

ইউনিট: ১১

- অধিবেশন ১ : পরিসংখ্যানের প্রাথমিক ধারণা
- অধিবেশন ২ : ফ্রিকোয়েন্সি (গণসংখ্যা) ও ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন
- অধিবেশন ৩ : অবিন্যস্ত স্কোরকে ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টনে সাজানো এবং শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা ও মধ্যবিন্দু নির্ণয়
- অধিবেশন ৪ : স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র
- অধিবেশন ৫ : অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়
- অধিবেশন ৬ : সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

পরিসংখ্যানের প্রাথমিক ধারণা

ভূমিকা

সাধারণ অর্থে পরিসংখ্যান বলতে সংগৃহীত সংখ্যাগত উপাত্তকে (Numerical data) বোঝায়। Lovit-এর মতে “পরিসংখ্যান হল সেই বিজ্ঞান যা কোন ঘটনার ব্যাখ্যা, বর্ণনা এবং তুলনা করার জন্য উপাত্ত সংগ্রহ, উপাত্তের শ্রেণীকরণ এবং সারণিবদ্ধ করে থাকে”। পরিসংখ্যানের ভাষায় স্কোর হলো কোন ব্যক্তি বা বস্তু কোন বৈশিষ্ট্যকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ। এই অধিবেশনে পরিসংখ্যানের ধারণা, প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহার এবং স্কোর ও চলক সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- পরিসংখ্যানের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরীক্ষার ফলাফল বিশ্লেষণে পরিসংখ্যানের প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহার বর্ণনা করতে পারবেন।
- স্কোর ও চলক বলতে কী বোঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।



পর্বসমূহ

পর্ব- ক: পরিসংখ্যানের ধারণা ও প্রয়োজনীয়তা

প্রিয় শিক্ষার্থীবৃন্দ, ইংরেজি Statistics কথাটি ল্যাটিন শব্দ “Status” থেকে উদ্ভূত যার অর্থ হল “রাষ্ট্র”। প্রাচীনকালে রাষ্ট্রের অবস্থা বর্ণনার জন্য এটি ব্যবহৃত হত। বর্তমানে গবেষণা কাজে, গবেষণালব্ধ ফলাফল প্রকাশসহ প্রভৃতি কাজে ব্যবহৃত হয়। শ্রেণীকক্ষে পরীক্ষার ফলাফল থেকে প্রাপ্ত অবিন্যস্ত নম্বর বা স্কোরকে বিন্যস্ত করে শ্রেণীকরণ বা সারণিবদ্ধ করে অর্থপূর্ণ রূপ দেওয়া যায়। এথেকে শিক্ষার্থীদের অর্জিত জ্ঞানের তুলনামূলক পরিমাপ করা সম্ভব।

আসুন শিক্ষার্থী বন্ধুরা, আর কী কী কাজে পরিসংখ্যান ব্যবহারের প্রয়োজনীয়তা রয়েছে বলে আপনি মনে করেন তা নিম্নের ছকে লিপিবদ্ধ করুন।

পরিসংখ্যানের প্রয়োজনীয়তা:

▪

▪

▪

▪

▪

▪

▪



পর্ব- খ: স্কের ও চলক এর ধারণা

ব্যক্তি বা বস্তুর কোন বৈশিষ্ট্যকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করাকে স্কের বলা হয়। যেমন: কোন পরীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের কৃতিত্বকে পরিমাপ করে নম্বর বা সংখ্যা দিয়ে প্রকাশ করা। এটি হলো পরিসংখ্যানের পরিভাষায় “স্কের”, আর পরিবর্তনশীল যে কোন মানকে বলা হয় “চলক”। চলক দু’রকম হতে পারে। যেমন- অবিচ্ছিন্ন চলক এবং বিচ্ছিন্ন চলক।

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, অবিচ্ছিন্ন চলক এবং বিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বোঝায় তা নিম্নের ছকে লেখার চেষ্টা করি এবং পরে মূল শিখনীয় বিষয়ের সাথে মিলিয়ে নেই।

অবিচ্ছিন্ন চলক:

বিচ্ছিন্ন চলক:

মূল শিখনীয় বিষয় পরিসংখ্যানের প্রাথমিক ধারণা



পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা

- পরিসংখ্যান বা ইংরেজি Statistics কথাটি ল্যাটিন শব্দ ‘Status’ থেকে উদ্ভূত যার অর্থ হল ‘রাষ্ট্র’। প্রাচীনকালে রাষ্ট্রের অবস্থা বর্ণনার জন্য এটি ব্যবহৃত হত। সাধারণভাবে পরিসংখ্যান বলতে সংগৃহীত সংখ্যাগত উপাত্ত (Numerical data) বোঝায়।
- Webster Dictionary-এর মতে, পরিসংখ্যান হল কোন রাষ্ট্রের জনগণের অবস্থা সম্পর্কিত সারণিবদ্ধ তথ্য বা উপাত্তসমূহ।
- Lovit এর কথায়- ‘পরিসংখ্যান হল সেই বিজ্ঞান যা কোন ঘটনার ব্যাখ্যা, বর্ণনা এবং তুলনা করার জন্য উপাত্ত সংগ্রহ, উপাত্তের শ্রেণীকরণ এবং সারণিবদ্ধ করে থাকে।’
- John W. Best & James V. Kahn-এর মতে— “Statistics is a body of mathematical techniques or processes for gathering, organizing and interpreting numerical data”.

পরিসংখ্যানের প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহার

- পরীক্ষার ফলাফল থেকে প্রাপ্ত অবিন্যস্ত নম্বর বা স্কোরকে বিন্যস্ত করে শ্রেণীকরণ বা সারণিবদ্ধ করে অর্থপূর্ণ রূপ দেওয়া।
- শিক্ষার্থীদের অর্জিত জ্ঞানের তুলনামূলক পরিমাপ করা।
- জটিল গাণিতিক উপাত্তকে সারণিবদ্ধ করে নানারকম চিত্তাকর্ষক লেখচিত্রের মাধ্যমে সকলের নিকট বোধগম্য করে প্রকাশ করা।
- গবেষণা তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে সমস্যার সমাধান করা।
- অভীক্ষার আদর্শায়িতকরণ বিশেষ করে যথার্থতা ও নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যানের ব্যবহার গুরুত্বপূর্ণ।

- শিক্ষার্থী সম্পর্কিত বিভিন্ন তথ্যাবলি সংগ্রহ ও তাৎপর্য নির্ণয় করে ভবিষ্যতের জন্য পরামর্শ ও নির্দেশনা দেওয়া।

স্কোর ও চলক

- **স্কোর (Score):** ব্যক্তি বা বস্তুর কোন বৈশিষ্ট্যকে সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করলে তাকে স্কোর বলা হয়। পরীক্ষা বা অভীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর কৃতিত্ব বা সাফল্য পরিমাপ করে নম্বর বা সংখ্যা দিয়ে প্রকাশ করা হয়। পরীক্ষায় প্রাপ্ত এই নম্বরকে পরিসংখ্যানের পরিভাষায় 'স্কোর' বলা হয়। যেমন, বিজ্ঞান পরীক্ষায় প্রাপ্ত তিনজন শিক্ষার্থীর স্কোর হল: ৫০, ৬০, ৭০।
- **অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোর (Ungrouped and grouped Score):** কৃতিত্ব অভীক্ষার ফলাফল থেকে প্রাপ্ত নম্বর বা স্কোরগুলো সাধারণত এলামেলো অবস্থায় থাকে। তাই এগুলো থেকে কোন অর্থপূর্ণ তাৎপর্য বা ধারণা গঠন করা যায় না। স্কোরগুচ্ছের তাৎপর্য সঠিকভাবে ব্যাখ্যা বা বিশ্লেষণ করতে হলে এদেরকে সুশৃঙ্খল নিয়মে সাজান বা শ্রেণীবিন্যাস করার দরকার হয়। স্কোরগুচ্ছকে যখন শ্রেণীবিন্যাস করা হয় না অর্থাৎ এলামেলো অবস্থায় থাকে তখন এগুলোকে বলা হয় অবিন্যস্ত স্কোর। আর শ্রেণীবিন্যাস করার পর স্কোরগুচ্ছকে বলা হয় বিন্যস্ত স্কোর।
- **চলক (Variable):** পরিবর্তনশীল যে কোন মানকে চলক বলা হয়। তাই পরীক্ষায় প্রাপ্ত স্কোরগুলো হল চলক। চলক দু'ধরনের হতে পারে: অবিচ্ছিন্ন চলক এবং বিচ্ছিন্ন চলক।
- **অবিচ্ছিন্ন চলক (Continuous Variable):** যেসব চলক নির্দিষ্ট পরিসীমার মধ্যে যে কোন সংখ্যামান গ্রহণ করতে পারে, তাদের অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন: ৩ টাকা, ৪ টাকা, ৫ টাকার মধ্যে যে কোন অর্থবোধক ক্ষুদ্রতম অংশ কল্পনা করা যেতে পারে। যেমন - ৩.২৫ টাকা, ৪.৫০ টাকা ইত্যাদি।
- **বিচ্ছিন্ন স্কোর (Discrete Variables):** যেসব চলকের মানকে ভগ্নাংশে দেখানো যায় না, শুধু পূর্ণ সংখ্যার ভিত্তিতে উপস্থাপন করা যায় তাদের বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন: ২, ৩, ৫ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২.৫ বা ৩.১ জন শিক্ষার্থীকে কল্পনা করা যায় না।



মূল্যায়ন:

- ১। পরিসংখ্যানের সাহায্যে কীভাবে শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন করবেন তা ব্যাখ্যা করুন।
- ২। পরিসংখ্যানের প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহার বর্ণনা করুন।

ফ্রিকোয়েন্সি (গণসংখ্যা) ও ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন

ভূমিকা

একগুচ্ছ স্কোরের মধ্যে কোন একটি স্কোর কতবার আবির্ভাব হয়েছে বা এসেছে সেই সংখ্যাকে ঐ স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বা গণসংখ্যা বলে। যে কোন সংগ্রহ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে প্রাপ্ত স্কোর বা তথ্যসমূহকে সারণীর মধ্যে একটি নির্দিষ্ট ক্রমে সাজাতে হবে। এতে তথ্যের অবস্থান নির্ণয় করা সহজতর হয়। এভাবে স্কোরসমূহের মানের ক্রমবিন্যাস অনুসারে সাজানোকে বলা হয় ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন বা গণসংখ্যা নিবেশন। এই অধিবেশনে ফ্রিকোয়েন্সি, ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন, বিস্তার, শ্রেণী ব্যবধান এবং ট্যালি সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- ফ্রিকোয়েন্সি ও ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন বলতে কী বোঝায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বিস্তার, শ্রেণী ব্যবধান ও ট্যালি কী তা বর্ণনা করতে পারবেন।



পর্বসমূহ

পর্ব- ক: ফ্রিকোয়েন্সি ও ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন

স্কোরগুচ্ছের বিন্যাসে কোন একটি স্কোরের কতবার অবস্থান তা হলো ফ্রিকোয়েন্সি। আর স্কোরগুলো যে পদ্ধতিতে সাজানো হয় সেটি হলো ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন।

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, নিম্নে অষ্টম শ্রেণীর ১১ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর বা স্কোর দেওয়া হলো।

গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর:

৫০, ৪৫, ৬৫, ৫৫, ৪২, ৫০, ৬৫, ৫৫, ৫০, ৫৫, ৫৫

বন্ধুরা, এবার আসুন আমরা এ থেকে নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করি।

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

- (ক) কোন কোন স্কোর কত বার এসেছে?
(খ) কোন স্কোরের এরূপ বারবার আসাকে পরিসংখ্যানের ভাষায় কী বলে?
(গ) অবিন্যস্ত স্কোরকে এভাবে বিন্যস্ত করাকে কী বলে?

সমাধান:

(ক)

(খ)

(গ)



পর্ব- খ: অবিন্যস্ত স্কোরের বিস্তার, শ্রেণী ব্যবধান ও ট্যালি নির্ধারণ

স্কোর যদি বেশি হয় তাহলে অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানোর জন্য ৩টি ধাপে অগ্রসর হতে হয়।

- ১। স্কোরের বিস্তার বা Range বের করা
- ২। শ্রেণী ব্যবধান (Interval) দৈর্ঘ্য ও সংখ্যা নির্ণয় করা
- ৩। ট্যালি (Tally) মার্ক দেওয়া

১ম ধাপে যে কোন স্কোরগুচ্ছ থেকে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম স্কোর বের করি এবং এ দুটোর বিয়োগ ফলের সাথে ১ যোগ করলে আমরা বিস্তার পাব।

২য় ধাপে, স্কোরগুলোকে কতগুলো নির্দিষ্ট দল বা শ্রেণীতে ভাগ করতে হয়। এই দলকে বলা হয় শ্রেণী ব্যবধান। শ্রেণী ব্যবধান ৫ বা ১০ ধরে কলাম তৈরি করা যেতে পারে। প্রতিটি দলে যে কয়টি স্কোর থাকবে সেটি হচ্ছে উক্ত স্কোরগুচ্ছের শ্রেণী ব্যবধানের দৈর্ঘ্য। আর বিস্তারকে শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলে শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা পাব।

আসুন বন্ধুরা, নিম্নের ৪০জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোরের বিস্তার বা Range এবং শ্রেণী ব্যবধান ও শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয়ের চেষ্টা করি এবং পরে মূল শিখনীয় বিষয় থেকে জেনে নেই।

৩০	৫৬	৩৭	৬১	৪৩	৫৯	৬২	৫১
৬৬	৪৬	৫৩	৫০	৩৪	৩৮	৫২	৪২
৬০	৪৯	৫৫	৫৭	৩৯	৬৪	৫৮	৫৫
৪০	৪৫	৬৭	৪১	৩৫	৬৩	৪৭	৭০
৪২	৪৯	৪৮	৫৪	৬৮	৫৪	৭২	৫৩

সমাধান:

মূল শিখনীয় বিষয় ফ্রিকোয়েন্সি (গণসংখ্যা) ও ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন



ফ্রিকোয়েন্সি: এক গুচ্ছ স্কোরের মধ্যে কোন একটি স্কোরের আবির্ভাবের বার বা সংখ্যাকে ঐ স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বা পৌনঃপুণ্য বলে।

ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন: আর যে পদ্ধতিতে পৌনঃপুণ্য অনুযায়ী স্কোরগুলোকে সাজান হয় তাকে ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন বলে।

অবিন্যস্ত স্কোরগুচ্ছকে ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টনে সাজানোর সময় নিম্নের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে।

১। **বিস্তার বা প্রসার (Range):** প্রথমে স্কোরগুচ্ছের বিস্তার নির্ণয় করতে হবে। স্কোরগুচ্ছের বৃহত্তম স্কোর ও ক্ষুদ্রতম স্কোরের মধ্যে যে ব্যবধান তাকে বিস্তার বলে। এটি নির্ণয়ের সূত্র হলো: বিস্তার = (বৃহত্তম স্কোর - ক্ষুদ্রতম স্কোর) + ১

২। **শ্রেণী ব্যবধান (Class interval):** এ ধাপে স্কোরগুলোকে কতকগুলো নির্দিষ্ট দল বা শ্রেণীতে ভাগ করতে হয়। এই দলকে শ্রেণী ব্যবধান বলে। একটি বণ্টনে মোট কতকগুলো শ্রেণী ব্যবধান হবে এবং প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানে স্কোরের সংখ্যা (শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য) কয়টি হবে সেটা আগেই স্থির করতে হবে। শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য সাধারণত ১, ২, ৩, ৪, ৫, ১০, ২০ ইত্যাদির মধ্যে থেকে প্রয়োজন অনুসারে একটি বেছে নেওয়া যায়। আর শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা নিচের সূত্র থেকে নির্ণয় করা যায়: শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা = $\frac{\text{বিস্তার}}{\text{শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য}}$

৩। **ট্যালি (Tally):** এবার প্রত্যেকটি স্কোর যে শ্রেণী ব্যবধানের অন্তর্ভুক্ত সেই শ্রেণী ব্যবধানে সেটিকে তালিকাভুক্ত করতে হবে। তালিকাভুক্ত করার সময় যে শ্রেণী ব্যবধানে স্কোরটি অন্তর্ভুক্ত হবে তার ঠিক ডান দিকে একটি স্কোরের বদলে একটি খাড়া দাগ দিতে হবে। এ ছোট দাগগুলোকে ট্যালি বলা হয়। ট্যালি চিহ্নের সঙ্গে সঙ্গে স্কোরটির উপরও

টিক চিহ্ন দিয়ে রাখতে হয় যাতে এর পুনরাবৃত্তি না ঘটে। একটি শ্রেণী ব্যবধানে ৫টি স্কোর পাওয়া গেলে এভাবে (////) দেখাতে হয়। একটি শ্রেণী ব্যবধানে সর্বমোট কয়টি স্কোর অন্তর্ভুক্ত হল তা ট্যালি দাগগুলো গণনা করলে জানা যাবে। প্রত্যেক শ্রেণী ব্যবধানের অন্তর্গত স্কোরগুলোর সংখ্যাকে ফ্রিকোয়েন্সি বলে। একে ইংরেজি ছোট হাতের 'f' অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। এভাবে স্কোরগুচ্ছের যে বিন্যস্ত রূপ পাওয়া যায়, তাকে ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন বলা হয়।

সমস্যা- ১: ৪০ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন

৩০	৫৬	৩৭	৬১	৪৩	৫৯	৬২	৫১
৬৬	৪৬	৫৩	৫০	৩৪	৩৮	৫২	৪২
৬০	৪৯	৫৫	৫৭	৩৯	৬৪	৫৮	৫৫
৪০	৪৫	৬৭	৪১	৩৫	৬৩	৪৭	৭০
৪২	৪৯	৪৮	৫৪	৬৮	৫৪	৭২	৫৩

- ১। প্রথমত Range বা বিস্তার বের করতে হবে।
- ২। দ্বিতীয়ত শ্রেণী ব্যবধান ও শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।
- ৩। তৃতীয়ত প্রদত্ত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টনে সাজাতে হবে।

প্রথম ধাপ: Range বা বিস্তার বের করা:

প্রদত্ত সারণীতে সবচেয়ে ছোট ও সবচেয়ে বড় স্কোর দু'টিকে বৃত্ত (O) দিয়ে চিহ্নিত করুন।

এখন বৃহত্তম স্কোর থেকে ক্ষুদ্রতম স্কোর বিয়োগ করে এর সাথে ১ যোগ করুন। এটাই হল বিস্তার বা Range.

$$\text{সুতরাং বিস্তার} = (\text{বৃহত্তম স্কোর} - \text{ক্ষুদ্রতম স্কোর}) + ১$$

$$\text{এখানে বৃহত্তম স্কোর} = ৭২ \text{ এবং ক্ষুদ্রতম স্কোর} = ৩০$$

$$\text{অতএব বিস্তার} = (৭২ - ৩০) + ১$$

$$= ৪২ + ১$$

$$= ৪৩$$

দ্বিতীয় ধাপ: শ্রেণী ব্যবধান ও শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা নির্ণয়করণ:

- ১। এ ধাপে স্কোরগুলোকে কতকগুলো নির্দিষ্ট দল বা শ্রেণীতে ভাগ করতে হয়। এই দলকে শ্রেণী ব্যবধান বলে। যেমন ৩০-৩৪ পর্যন্ত পাঁচটি স্কোরের সমন্বয়ে একটি দল গঠন করা যেতে পারে এবং এর পরের দলটি ৩৫-৩৯ এই পাঁচটি স্কোরের সমন্বয়ে গঠিত হবে। প্রতি দলে বা গ্রুপে যে কয়টি স্কোর থাকবে সেটি হচ্ছে উক্ত স্কোর গুচ্ছের শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য।
- ২। এবার প্রদত্ত স্কোর গুচ্ছকে প্রথমে ৫ শ্রেণী ব্যবধান দিয়ে একটি কলাম তৈরি করুন। শ্রেণী ব্যবধান ৩০ দিয়ে শুরু করুন। নিচে নমুনা দেয়া হল:

৩০-৩৪
৩৫-৩৯
৩৯-

- ৩। একই ভাবে এবার ১০ শ্রেণী ব্যবধান দিয়ে একটি কলাম তৈরি করুন এবং শ্রেণী ব্যবধান ৩০ দিয়ে শুরু করুন।

৩০-৩৯
৪০-৪৯
৩৯-

- ৪। এবার গুণে দেখুন শ্রেণী ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণী সংখ্যা কয়টি এবং শ্রেণী ব্যবধান ১০ ধরে শ্রেণী সংখ্যা কয়টি হয়েছে?

আপনি না গুণেও শ্রেণী সংখ্যা বের করতে পারেন এর জন্য দুটি তথ্য আপনার লাগবে একটি হচ্ছে শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য ও অপরটি হচ্ছে Range বা বিস্তার।

এখানে ধরা যাক শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য = ৫ এবং স্কোর গুচ্ছের বিস্তার আমরা পেয়েছি ৪৩

$$\text{অতএব শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা} = \frac{\text{বিস্তার}}{\text{শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য}} = \frac{৪৩}{৫} = ৮.৬$$

এখানে ৮.৬ ভগ্নাংশ সংখ্যার পরিবর্তে পূর্ণ সংখ্যায় ৯ টি শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা নিতে হবে। শ্রেণী ব্যবধান ১০ ধরলে

$$\text{অতএব শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা} = \frac{\text{বিস্তার}}{\text{শ্রেণীব্যবধান দৈর্ঘ্য}} = \frac{৪৩}{১০} = ৪.৩$$

মাধ্যমিক শিক্ষক প্রশিক্ষণ- বিএড

এখানে ৪.৩ ভগ্নাংশ সংখ্যার পরিবর্তে পূর্ণ সংখ্যায় ৫টি শ্রেণী ব্যবধান সংখ্যা নিতে হবে। এবার মিলিয়ে দেখুন আপনি গুণে যা বের করে ছিলেন সেটার সাথে মিলেছে কিনা।

তৃতীয় ধাপ: যেভাবে প্রদত্ত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানো হয়:

শ্রেণী ব্যবধান দৈর্ঘ্য ৫ এবং শ্রেণীব্যবধান সংখ্যা ৯ ধরে নিচের সারণীতে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টন সাজাতে হবে-

সারণীর একটি করে নম্বর কাটুন বা নম্বরের চারপাশে বৃত্ত দিন এবং সেই স্কোরটি যে শ্রেণী ব্যবধানের সাথে মিলবে সেই ঘরে একটি করে দাগ(ট্যালি) দিন। যেমন প্রদত্ত সারণীতে স্কোর ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৪৯ দেয়া আছে সেগুলোর জন্য দাগ (//) দিতে হবে বা ট্যালি পড়বে ৪৫-৪৯ শ্রেণী ব্যবধানে।

প্রতিটি ট্যালির ঘরে যে কয়টি দাগ পড়বে সেটা পৌন:পুণ্য বা ফ্রিকোয়েন্সির ঘরে অংকে লিখে দিন। যেমন, দাগ (//) জন্য লিখুন ফ্রিকোয়েন্সি “৬”। সব ফ্রিকোয়েন্সি লিখা হয়ে গেলে যোগ করুন ও ঘ= কত লিখুন। এখানে যেহেতু ৪০ জন শিক্ষার্থীর স্কোর দেয়া আছে সেহেতু ফ্রিকোয়েন্সির যোগফল যদি ৪০ হয় তবে বুঝতে হবে সব কয়টা স্কোরই শ্রেণী ব্যবধানে গণনা হয়েছে।

সারণী : ৪০টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বন্টন

শ্রেণী ব্যবধান	ট্যালি	ফ্রিকোয়েন্সি
৭০- ৭৪		
৬৫ - ৬৯		
৬০ - ৬৪		
৫৫ - ৫৯		
৫০ - ৫৪		
৪৫ - ৪৯		
৪০ - ৪৪		
৩৫ - ৩৯		
৩০ - ৩৪		
		ঘ=

উপরের বাম দিকের শ্রেণী ব্যবধানের ক্ষুদ্রতম স্কোরটি আছে সবচেয়ে নিচে। তার উপরে তার চেয়ে বড় স্কোরটি। এমনিভাবে সবার উপরে আছে সর্বোচ্চ স্কোরটি। প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানের

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

অন্তর্গত স্কোরের সংখ্যা হল ৫, যেমন : ৩০-৩৪ প্রথম শ্রেণীর ব্যবধানে আছে ৩০, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৪ এই পাঁচটি স্কোর।

বন্টনের দ্বিতীয় স্তরের দাগগুলোকে ট্যালি চিহ্ন বলে। এর মাধ্যমে স্কোরগুলোকে নির্দিষ্ট শ্রেণী ব্যবধানে অন্তর্ভুক্ত করা হয়। সকল শ্রেণীর ফ্রিকোয়েন্সির যোগফল ঘ দ্বারা সূচিত হয়েছে। এই ঘ স্কোরের মোট সংখ্যা নির্দেশ করে।



মূল্যায়ন:

১. নিচের অবিন্যস্ত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বা পৌন:পুণ্য বন্টনে সাজান। শ্রেণী ব্যবধান ৫ নিন এবং শুরু করুন ১০ স্কোর থেকে অর্থাৎ শ্রেণী ব্যবধান হবে ১০-১৪।

৩৭	৩৩	৪৭	২১	৩২	৫৫	৫০	২৭	১২	৬৮
৪৯	৪০	১৭	৪৪	৪৮	৬২	২৪	৩৩	৪২	৩৮
৪৫	২৬	৩৩	৪৪	৪৮	৫২	৩০	৫৮	৩৮	৪৫

ইউনিট- ১১

অধিবেশন- ২



সম্ভাব্য উত্তর:

পর্ব- ক

স্কোর ৪৫, ৪২ আছে একবার

স্কোর ৬৫ আছে দুইবার

স্কোর ৫০ তিনবার

স্কোর ৫৫ আছে চারবার

স্কোর	ফ্রিকোয়েন্সি
৪২	১
৪৫	১
৫০	৩
৫৫	৪
৬৫	২
	N= ১১

সমাধান:

সমস্যা- ১:

সারণী: ৪০টি স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বণ্টন

শ্রেণী ব্যবধান	ট্যালি	ফ্রিকোয়েন্সি
৭০ - ৭৪	//	২
৬৫ - ৬৯	///	৩
৬০ - ৬৪	XXXX	৫
৫৫ - ৫৯	XXXX /	৬
৫০ - ৫৪	XXXX //	৭
৪৫ - ৪৯	XXXX /	৬
৪০ - ৪৪	XXXX	৫
৩৫ - ৩৯	////	৪
৩০ - ৩৪	//	২
		ঘ = ৪০

অবিন্যস্ত স্কোরকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানো এবং শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা ও মধ্যবিন্দু নির্ণয়

ভূমিকা

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, পূর্ববর্তী অধিবেশন ২ এ আমরা অবিন্যস্ত স্কোরকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানো শিখেছি। এ অধিবেশনে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনের শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা ও মধ্যবিন্দু নির্ণয় সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- শিক্ষার্থীর কৃতিত্ব অভীক্ষার প্রাপ্ত স্কোরকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজাতে পারবেন।
- শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা নির্ণয় করতে পারবেন।
- শ্রেণীর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করতে পারবেন।



পর্বসমূহ

পর্ব- ক: অবিন্যস্ত স্কোরের ফ্রিকোয়েন্সি বন্টন

পূর্ববর্তী অধিবেশন ২ এর মূল্যায়ন ১-এ অবিন্যস্ত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজাতে পারলাম কি না তা নিম্নের সমাধান চার্টের সাথে মিলিয়ে নেই। সমস্যার সম্মুখীন হলে প্রশিক্ষকের সহায়তা নেই।

অধিবেশন-২ এর মূল্যায়ন-১ এর সমাধান চার্ট:

শ্রেণী ব্যবধান	স্কোর	ট্যালি	ফ্রিকোয়েন্সি
১০ -১৪	১২	/	১
১৫ -১৯	১৭	/	১
২০ -২৪	২১,২৪	//	২
২৫ -২৯	২৬,২৭	//	২
৩০ -৩৪	৩৩,৩৩,৩৩,৩২,৩০	///	৫
৩৫ -৩৯	৩৭,৩৮,৩৮	///	৩
৪০ -৪৪	৪০,৪৪,৪৪,৪২	////	৪
৪৫ -৪৯	৪৯,৪৫,৪৮,৪৮,৪৭,৪৫	/// /	৬
৫০ -৫৪	৫০,৫২	//	২
৫৫ -৫৯	৫৫,৫৮	//	২
৬০ -৬৪	৬২	/	১
৬৫ -৬৯	৬৮	/	১



পর্ব- খ: শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা ও মধ্যবিন্দু নির্ণয়

প্রত্যেকটি শ্রেণী ব্যবধানের দু'টি সীমা আছে। উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমা। উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে ২০-২৫ শ্রেণী ব্যবধানটির নিম্নসীমা ২০ এবং উচ্চসীমা ২৫। কিন্তু প্রকৃত পক্ষে নিম্নসীমা ২০ বলতে বোঝায় ১৯.৫ থেকে ২০.৫ এবং উর্ধ্বসীমা ২৫ বলতে বোঝায় ২৪.৫ থেকে ২৫.৫।

অবার ২০-২৫ শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যে ৫টি স্কোর আছে। এই ৫টি স্কোরের প্রতিনিধিত্ব করতে পারে এমন একটি মানের প্রয়োজন হয়। সাধারণত শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে প্রতিনিধিত্বমূলক মান বলে ধরে নেওয়া হয়।

$$\therefore \text{মধ্যবিন্দু} = \frac{\text{নিম্নসীমা} + \text{উচ্চসীমা}}{২}$$

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, নিম্নের অবিন্যস্ত স্কেরগুলোকে শ্রেণী ব্যবধান ৫ ধরে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজিয়ে এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি।

৫৭	৫৪	৬৩	৯১	৭৮	৩৩	৭৩	৫০	৬২	৫৮
৯৮	৩৯	৭৩	৫৫	২৭	৮৫	৪০	৬৮	৫২	২৩
৫১	১৮	৪৮	৫৮	৯০	৭২	৫৭	৪৬	৩৩	৫০
৩৮	৭৮	৫৮	২২	৬৮	৪২	৭০	১১	৪৭	৩৮

সমাধান:

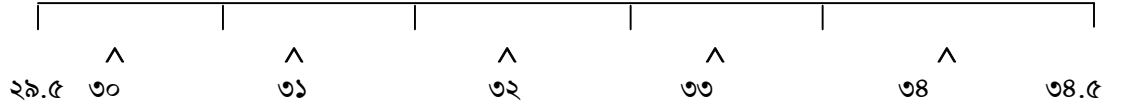
মূল শিখনীয় বিষয়
অবিন্যস্ত স্কোরকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানো এবং শ্রেণী ব্যবধানের
প্রকৃত সীমা ও মধ্যবিন্দু নির্ণয়



শ্রেণী ব্যবধানের প্রকৃত সীমা নির্ণয়

প্রত্যেকটি শ্রেণী ব্যবধানের দু'টি সীমা আছে। উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা। উদাহরণস্বরূপ: ৩০-৩৪ শ্রেণী ব্যবধানটির নিম্নসীমা হল ৩০ এবং উচ্চসীমা হল ৩৪। কিন্তু ৩০ বলতে প্রকৃতপক্ষে বুঝায় ২৯.৫ থেকে ৩০.৫ পর্যন্ত যে দূরত্ব ঠিক তার মধ্যবিন্দুকে।

অতএব এ শ্রেণী ব্যবধানটি শুরু ২৯.৫ থেকে। তেমনি ৩৪ স্কোরের প্রকৃত অর্থ হল ৩৩.৫ থেকে ৩৪.৫। তাই বলা যায়, ৩০-৩৪ শ্রেণীব্যবধানটির প্রকৃত নিম্নসীমা হল ২৯.৫ এবং উচ্চসীমা হল ৩৪.৫। স্কোরের অর্থ এভাবে করলে এটি অবিচ্ছিন্ন চলক হিসেবে গণ্য হতে পারে। সুতরাং ৩০-৩৪ বলতে প্রকৃতপক্ষে বুঝায় ২৯.৫-৩৪.৫। চিত্রের মাধ্যমে বিষয়টি সহজে বুঝা যেতে পারে।



অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজানোর পর প্রতিটি স্কোরের নিজস্ব বৈশিষ্ট্য হারিয়ে যায়। কাজেই স্কোরগুলোকে প্রতিনিধিত্ব করতে পারে এমন একটি মানের প্রয়োজন হয়। এক্ষেত্রে প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে প্রতিনিধিত্বমূলক মানরূপে গ্রহণ করা হয়। মধ্যবিন্দু নির্ণয়ের সূত্র হল:

$$\text{মধ্যবিন্দু} = \frac{\text{নিম্নসীমা} + \text{উচ্চসীমা}}{2}$$

এ সূত্র ব্যবহার করে আমরা ৩০-৩৪ শ্রেণী ব্যবধানটির মধ্যবিন্দু নির্ণয় করতে পারি।

$$\text{মধ্যবিন্দু} = \frac{30 + 34}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

ভূমিকা

লেখচিত্র হল তথ্য পরিবেশনের বা উপস্থাপনের এক ধরনের পদ্ধতি বা কৌশল। আর স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র হলো বিশেষ এক ধরনের গাণিতিক মডেল যার নিজস্ব একটি সমীকরণ বিদ্যমান। প্রত্যেক বণ্টনের একটি মৌলিক আকৃতি রয়েছে যাকে স্বাভাবিক বণ্টন বলা হয় এবং এ বণ্টনের লেখচিত্রকে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বা স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্র বলা হয়। এই অধিবেশনে লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও প্রকারভেদ এবং স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র ও এর বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বলতে কী বোঝায়-তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারবেন।
- লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও প্রকারভেদ বর্ণনা করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র এবং এর বৈশিষ্ট্য



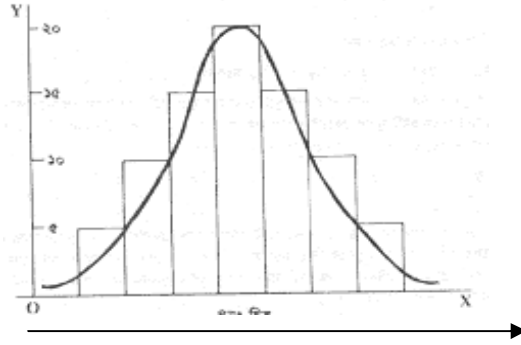
একই মেধা, বয়স, শিক্ষা, পারিবারিক ও সাংস্কৃতিক পরিবেশে বেড়ে উঠা একদল শিক্ষার্থী বা একদল লোকের উপর কোন অভীক্ষা প্রয়োগ করে প্রাপ্ত স্কোরগুলো দিয়ে একটি বহুভুজ অঙ্কন করা হলে তা হবে একটি উপর করা ঘণ্টার মত। মাঝখানে উঁচু দুপাশে ক্রমশ নিচু হয়ে অক্ষ রেখার নিকটবর্তী হবে কিন্তু কোন স্কোর অক্ষ রেখা স্পর্শ করবে না। চিত্রটির ঠিক মাঝখানে ও তার আশেপাশে থাকে মধ্যম মানের স্কোরগুলো এবং তাদের সংখ্যা বেশি বলেই লেখচিত্রের মাঝখানটা উঁচু ও ফোলা হয়। এ ধরনের সুষম বণ্টনের লেখচিত্রকে স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র বলে। এই চিত্রের সাহায্যে আদর্শ বিচ্যুতির সংব্যাখ্যান দেয়া সহজ হয়।

মাধ্যমিক শিক্ষক প্রশিক্ষণ- বিএড

স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রটির শীর্ষবিন্দু হতে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু বন্টনের গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের মান নির্দেশ করবে। কাজেই একটি সুসম বন্টনের গড়, মধ্যক ও প্রচুরকের মান সমান হবে।

গড় ও আদর্শ বিচ্যুতি যে কোন মানের জন্য সকল স্বাভাবিক বন্টনের গড়ের ডান পাশে $+1\sigma$ দূরত্বে শতকরা ৩৪.১৩; গড়ের বাঁ পাশে পারদর্শিতার শতকরা ৩৪.১৩ স্কোর থাকবে। অর্থাৎ গড় $\pm 1\sigma$ ($M \pm 1\sigma$) এর মধ্যে মোট স্কোরের ৬৮% স্কোর থাকে, ইহাকে স্বাভাবিক পারদর্শিতার স্তর বলা হয়।

গড় $\pm 2\sigma$ ($M \pm 2\sigma$) এর মধ্যে মোট স্কোরের ৯৫% স্কোর থাকে গড় ± 3 ($M \pm 3\sigma$)-এর মধ্যে মোট স্কোরের ৯৯% স্কোর থাকে (এখানে “ σ ” সিগমা চিহ্ন দিয়ে আদর্শ বিচ্যুতি বোঝানো হয়েছে)।



-৩ -২ -১ ১ ২ ৩
চিত্র : স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, নিম্নলিখিত স্কোরগুলোকে ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনে সাজিয়ে গ্রাফপেপারে এর বহুভুজ অংকন করুন এবং স্বাভাবিক সম্ভাবনার ক্ষেত্রে এটি কেমন হতো তা বিন্দু বিন্দু চিহ্নিত রেখা দিয়ে একই গ্রাফে দেখান।

৫৭	৫৪	৬৩	৯১	৭৮	৩৩	৭৩	৫০	৬২	৫৮
৯৮	৩৯	৭৩	৫৫	২৭	৮৫	৪০	৬৮	৫২	২৩
৫১	১৮	৪৮	৫৮	৯০	৭২	৫৭	৪৬	৩৩	৫০
৩৮	৭৮	৫৮	২২	৬৮	৪২	৭০	১১	৪৭	৩৮



পর্ব- খ: লেখচিত্রের প্রয়োজনীয়তা ও প্রকারভেদ

তথ্য উপস্থাপনের কৌশল হল লেখচিত্র। শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক তথ্য পরিবেশন করার জন্য বিভিন্ন ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। যেমন- আয়তলেখ, ফ্রিকোয়েন্সি বহুভুজ, দণ্ডচিত্র, বৃত্তাকার চিত্র এবং অজিভ রেখা এর মাধ্যমে তথ্য পরিবেশন ও উপাত্তের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়।

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য বা উপাত্ত পরিবেশনের গুরুত্ব কতটুকু বলে আপনি মনে করেন তা নিম্নের ছকে লেখার চেষ্টা করুন।

লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য বা উপাত্ত পরিবেশনের গুরুত্ব:

-
-
-
-
-
-

মূল শিখনীয় বিষয় স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র

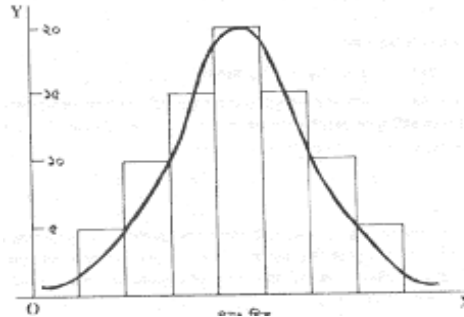


স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বিশেষ এক ধরনের গাণিতিক মডেল বা ধারণা যার নিজস্ব একটি সমীকরণ বর্তমান। বিভিন্ন বণ্টনের একটি মৌলিক আকৃতি বা রূপ থাকে, যাকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টন এবং বণ্টনের রেখাচিত্রকে বলা হয় স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র বা স্বাভাবিক সম্ভাবনার চিত্র (Normal Probability Curve)।

কোন শিক্ষামূলক বা মনোবৈজ্ঞানিক গবেষণা বা অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত স্কোরগুচ্ছকে বণ্টনে সাজিয়ে যদি তার একটি ফ্রিকোয়েন্সি বহুভুজ অঙ্কন করা হয়, তবে সে চিত্রটি অনেকটা দেখতে হয় মন্দিরের ঘণ্টার আকৃতির মত। এই চিত্রের মাঝের অংশ ফোলা এবং উঁচু আর শীর্ষবিন্দুর দুধার থেকে রেখাটি দুদিকে ধীরে ধীরে নেমে আসার ফলে চিত্রটি দুপাশে সরু হয়ে যায়, কিন্তু অক্ষরেখাটিকে স্পর্শ করে না। এ ধরনের সুসম রেখাকে স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র বা গসিয়ান চিত্র বলা হয়। ঊনবিংশ শতাব্দীর প্রথম ভাগে কার্ল ফ্রেড্রিক গস (Carl Friedrich Gauss) এ ধরনের চিত্র পরিমাপের ক্রটি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করেন। তাঁর নামানুসারে একে গসিয়ান চিত্র বলে।

নিচে স্বাভাবিক সম্ভাবনার একটি চিত্র দেয়া হল:



-৩০ - ২০ -১০ ০ ১০ ২০ ৩০

চিত্র: স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্র

স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য

- ১। স্বাভাবিক সম্ভাবনার লেখচিত্রের আকৃতি একটি উপুড় করা ঘণ্টার মত। তাই একে বলা হয় ঘণ্টাকৃতি চিত্র।
- ২। লেখচিত্রটি ব্যাখ্যা করলে দেখা যায়, চিত্রটির বামপ্রান্তে থাকে নিম্নমানের স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যাও অল্প। চিত্রের মধ্যভাগের দিকে ক্রমশ অগ্রসর হতে থাকলে স্কোরগুলি আয়তনে বাড়তে থাকে এবং তাদের সংখ্যাও বেশি হতে থাকে। চিত্রটির ঠিক মধ্যবিন্দুর আশে পাশে থাকে মধ্যম মানের স্কোরগুলি। তাদের সংখ্যা বণ্টনের মধ্যে সবচেয়ে বেশি হওয়ার কারণে চিত্রটির মাঝখানটা ফোলা ও উঁচু হয়। চিত্রটির X অক্ষ রেখায় স্থাপিত স্কোরগুচ্ছের মান বৃদ্ধির সাথে Y অক্ষরেখায় অবস্থিত ফ্রিকোয়েন্সীর মানও বাড়তে থাকে। একটি চরম অবস্থায় আসার পর আবার কমতে থাকে। অর্থাৎ এই লেখচিত্রের একটি চূড়া আছে, যেটা হল এর চরম উচ্চতা। চিত্রটির ডানদিকের শেষ প্রান্তে থাকে উচ্চমানের স্কোরগুলি এবং তাদের সংখ্যাও কম।
- ৩। চিত্রটির X অক্ষ রেখার ঠিক মধ্যবিন্দুটি হল মিন বা গড়। মিনের উপর যদি Y অক্ষ বরাবর একটি লম্ব টানা হয়, তবে চিত্রটি সমান দুভাগে বিভক্ত হবে অর্থাৎ চিত্রটি প্রতিসম বা Symmetrical হয়।
- ৪। স্বাভাবিক বণ্টনের মিন, মিডিয়ান ও মোডের মান অভিন্ন হয়। অর্থাৎ X অক্ষরেখার মধ্যবিন্দুতে মিন, মিডিয়ান ও মোড অবস্থান করবে।
- ৫। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র X অক্ষের দিকে ধীরে ধীরে নেমে আসে বটে, কিন্তু তা কখনই X অক্ষকে স্পর্শ করে না অর্থাৎ লেখচিত্রটি অসীম।
- ৬। স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের X অক্ষের দুটি বিন্দুর অন্তর্গত ক্ষেত্রফল সব সময় স্থির থাকে। যেমন, $g \pm 3 \sigma$ এর মধ্যে ৯৯.৭৪% স্কোর থাকে। এখানে g হলো স্কোরগুচ্ছের মিন বা গড় এবং σ হল আদর্শ বিচ্যুতি। এই সাধারণ নীতির উপর ভিত্তি

শিখন, মূল্যায়ন ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

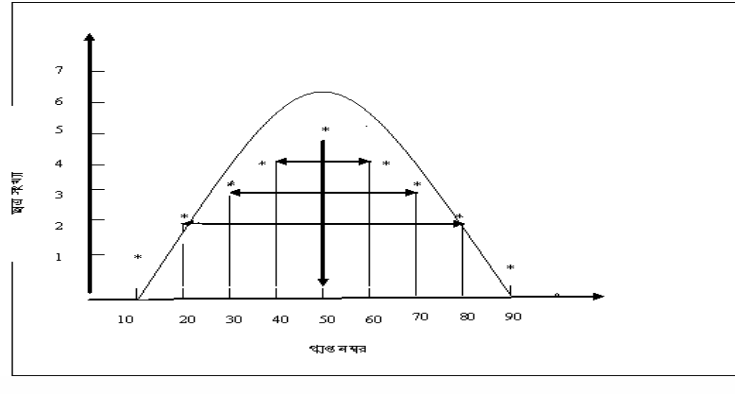
করে স্বাভাবিক বন্টনের নির্দিষ্ট কোন স্কোর ও মিনের মধ্যে যে ক্ষেত্রটি আবদ্ধ তার পরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

- ৭। স্বাভাবিক বন্টনের লেখচিত্রের একটি সাধারণ ও তাৎপর্যপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হল এর বিস্তার ও উচ্চতার মধ্যে নির্দিষ্ট আনুপাতিক সম্পর্ক বিদ্যমান। সাধারণত উচ্চতা এর বিস্তারের $\frac{2}{3}$ অংশ হয়।



মূল্যায়ন:

১.



উপরোক্ত চিত্রে- M (গড়) ৫০ এবং σ (আদর্শ বিচ্যুতি) ১০ দেয়া আছে। চিত্র দেখে বের করুন:

(M $\pm 1\sigma$) এর মধ্যে কত থেকে কত পর্যন্ত স্কোর ছড়িয়ে আছে?

(M $\pm 2\sigma$) এর মধ্যে কত থেকে কত পর্যন্ত স্কোর ছড়িয়ে আছে?

(M $\pm 3\sigma$) এর মধ্যে কত থেকে কত পর্যন্ত স্কোর ছড়িয়ে আছে?

এই চিত্রের কোন ভ্রুটি আছে কি? থাকলে সেটি কী? সংশোধিত চিত্র নিজের খাতায় আঁকুন।



সম্ভাব্য উত্তর:

পর্ব- ক:

শিক্ষা মূল্যায়নের ক্ষেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব অত্যন্ত বেশি। পরীক্ষায় প্রাপ্ত স্কোরগুলোকে সহজ, সংক্ষিপ্ত ও আকর্ষণীয় করে পরিবেশন করা যায়। এক নজরে পুরো তথ্য সম্পর্কে সামগ্রিক ধারণা পাওয়া যায় এবং তথ্যের অন্তর্নিহিত বিষয়বস্তু উপলব্ধি করা সহজ হয়। লেখচিত্র তথ্যের প্রকৃতি অনুধাবন ও বিশ্লেষণে সহায়তা করে। দুই বা ততোধিক তথ্য সারিকে তুলনা করতে লেখচিত্র খুবই সুবিধাজনক।

মূল্যায়ন- ১:

- ৪০ থেকে ৬০ পর্যন্ত
- ৩০ থেকে ৭০ পর্যন্ত
- ২০ থেকে ৮০ পর্যন্ত

ত্রুটি: সম্ভবনা রেখা X অক্ষ স্পর্শ করেছে। রেখা আঁকতে নির্দেশক বিন্দুগুলোর অবস্থান সঠিকভাবে অনুসরণ করা হয়নি। রেখাটি দুপাশে আরো ছড়ানো বা বিস্তৃত থাকবে।

অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়

ভূমিকা

প্রতিটি স্কোরকে যোগ করে সেই যোগফলকে স্কোরগুলোর সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে গাণিতিক গড় পাওয়া যায়। দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন তথ্য সংক্ষেপে পরিবেশনের জন্য যেমন গড় নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় তেমনি শিক্ষা ক্ষেত্রেও শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা সম্পর্কিত তথ্য পরিবেশনের জন্য গড় নির্ণয়ের প্রয়োজন। কোন শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত স্কোর পৃথক পৃথকভাবে দেখে শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের দলগত অগ্রগতি সম্পর্কে কোন সঠিক ধারণা পাওয়া যায় না। স্কোরগুলোর প্রতিনিধিত্বমূলক সংখ্যামান থেকে দলটির সামগ্রিক কৃতিত্বের পরিচয় পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে সূত্রের সাহায্যে সহজেই অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারি। এই অধিবেশনে অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- সূত্রের সাহায্যে অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন।
- সূত্রের সাহায্যে দীর্ঘ পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন।

পর্বসমূহ



পর্ব- ক: অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়

অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়ের সূত্র হলো:

$$M = \frac{\sum X}{N}$$

এখানে,

M = গাণিতিক গড়

X = একটি স্কোর

Σ = যোগফল

N = মোট স্কোরের সংখ্যা

মাধ্যমিক শিক্ষক প্রশিক্ষণ- বিএড

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এখন উপরোক্ত সূত্রানুসারে নিম্নের অবিন্যস্ত কোরগুলো গড় নির্ণয় করুন:

অবিন্যস্ত কোর: ৫১, ৭০, ৩২, ৪৪, ৪৭, ৫৯, ২৮, ১৯, ৬৪

সমাধান:



পর্ব- খ: দীর্ঘ পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়

দীর্ঘ পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়ের সূত্র হলো:

$$M = \frac{\sum fx}{N}$$

এখানে,

M = গাণিতিক গড়

f = ফ্রিকোয়েন্সি

x = শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু

N = মোট স্কোরের সংখ্যা

যখন স্কোরের সংখ্যা অনেক বেশি হয়, তখন এ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা বেশ সময় সাপেক্ষ ও কষ্টকর। এজন্য একে দীর্ঘ পদ্ধতি বলে।

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, আসুন এখন আমরা নিম্নের সারণীতে ২৫ জন শিক্ষার্থীর বিন্যস্ত স্কোরের গড় উপরোক্ত সূত্রানুসারে নির্ণয়ের চেষ্টা করি-

সারণী: ২৫ জন শিক্ষার্থীর বিন্যস্ত স্কোর

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)	মধ্যবিন্দু (x)	fx
৫০-৫৪	১	৫২	৫২
৪৫-৪৯	২	৪৭	৯৪
৪০-৪৪	২	৪২	৮৪
৩৫-৩৯	৪	৩৭	১৪৮
৩০-৩৪	৬	৩২	১৯২
২৫-২৯	৫	২৭	১৩৫
২০-২৪	৩	২২	৬৬
১৫-১৯	১	২৭	১৭
১০-১৪	১	১২	১২
	N = ২৫		Σfx = ৪০০

সমাধান:

মূল শিখনীয় বিষয়
অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়



১। অবিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়:

(ক) ৫৭, ৫৪, ৬৩, ৯১, ৭৮, ৩৩, ৭৩, ৫০, ৬২, ৫৮।

$$\text{অবিন্যস্ত স্কোরের গড়, } M = \frac{\sum X}{N}$$

এখানে, M = গাণিতিক গড়

X = একটি স্কোর

Σ = যোগফল

N = মোট স্কোরের সংখ্যা

$$\therefore \Sigma X = 57 + 54 + 63 + 91 + 78 + 33 + 73 + 50 + 62 + 58 = 619$$

$$N = 10$$

$$\therefore \text{গড়; } M = \frac{619}{10} = 61.90$$

(খ) ১৮, ১৮, ১৯, ২০, ২০, ২৫, ৪০, ৪০, ৪১, ৪৫, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৪৮, ৪৮, ৫০।

$$\text{অবিন্যস্ত স্কোরের গড়, } M = \frac{\sum X}{N}$$

$$\text{এখানে, } \Sigma X = 18 + 18 + 19 + 20 + 20 + 25 + 40 + 40 + 41 + 45 + 45 + 47 + 48 + 48 + 48 + 50 = 692$$

$$N = 16$$

$$\therefore \text{গড়; } M = \frac{692}{16} = 43.25$$

২। নিম্নের বণ্টনটির গড় দীর্ঘ পদ্ধতিতে নির্ণয়:

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)
৭১-৭৫	১
৬৬-৭০	৩
৬১-৬৫	৯
৫৬-৬০	১০
৫১-৫৫	১৫
৪৬-৫০	১২
৪১-৪৫	৫
৩৬-৪০	২
N = ৫৭	

সমাধান:

দীর্ঘ পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড়:

$$M = \frac{\sum fX}{N}$$

এখানে, M = গাণিতিক গড়

f = ফ্রিকোয়েন্সি

X = শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু

N = মোট স্কোরের সংখ্যা

শ্রেণী ব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)	মধ্যবিন্দু (x)	fx
৭১-৭৫	১	৭৩	৭৩
৬৬-৭০	৩	৬৮	২০৪
৬১-৬৫	৯	৬৩	৫৬৭
৫৬-৬০	১০	৫৮	৫৮০
৫১-৫৫	১৫	৫৩	৭৯৫
৪৬-৫০	১২	৪৮	৫৭৬
৪১-৪৫	৫	৪৩	২১৫
৩৬-৪০	২	৩৮	৭৬
N = ৫৭			Σfx = ৩০৮৬

$$\therefore \text{বিন্যস্ত স্কোরের গড়; } M = \frac{৩০৮৬}{৫৭} = ৫৪.১৪$$



সম্ভাব্য উত্তর:

পর্ব-ক : নির্ণেয় গড় : ৪৬

পর্ব-খ : নির্ণেয় গড় : ৩২

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়

ভূমিকা

বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয় করার জন্য এমন একটি পদ্ধতি আছে যার ফলে হিসাব সহজতর হয়। একে বলা হয় সংক্ষিপ্ত বা অনুমিত পদ্ধতি। অনুমিত গড় নির্ণয় পদ্ধতিতে প্রথম একটি সংখ্যামানকে অনুমিত গড় হিসাবে স্থির করে নিতে হয়, পরে সংশোধনের মাধ্যমে প্রকৃত গড় নির্ণয় করা হয়। যে কোন বিন্যস্ত বণ্টনের গড়, মাঝামাঝিতে অবস্থিত কোন শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যে থাকার সম্ভাবনাই বেশি। এ কারণে ফ্রিকোয়েন্সি বেশি এবং বণ্টনের মাঝামাঝি অবস্থানে রয়েছে এমন একটি শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত গড় ধরা হয়। পরে শুদ্ধ সংখ্যা নির্ণয় করে অনুমিত গড়ের সাথে সেই সংখ্যাকে বীজগণিতীয় পদ্ধতিতে যোগ করা হয়।

উদ্দেশ্য

এই অধিবেশন শেষে আপনি-

- সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়ের সূত্র বলতে পারবেন।
- সূত্র ব্যবহার করে স্কোরের গড় নির্ণয় করতে পারবেন।

পর্বসমূহ

পর্ব- ক: সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্র



সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করার জন্য নিম্নের সূত্রটি ব্যবহার করা হয়। যথা:

$$M = AM + \frac{\sum fd}{N}$$

এখানে AM = অনুমিত গড় (Assumed Mean)

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

সূত্রের বাকী প্রতীকগুলির অর্থ লিখতে চেষ্টা করুন:

f =	
N =	
M =	
d =	
i =	
$\Sigma =$	



পর্ব- খ: সূত্র ব্যবহার করে গড় নির্ণয়

নিম্নে প্রদত্ত ফ্রিকোয়েন্সি বন্টনটির সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করতে হবে।

শ্রেণীব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)	মধ্যমান	d	fd
৭১-৭৫	১			
৬৬-৭০	২			
৬১-৬৫	৪			
৫৬-৬০	৮			
৫১-৫৫	১৫			
৪৬-৫০	১২			
৪১-৪৫	৫			
৩৬-৪০	৩			
	N = ৫০			$\Sigma fd =$

মাধ্যমিক শিক্ষক প্রশিক্ষণ- বিএড

উপরের বন্টনটির কোন শ্রেণীব্যবধানে অনুমিত গড় ধরা হবে? সেই ঘরের d শূন্য হবে। পরে ক্রমানুযায়ী উপরের দিকে d +1, +2 ইত্যাদি এবং নিচের দিকে d -1, -2 ইত্যাদি হবে। তার আগে শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যমান বসাতে হবে। এরপর প্রতিটি f এবং d এর গুণফল শেষের কলামে বসিয়ে $\sum fd$ বের করতে হবে।

এবার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্রে প্রতিটি প্রতীকের মান বসিয়ে গড় নির্ণয় করুন।

শ্রেণীব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি (f)	মধ্যমান	d	fd
৭১-৭৫	১			
৬৬-৭০	২			
৬১-৬৫	৪			
৫৬-৬০	৮			
৫১-৫৫	১৫			
৪৬-৫০	১২			
৪১-৪৫	৫			
৩৬-৪০	৩			
	N = ৫০			$\sum fd =$

গড়:

মূল শিখনীয় বিষয়
সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়



সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে বিন্যস্ত স্কোরের গড় নির্ণয়ের সূত্র হল:

$$M = AM + \frac{\sum fd}{N} \times i$$

এখানে, M = গড়, AM = অনুমিত গড় (Assumed Mean), d = অনুমিত গড় থেকে প্রতি স্কোরের বিচ্যুতি, \sum = যোগফল, N = মোট স্কোর সংখ্যা, i = শ্রেণী ব্যবধানের দৈর্ঘ্য।

শ্রেণীব্যবধান	f	মধ্যমান	d	fd
৫০-৫৪	১	৫২	+৪	+৪
৪৫-৪৯	২	৪৭	+৩	+৬
৪০-৪৪	২	৪২	+২	+৪
৩৫-৩৯	৪	৩৭	+১	+৪
৩০-৩৪	৬	৩২	+০	০
২৫-২৯	৫	২৭	-১	-৫
২০-২৪	৩	২২	-২	-৬
১৫-১৯	১	১৭	-৩	-৩
১০-১৪	১	১২	-৪	-৪
	N = ২৫			$\sum fd = ০$

এখানে, AM = ৩২, $\sum fd = ০$,
N = ২৫, i = ৫

সূত্রে মান বসিয়ে -

$$M (\text{গড়}) = AM + \frac{\sum fd}{N} \times i$$

$$= ৩২ + \frac{০}{২৫} \times ৫ = ৩২ + ০ = ৩২$$

সুতরাং নির্ণেয় গড় = ৩২

গড় নির্ণয় করতে দীর্ঘ পদ্ধতি অথবা সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি যে কোনটি ব্যবহার করি না কেন একই গড় পাওয়া যায়। অর্থাৎ দীর্ঘ এবং সংক্ষিপ্ত দুইটি পদ্ধতিরই নির্ভরযোগ্যতা সমান।

এবার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে কিভাবে গড় নির্ণয় করতে হয় তার ধাপগুলো নিচে দেয়া হলো:

- ১। বন্টনের মাঝামাঝিতে অবস্থিত যে শ্রেণী-ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি সবচেয়ে বেশি সেই শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দুকে অনুমিত গড় হিসাবে ধরে নেওয়া।
- ২। প্রতিটি শ্রেণী ব্যবধানের মধ্যবিন্দু স্থির করে সারিতে লিপিবদ্ধ করা।
- ৩। অনুমিত গড়ের শ্রেণী ব্যবধান বরাবর সারিতে ০ (শূন্য) বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা।
- ৪। ক্রম অনুযায়ী উপরের শ্রেণী ব্যবধানগুলো বরাবর d সারিতে $+1, +2$ ইত্যাদি বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা। একইভাবে ক্রম অনুযায়ী নিচের শ্রেণী ব্যবধানগুলো বরাবর d সারিতে $-1, -2$ ইত্যাদি বিচ্যুতি সংখ্যা লেখা।
- ৫। প্রত্যেক শ্রেণী ব্যবধানের ফ্রিকোয়েন্সি এবং বিচ্যুতি সংখ্যা গুণ করে গুণফলকে fd সারিতে লিপিবদ্ধ করা।
- ৬। বীজগণিতীয় নিয়মে $\sum fd$ নির্ধারণ করা।
- ৭। $\sum fd$ কে N দিয়ে ভাগ করে সেই ফলকে শ্রেণী-দৈর্ঘ্য অর্থাৎ i দিয়ে গুণ করে শুদ্ধ সংখ্যা নির্ণয় করা।
- ৮। বীজগণিতীয় পদ্ধতিতে অনুমিত গড়ের সঙ্গে শুদ্ধ সংখ্যা যোগ করে প্রকৃত গড় নির্ণয় করা।

মূল্যায়ন



- ১। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ করুন।
- ২। নিম্নে প্রদত্ত ফ্রিকোয়েন্সি বন্টন থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করুন:

শ্রেণীব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৬১-৬৩	২
৫৮-৬০	৪
৫৫-৫৭	৫

শিখন, মূল্যযাচাই ও প্রতিফলনমূলক অনুশীলন- ২

শ্রেণীব্যবধান	ফ্রিকোয়েন্সি
৫২-৫৪	৭
৪৯-৫১	১০
৪৬-৪৮	৬
৪৩-৪৫	৪
৪০-৪২	২
	N = ৪০

৩। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ধাপগুলো লিপিবদ্ধ করুন।



সম্ভাব্য উত্তর

পর্ব- ক: মূল শিখনীয় বিষয় দ্রষ্টব্য

পর্ব- খ: নিজে চেষ্টা করুন এবং সহপাঠীদের সাথে মিলিয়ে নিন।