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়ে থাকে:

- আয়ত লেখ (Histogram)
- বহুভুজ (Polygon)
- দন্ডচিত্র (Bar graph)
- বৃত্তাকার চিত্র (Pie graph)
- অজিভ রেখা (Ogive curve)

শিক্ষা মূল্যায়নের ক্ষেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব অত্যন্ত বেশি। পরীক্ষায় প্রাপ্ত স্কোরগুলোকে সহজ, সংক্ষিপ্ত ও আকর্ষণীয় করে পরিবেশন করা যায়। এক নজরে পুরো তথ্য সম্পর্কে সামগ্রিক ধারণা পাওয়া যায় এবং তথ্যের অন্তর্নিহিত বিষয়বস্তু উপলব্ধি করা সহজ হয়। লেখচিত্র তথ্যের প্রকৃতি অনুধাবন ও বিশ্লেষণে সহায়তা করে। দুই বা ততোধিক তথ্য সারিকে তুলনা করতে লেখচিত্র খুবই সুবিধাজনক।

পর্ব- খ
মূল শিখনীয় বিষয় দ্রষ্টব্য

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৬**

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নম্বর বণ্টন ও ব্যবহার

ভূমিকা

আমরা আগেই জেনেছি যে, শিক্ষামূলক পরিমাপ ও গবেষণায় স্বাভাবিক রেখাচিত্র খুবই গুরুত্বপূর্ণ। আগের অধিবেশনের ভূমিকায় আমরা এই রেখাচিত্রের গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার সম্পর্কে ধারণা লাভ করেছি। এবার আপনার নিশ্চয়ই জানতে ইচ্ছে করছে যে, স্বাভাবিক রেখাচিত্রের আর কি ব্যবহার রয়েছে।

এই অধিবেশনে আমরা শিক্ষা, মনোবিজ্ঞান ও সমাজ বিজ্ঞানে স্বাভাবিক রেখাচিত্রের যেসব ব্যবহার রয়েছে তা নিয়ে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

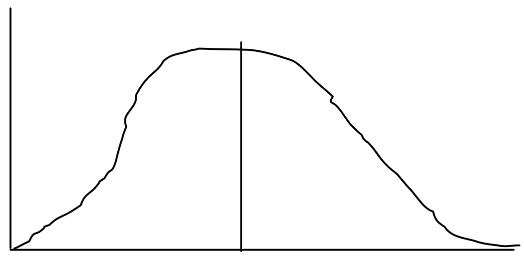
এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নম্বর বণ্টন উল্লেখ করতে পারবেন।
- স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- কঃ স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রে নম্বর বণ্টন

স্বাভাবিক বণ্টনের গড়ের উপর একটি লম্ব টানলে রেখাচিত্রটি সমান দুইভাগে ভাগ হয়ে যায়। ঐ লম্বের ডান ও বাম উভয় দিকে ৫০% স্কোর থাকে। স্বাভাবিক রেখাচিত্র যে ক্ষেত্রফল সীমাবদ্ধ করে তাকে আদর্শ বিচ্যুতির এককের ব্যবধানে ভাগ করা যায়। এই বণ্টনে গাণিতিক গড়কে X অক্ষের মধ্যবিন্দু বা বণ্টনের মূলবিন্দু বা কেন্দ্রবিন্দু হিসেবে গ্রহণ করা হয়।



গড় এর মান ডান দিকের X অক্ষ রেখাকে σ এর এককে সমান তিন ভাগে ভাগ করা হয় এবং ডান দিকের জন্য + (যোগ চিহ্ন), বামদিকের জন্য − (বিয়োগ চিহ্ন) ব্যবহার করা হয়। এগুলো হয় +১σ বা −২σ, −৩σ। সুতরাং X অক্ষ রেখাকে সমান ছয় ভাগে ভাগ করা হয়েছে। সমান ছয় ভাগে ভাগ করা হলেও কিন্তু এই ছয়টি বণ্টনের ক্ষেত্রফল সমান নয়, অর্থাৎ স্কোরের সংখ্যা সর্বত্র সমান নয়। নিচের ক্ষেত্রফল তালিকার শূন্য ঘরগুলি পূরণ করুন:

বণ্টন	**ক্ষেত্রফলের শতকরা অংশ**
গড় এবং +১σ এর মধ্যে	৩৪.১৩%
গড় এবং −১σ এর মধ্যে	৩৪.১৩%
১σ এবং ২σ এর মধ্যে	
−১σ এবং −২σ এর মধ্যে	
২σ এবং ৩σ এর মধ্যে	
−২σ এবং −৩σ এর মধ্যে	
৩σ এর পরে	
−৩σ এর পরে	

পর্ব- খঃ স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের ব্যবহার

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর নিজে নিজে তৈরি করতে চেষ্টা করুন:

- কোন কোন ক্ষেত্রে স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র ব্যবহার করা যায়?
- এ লেখচিত্রের সাহায্যে কীভাবে শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতার ধারণা পাওয়া যায়?
- কোন কোন পরিমাপ স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রকে অনুসরণ করে?

সমাধানঃ

ইউনিট- ১২ **অধিবেশন- ৬**

মূল শিখনীয় বিষয়

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নম্বর বণ্টন ও ব্যবহার

স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রে গাণিতিক গড়কেই X অক্ষরেখা তথা বণ্টনের কেন্দ্ররূপে গ্রহণ করা যায়। এ কেন্দ্র থেকে শুরু করে X অক্ষরেখাটি কয়েকটি সমানভাগে ভাগ করে ডানদিকে ও বাম দিকের স্কোরগুলোর জন্য + বা - চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়। সাধারণত গড় থেকে ডানদিকে ৩টি ও বাম দিকে ৩টি আসন সমান ভাগে অক্ষরেখাটি বিভক্ত করা হয় এবং ভাগগুলোকে σ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এ হিসেবে সমস্ত বণ্টনটি $M \pm$ ৩ σ সীমার মধ্যে অবস্থান করে। নিচে লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্র ও শতকরা স্কোর বণ্টন তালিকা দেয়া হল:

লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্র	শতকরা স্কোর বণ্টন
$M + 1\ \sigma$ এর মধ্যে $M - 1\ \sigma$ এর মধ্যে $\therefore M \pm 1\ \sigma$ এর মধ্যে	৩৪.১৩% স্কোর ৩৪.১৩% স্কোর ৬৮.২৬% স্কোর
$M + 2\ \sigma$ এর মধ্যে $M - 2\ \sigma$ এর মধ্যে $\therefore M \pm 2\ \sigma$ এর মধ্যে	৪৭.৭২% স্কোর ৪৭.৭২% স্কোর ৯৫.৪৪% স্কোর
$M + 3\ \sigma$ এর মধ্যে $M - 3\ \sigma$ এর মধ্যে $\therefore M \pm 3\ \sigma$ এর মধ্যে	৪৯.৮৭% স্কোর ৪৯.৮৭% স্কোর ৯৯.৭৪% স্কোর

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের অন্তর্গত সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের সীমার (-৩ σ থেকে +৩ σ) মধ্যে প্রায় সমস্ত স্কোর (৯৯.৭৪%) থাকে। এর বাইরে থাকে মাত্র ০.২৬% স্কোর। উদাহরণ স্বরূপ বলা যেতে পারে, $M \pm 1\ \sigma$ এর মধ্যে সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ৬৮.২৬% থাকে। অর্থাৎ একটি স্বাভাবিক বণ্টনের M যদি ১০০ হয় এবং σ যদি ২০ হয়, তাহলে ঐ বণ্টনের শতকরা ৬৮.২৬ ভাগ স্কোর ৮০-১২০ মানের মধ্যে থাকবে।

স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের ব্যবহার

আধুনিক পরিমাপ ও মূল্যায়নের বিভিন্ন ক্ষেত্রে এ লেখচিত্রকে ব্যবহার করা হয়। এ লেখচিত্রের সাহায্যে শিক্ষামূলক বিভিন্ন সমস্যার সমাধান এবং শিক্ষামূলক তথ্যের তাৎপর্যও বিভিন্ন দিক থেকে নির্ণয় করা যায়।

১। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ হল অতি অল্প সংখ্যক নমুনা দলের সীমাবদ্ধ পরিমাপ থেকে অনেক বেশি সংখ্যক জনসমষ্টির পরিমাপ সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত নেয়া যায়।

২। মানুষের বিভিন্ন দৈহিক, মানসিক ও শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্যের পরিমাপগুলো স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে। ফলে, স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র থেকে বিশেষ স্কোর সীমার মধ্যে কতজন শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা অন্তর্ভুক্ত হবে, তা নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

৩। স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের সাহায্যে শিক্ষামূলক পরিমাপের জন্য প্রশ্নপত্র রচনার সময় বিভিন্ন প্রশ্নের কাঠিন্য মান নির্ণয় করা যায়।

৪। শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা আদর্শায়িত করার সময় স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। এর দ্বারা কোন অভীক্ষার অন্তর্ভুক্ত প্রশ্নগুলির অভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নির্ণয় করা হয়।

৫। পরিমাপের বিভিন্ন পদ্ধতির মধ্যে কোন বিশেষ পরিমাপ কতটা নির্ভরযোগ্য, তা নির্ণয় করার জন্য স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়।

৬। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের সাহায্যে শিক্ষামূলক পারদর্শিতার ক্ষেত্রে যে পার্থক্য দেখা যায়, তার তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব। যেমন, দু'দল ছাত্রের কোন পরীক্ষায় প্রাপ্ত গড় নম্বরের পার্থক্য দেখা গেলে, সেই পার্থক্য প্রকৃত পারদর্শিতার পার্থক্য নির্দেশ করছে কিনা তা বোঝার জন্য স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়।

৭। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের নীতি অনুসরণ করে বিশেষ বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের শ্রেণীবিভাগ করা যায়। যেমন, শিক্ষাগত পারদর্শিতার দিক থেকে আমরা শিক্ষার্থীদের স্বাভাবিক পারদর্শিতাসম্পন্ন, উচ্চ পারদর্শিতাসম্পন্ন, নিম্ন পারদর্শিতাসম্পন্ন ইত্যাদি শ্রেণীতে ভাগ করতে পারি।

৮। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্যগুলো সাধারণধর্মী। তাই এই লেখচিত্রের ব্যবহার কোন বিশেষ পরিমাপের ক্ষেত্রে সীমাবদ্ধ নয়। যে-কোন ধরনের বৈজ্ঞানিক তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এর প্রয়োগ করা যায়। জীববিজ্ঞান, সমাজবিজ্ঞান ও অর্থনীতির অনেক তথ্য স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের ধর্ম মেনে চলে। যেমন, কোন দেশের নারী-পুরুষের জন্মের হার, বিভিন্ন শ্রেণীর গাছপালা ও প্রাণীর অনুপাত, মানুষের উচ্চতা, ওজন, জন্ম-মৃত্যু ও বিবাহের হার অথবা একই পেশায় নিয়োজিত বহুসংখ্যক কর্মীর বেতন ও তাদের উৎপাদন। এ সকল তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রেও এই লেখচিত্রের গুরুত্ব অপরিসীম।

মূল্যায়নঃ

১। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত বিভিন্ন ক্ষেত্রের নম্বর বণ্টন উল্লেখ করুন।

২। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের ব্যবহার বর্ণনা করুন।

সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক

১৩.৫৯%, ১৩.৫৯%, ২.১৫%, ২.১৫%, ০.১৩%, ০.১৩%

পর্ব- খ

মূল শিখনীয় বিষয় দ্রষ্টব্য